

Elementy optyki relatywistycznej

O czym będzie wykład?

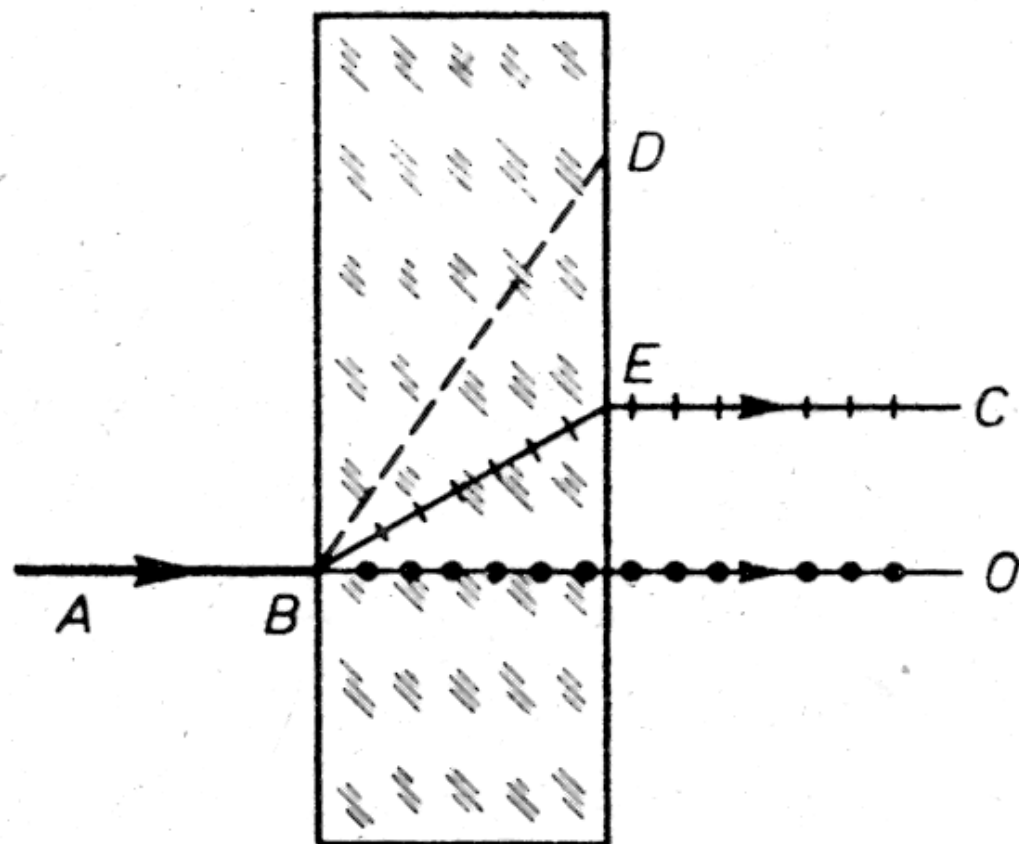
- Pojęcie „relatywistyczny” kojarzy się z bardzo dużymi prędkościami, bliskimi prędkości światła. Tylko, że światło porusza się zawsze z prędkością światła. Więc o czym tu jeszcze mówić?
- Fala świetlna oddziałując na materię, tak naprawdę oddziałuje na znajdujące się w niej elektrony, które pochłaniają energię fali i wprawiane są przez nią w ruch. Na skutek tego ruchu, te elektrony zaczynają one emitować falę elektromagnetyczną. Na zjawiska optyczne takie jak odbicie, czy załamanie można patrzeć tak, jakby były one skutkiem opisanego tu mechanizmu.
- Przy bardzo dużych energiach fal, prędkość elektronów może osiągać bardzo duże prędkości, porównywalne z prędkością światła. Pojawiają się wówczas efekty, których „normalnie” nie obserwujemy. Tą grupą zjawisk zajmuje się *optyka nieliniowa*.

