



VIII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY, GIMNAZJUM
TERMIN NADSYŁANIA ROZWIĄZAŃ: 2.05.2016

ZADANIE 1

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste spełniające równanie

$$(1 + x^2)(1 + x^6) = 4x^4.$$

ZADANIE 2

W trójkącie ABC środki okręgów wpisanego i opisanego pokrywają się. Wykaż, że jest to trójkąt równoboczny.

ZADANIE 3

Czy istnieje liczba naturalna, która da się na trzy sposoby zapisać jako suma dwóch różnych liczb pierwszych?

ZADANIE 4

Pokaż, że liczba

$$\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$$

jest całkowita.

ZADANIE 5

Dane są trzy okręgi. Każde dwa z nich są styczne zewnętrznie. Odcinki łączące środki tych okręgów tworzą trójkąt równoboczny. Pokaż, że wszystkie te okręgi mają równe promienie.

ZADANIE 6

W zależności od n wyznacz sumę cyfr zapisu dziesiętnego wszystkich liczb ze zbioru

$$\{1, 2, 3, \dots, 10^n - 1\}.$$

O kwalifikacji do konkursu głównego decyduje suma punktów za rozwiązania zadań. Nie trzeba rozwiązać wszystkich zadań, by zostać zakwalifikowanym. Powodzenia!