



VII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY, GIMNAZJUM
TERMIN NADSYŁANIA ROZWIĄZAŃ: 11.05.2015

ZADANIE 1

Na płaszczyźnie narysowano trzy okręgi, przy czym otrzymano dokładnie pięć punktów przecięcia. Dowiedz, że pewne dwa z narysowanych okręgów są styczne.

Uwaga: Punkt przecięcia to punkt, przez który przechodzą co najmniej dwa okręgi.

ZADANIE 2

Wiek Ani ostatniego dnia roku 2015 będzie równy sumie cyfr roku jej urodzenia. W którym roku urodziła się Ania? Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 3

Równoległobok $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Udowodnij, że jest on prostokątem.

ZADANIE 4

Niech $S(a)$ oznacza sumę cyfr zapisu dziesiętnego liczby a . Wyznacz wszystkie 100-cyfrowe dodatnie liczby całkowite a dla których iloraz

$$\frac{a}{S(a)}$$

jest największy.

ZADANIE 5

Kwadratową tablicę 2015×2015 wypełniono liczbami całkowitymi w ten sposób, że suma każdego wiersza, każdej kolumny i obydwu głównych przekątnych jest równa zero. Czy może się zdarzyć, że żadna spośród wpisanych liczb nie jest zerem? Odpowiedź dokładnie uzasadnij.

ZADANIE 6

Rozstrzygnij, która z liczb $\sqrt{2011} + \sqrt{2013} + \sqrt{2015} + \sqrt{2017}$ oraz $4\sqrt{2014}$ jest większa. Odpowiedź dokładnie uzasadnij.

Uwaga: w uzasadnieniu nie powołuj się na obliczenia na kalkulatorze, czy komputerze.