



Podlaski Konkurs Matematyczny

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

22 maja 2004 r.

1. Wykazać, że jeśli dodatnie liczby a, b, c są długościami boków pewnego trójkąta, to

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} > \frac{c}{2ab}.$$

2. Wyznaczyć wszystkie pary (x, y) nieujemnych liczb całkowitych spełniających równanie

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{810}.$$

3. W trójkącie ABC boki $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$ są równej długości. Jaki zbiór tworzą środki wszystkich odcinków $\overline{KL}$ takich, że

$$K \in \overline{AC}, \quad L \in \overline{BC} \text{ oraz } AK = LC?$$

Odpowiedź uzasadnić.

4. Na konkurs matematyczny przybyło n uczniów ($n \geq 4$). Okazało się, że każdy z uczniów ma co najwyżej trzech znajomych wśród pozostałych uczestników. Wykazać, że uczestników konkursu można rozmieścić w dwóch salach tak, aby każda osoba miała w swojej sali co najwyżej jednego znajomego.

Uwaga. Zakładamy, że jeśli osoba A zna osobę B, to osoba B zna osobę A.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://www.ptm.pb.bialystok.pl> w dniu 26 maja 2004r.