



# XI Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY, GIMNAZJUM  
TERMIN NADSYŁANIA ROZWIĄZAŃ: 3 KWIETNIA 2019

---

O kwalifikacji do konkursu głównego decyduje suma punktów za rozwiązania zadań. Nie trzeba rozwiązać wszystkich zadań, by zostać zakwalifikowanym. Powodzenia!

## ZADANIE 1

Czy istnieją liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$  takie, że  $a^2 + b^3 = c^5$ ? Odpowiedź uzasadnij.

## ZADANIE 2

Proste  $\ell_1$  i  $\ell_2$  przecinają się w punkcie  $X$ . Punkt nazwiemy *równoodległym* jeśli jego odległości od prostych  $\ell_1$  i  $\ell_2$  są równe. Punkty  $A$  i  $B$  są równoodległe i takie, że  $A \neq X$ ,  $B \neq X$ ,  $A \neq B$ . Wyznacz wszystkie możliwe miary kąta  $AXB$ .

## ZADANIE 3

Wykaż, że liczba  $\sqrt[3]{2} + \sqrt{2}$  jest niewymierna.

## ZADANIE 4

Dany jest trójkąt  $ABC$ . Wyznacz taki punkt  $D$  leżący na boku  $AB$ , że suma odległości punktów  $A$  i  $B$  od prostej  $CD$  jest największa.

## ZADANIE 5

Znajdź największą liczbę  $m$  taką, że można wybrać dwadzieścia liczb całkowitych  $a_1, a_2, \dots, a_{20}$  z przedziału  $(1, 2019)$  tak, że istnieje liczba naturalna  $b$ , którą można zapisać na  $m$  różnych sposobów jako sumę dwóch liczb ze zbioru  $\{a_1, a_2, \dots, a_{20}\}$ .