



III Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy drugie

28 maja 2011 r.

1. Udowodnić, że w trapezie środki równoległych podstaw, punkt przecięcia przekątnych oraz punkt przecięcia nierównoległych ramion leżą na jednej prostej.
2. Wyznaczyć wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takie, że $2f(x+2) + f(-x-1) = x^2 + 4x + 4$ dla dowolnej liczby $x \in \mathbb{R}$.
3. Danych jest dwanaście ciężarków o różnych wagach będących dodatnimi liczbami całkowitymi nie przekraczającymi 30. Udowodnić, że pewne dwa ciężarki ważą łącznie tyle co dwa inne ciężarki.
4. Wielomian $f(x) = x^{2011} + a_{2010}x^{2010} + \dots + a_1x + a_0$ ma 2011 różnych pierwiastków całkowitych. Dla dowolnej liczby całkowitej m liczba $f(m)$ jest podzielna przez 2011. Udowodnić, że suma pierwiastków wielomianu $f(x)$ jest podzielna przez 2011.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://konkurs.ptm.pb.edu.pl/> w dniu 1 czerwca 2011 r.