- Drugą grupą zjawisk, o której będziemy mówić na wykładzie są zjawiska relatywistyczne, związane z dużą prędkością rozchodzenia się promieniowania elektromagnetycznego lub dużą prędkością źródeł takiego promieniowania. Przykładem tego typu zjawisk jest omawiany już wcześniej efekt Dopplera.

Optyka nieliniowa

Dwójłomność samoistna

- Dla większości ciał, prędkość rozchodzenia się światła i związany z nią współczynnik załamania nie zależą od kierunku rozchodzenia się światła. Są to substancje optycznie izotropowe (bezkierunkowe).
- Istnieją jednak pewne substancje (przeważnie kryształy), które są optycznie *anizotropowe* (np.. mika, kalcyt, turmalin).
- W kryształach kalcytu (szpatu islandzkiego) nasępuje zjawisko podwójnego załamania, co oznacza, że pojedyncza wiązka rozszczepia się na dwie wiązki, z których jedna spełnia prawo załamania (jest to tzw. promień zwyczajny), a druga go nie spełnia (jest to tzw. promień nadzwyczajny).

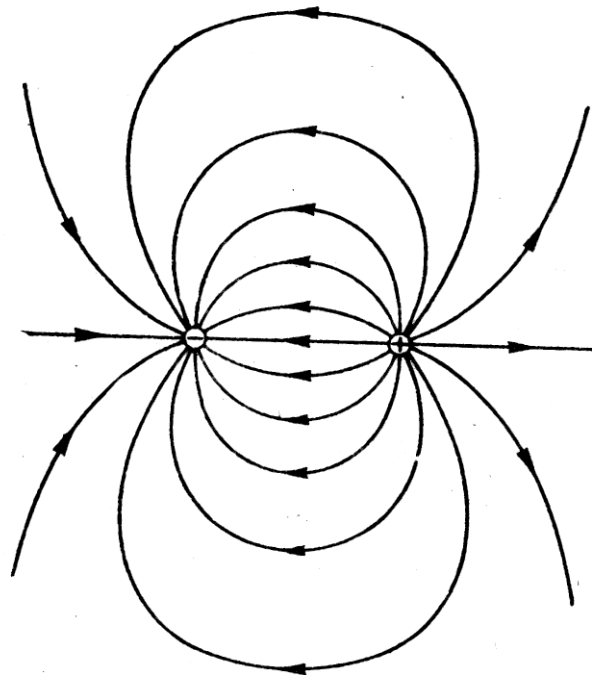


Przejście światła niespolaryzowanego przez płytkę z kryształu dwójłomnego (EC — kierunek promienia nadzwyczajnego, BO — kierunek promienia zwyczajnego, BD — kierunek osi optycznej kryształu)

- Zjawisko to wiąże się z istnieniem w kryształach charakterystycznych kierunków zwanych osiami optycznymi, związanych z budową kryształu.
- Promień zwyczajny i nadzwyczajny są spolaryzowane liniowo i ich płaszczyzny polaryzacji są do siebie prostopadłe.
- Niektóre kryształy, np.. Turmalin charakteryzują się tym, że są przezroczyste dla jednego z promieni spolaryzowanych, a drugi z nich pochłaniają.

Budowa dielektryków

- W dielektrykach brak jest ładunków swobodnych, mogących swobodnie przemieszczać się. Jednakże budowa cząsteczek, z których są one zbudowane często przypomina strukturę dipola elektrycznego.
- Dipolem elektrycznym nazywamy układ dwóch równych ładunków $+q$ i $-q$ różnoimiennych oddległych od siebie o odcinek l .



- W dużej odległości r od dipola, w pobliżu jego osi, natężenie jego pola elektrycznego wytwarzanego przez dipol wynosi

$$E = \frac{p_e \cos \theta}{2\pi \varepsilon_0 r^3}$$

gdzie $\vec{p}_e = q\vec{l}$ oznacza wektor momentu dipolowego ($\vec{l}$ jest wektorem o początku w punkcie zajmowanym przez ładunek $-q$ i końcu w miejscu zajmowanym przez ładunek $+q$), zaś θ jest kątem między wektorem r (łączącym środek odcinka między ładunkami z punktem obserwacji) i wektorem l .

