



IV Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

ETAP KORESPONDENCYJNY GIMNAZJUM

31.03.2012 — 14.05.2012

ZADANIE 1

W przestrzeni trójwymiarowej punkt M jest środkiem każdego z odcinków AD , BE , CF . Uzasadnić, że trójkąty $\triangle ABC$ i $\triangle DEF$ są przystające.

ZADANIE 2

Wykazać, że jeśli liczby a, b są nieujemne to

$$(a+b)(a^4+b^4) \geq (a^2+b^2)(a^3+b^3).$$

ZADANIE 3

Która z liczb: 6^{789} , 9^{876} jest większa? Odpowiedź uzasadnić.

Uwaga: potęgi są bez nawiasów: $2^{2^3} = 2^8 \neq 2^6 = (2^2)^3$, podobnie $2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$. Rozwiązanie tego zadania (jak i pozostałych zadań) nie może korzystać z obliczeń na komputerze, kalkulatorze itp.

ZADANIE 4

Wyznaczyć wszystkie przedstawienia liczby 2012 w postaci sumy kolejnych liczb całkowitych.

ZADANIE 5

Czy na płaszczyźnie można wybrać 7 punktów tak, aby wśród dowolnych trzech spośród nich istniały dwa punkty odległe od siebie o 1?

ZADANIE 6

Pole kwadratu $ABCD$ wynosi 5. Punkty K, L, M, N są środkami boków AB, BC, CD, DA odpowiednio. Obliczyć, ile wynosi pole kwadratu $XYZT$ ograniczonego prostymi CK, DL, AM i BN (patrz rysunek).

