



XV Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - juniorzy

18 marca 2023 r.

1. Wyznacz wszystkie trójki liczb rzeczywistych (x, y, z) spełniające układ równań

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xy - z^2 = 1 \end{cases}$$

2. Wyznacz wszystkie trzycyfrowe liczby $\overline{abc}$ takie, że

$$2 \cdot \overline{abc} = \overline{cab} + \overline{bca}.$$

Odpowiedź uzasadnij.

3. Punkt D leży we wnętrzu trójkąta ABC i spełnia warunki $\sphericalangle ADB = 90^\circ$, $\sphericalangle BDC = 150^\circ$, $\sphericalangle CDA = 120^\circ$. Udowodnij, że istnieje punkt E różny od D taki, że jeśli F jest odbiciem E względem AD , G jest odbiciem F względem BD , zaś H jest odbiciem G względem CD , to $H = E$.

4. Do finału Konkursu Matematycznego zakwalifikowało się siedmiu uczniów. Okazało się, że w tej grupie jest co najmniej 13 par uczniów znających się. Wykaż, że wśród finalistów istnieje trójka uczniów wzajemnie znających się. Czy liczbę 13 można zamienić na 12?

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl do 21 marca 2023 r.
6. W tym roku tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.