- Stan dielektryka opisuje wektor polaryzacji

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_e}{V}$$

- W obecności zewnętrznego pola elektrostatycznego wektor $\vec{P}$ jest różny od zera i jest on zwykle proporcjonalny do natężenia pola.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

- Pole elektrostatyczne wewnątrz dielektryka jest sumą pól: zewnętrznego i pola wytworzonego przez dipole znajdujące się wewnątrz dielektryka:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

Stąd mamy:

$$\epsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{E} \epsilon_0 + \vec{P} = \vec{E} \epsilon_0 (1 + \chi) = \vec{E} \epsilon_0 \epsilon_r = \vec{D}$$

- Prędkość światła w ośrodku (i związany z nim współczynnik załamania) jest zależny od stałej dielektrycznej ośrodka

Dwójłomność wymuszona

- Pod wpływem czynników zewnętrznych (zewnętrzne pola magnetyczne lub magnetyczne, siły ściskające) ciała optycznie izotropowe stają się anizotropowe. Przykładami tego typu zjawisk są zjawisko Faradaya i zjawisko Kerra.
- *Zjawisko Faradaya* polega na skręceniu płaszczyzny polaryzacji światła spolaryzowanego liniowo przy przejściu światła przez substancję znajdującą się w polu magnetycznym przyłożonym w kierunku rozchodzenia się fali świetlnej.
- *Zjawisko Kerra* (elektrooptyczne) polega na podwójnym załamaniu światła w pierwotnie izotropowych cieczech lub gazach pod wpływem pola elektrycznego.

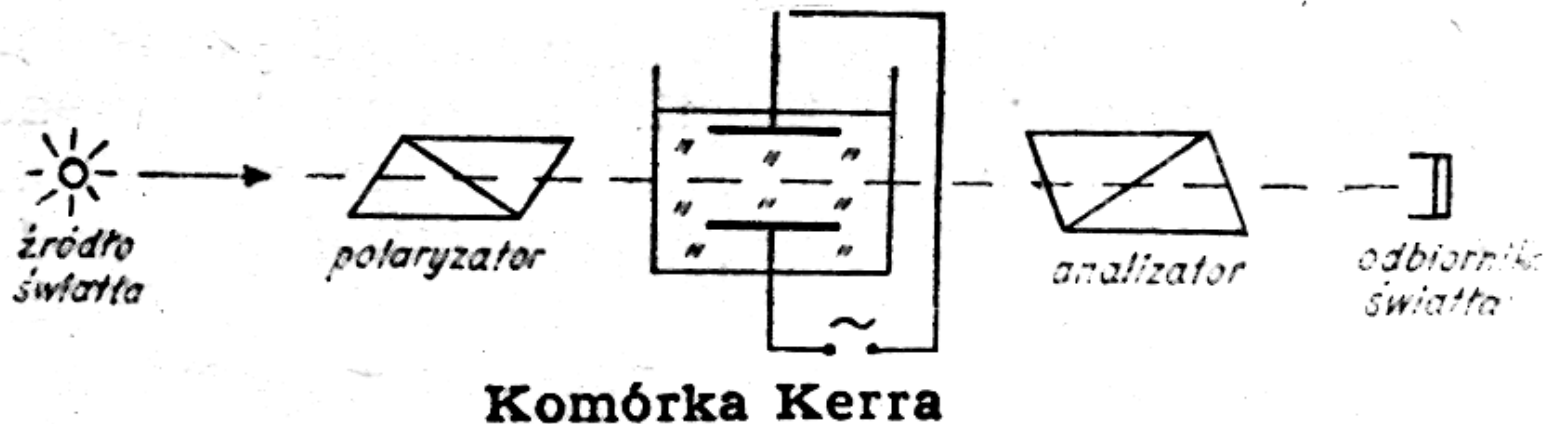
Elektrooptyczne zjawisko Kerra

- W obecności pola elektrostatycznego, dipolowe cząsteczki dielektryka ustawiają się zgodnie z kierunkiem pola, czemu towarzyszy pojawienie się makroskopowej anizotropii: elektrycznej i optycznej.
- Gdy przepuszcza się światło spolaryzowane przez przezroczystą ciecz znajdującą się między okładkami naładowanego kondensatora, wówczas względna różnica dróg optycznych składowych światła - równoległej i prostopadłej do kierunku pola elektrycznego – po przebyciu drogi l wynosi

$$\frac{\Delta l}{\lambda_0} = \frac{n_r - n_p}{\lambda_0} = B l E^2$$

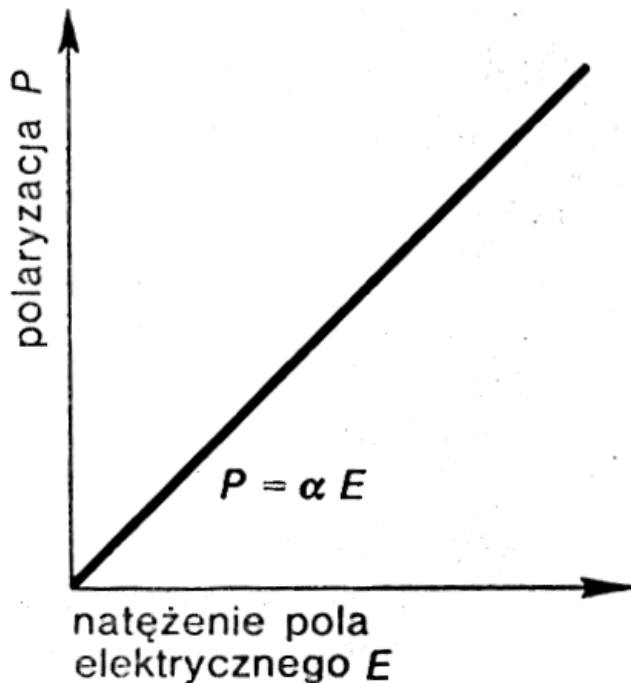
gdzie n_r n_p – współczynniki załamania dla składowej równoległej i prostopadłej, λ_0 – długość fali świetlnej w próżni, E – natężenie pola elektrycznego, B – stała Kerra (zależna od λ_0 i temperatury cieczy)

- Zjawisko Kerra zachodzi praktycznie natychmiast – opóźnienie zmiany (czas relaksacji) jest rzędu 10^{-12}s .
- Zastosowanie: komórka Kerra, stosowana np.. do modulacji światła z częstotliwością do 1 GHz (w modulatorach światła), ultraszybkiej fotografia (można uzyskać impulsy świetlne o czasach trwania od kilku nanosekund) itp..

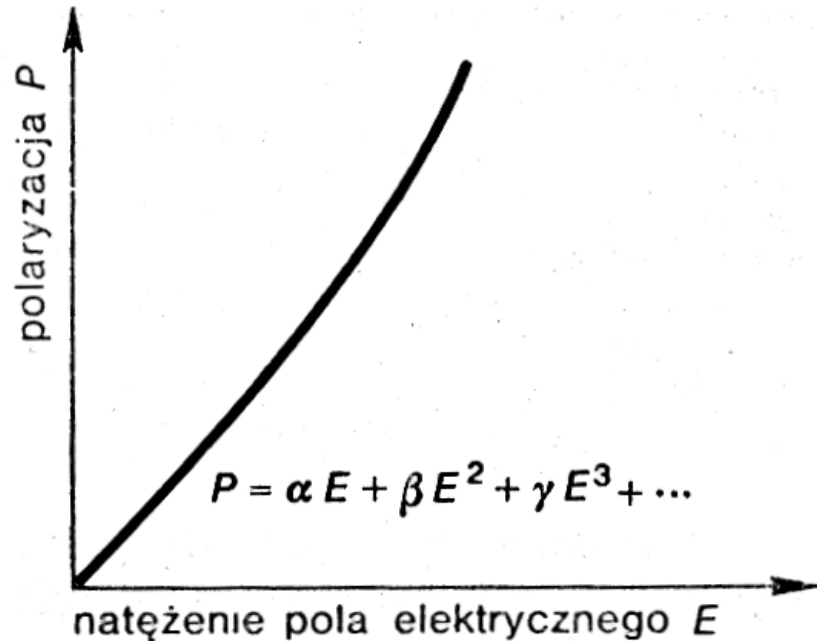


Podstawa optyki nieliniowej

- Polaryzacja dielektryka dla silnych pól elektrycznych nie jest funkcją liniową



a)

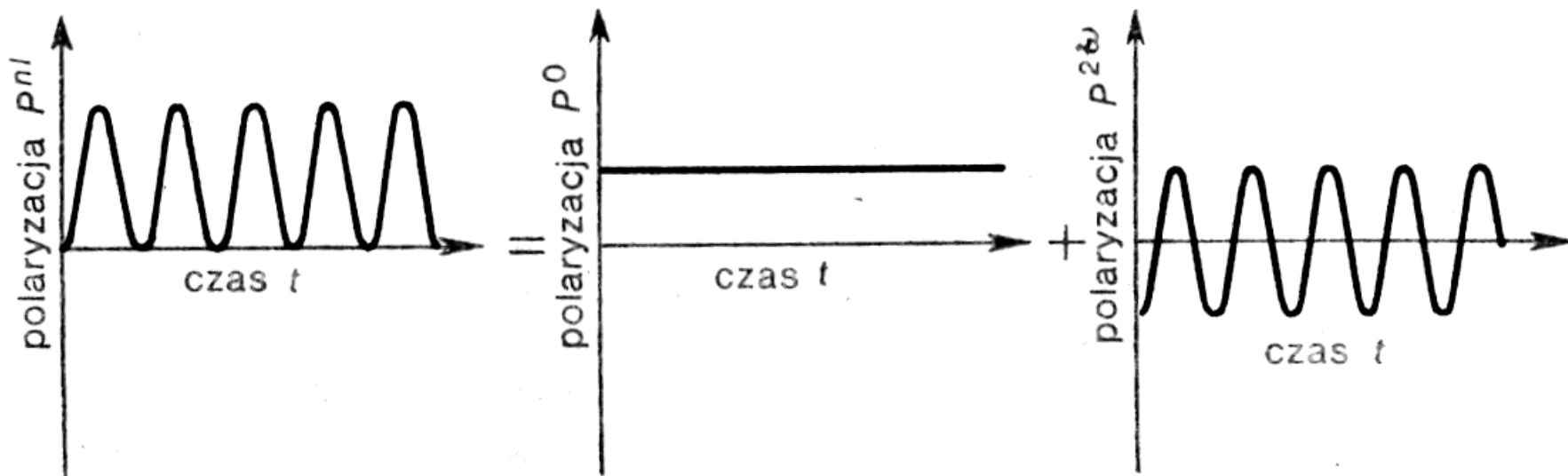


b)

Zależność polaryzacji P od natężenia przyłożonego pola elektrycznego E : a) dielektryk liniowy, b) dielektryk nieliniowy. Współczynniki α , β i γ oznaczają odpowiednio: makroskopową polaryzowalność liniową, polaryzowalność drugiego rzędu oraz polaryzowalność trzeciego rzędu

Podwajanie częstotliwości światła (wytwarzanie drugiej harmonicznej)

- Wartość stałej β dla ośrodka anizotropowego jest różna od zera.
- Jeżeli pole elektryczne fali świetlnej padające na taki ośrodek zmienia się periodycznie wraz z częstotliwością ω , co opisuje funkcja $\sin(\omega t)$, to periodycznie zmienia się również składowa polaryzacji nieliniowej ośrodka zależna od kwadratu natężenia pola elektrycznego padającej fali.

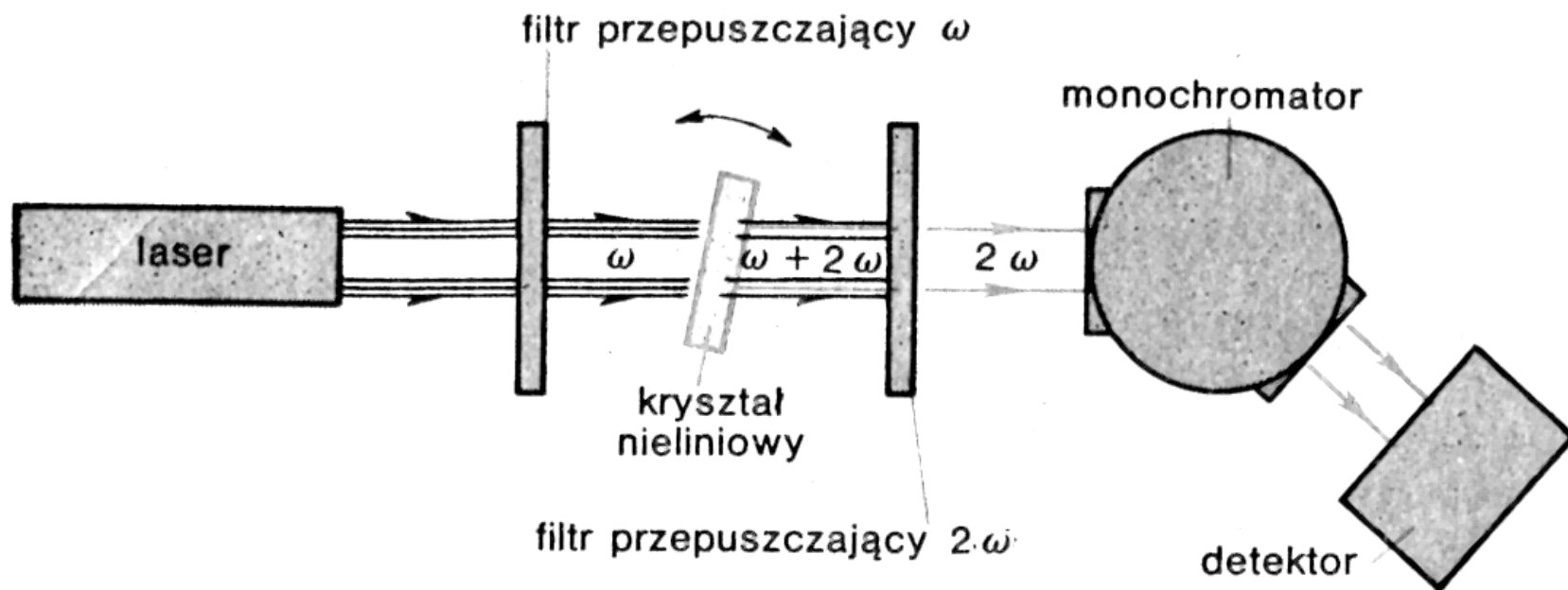


$$p^{nl} = \beta \cdot E^2 = \beta E_0^2 \sin^2 \omega t$$

$$p^{nl} = \frac{1}{2} \beta E_0^2 - \frac{1}{2} \beta E_0^2 \cos 2\omega t = p^0 + p^{2\omega}$$

Analiza graficzna funkcji opisującej polaryzację zależną od kwadratu natężenia pola elektrycznego. Polaryzację tę można rozłożyć na składowe o częstościach 2ω i 0

- Takie zmiany polaryzacji ośrodka to nic innego, jak zmiany momentu dipolowego, a co za tym idzie – promieniowanie fali elektromagnetycznej

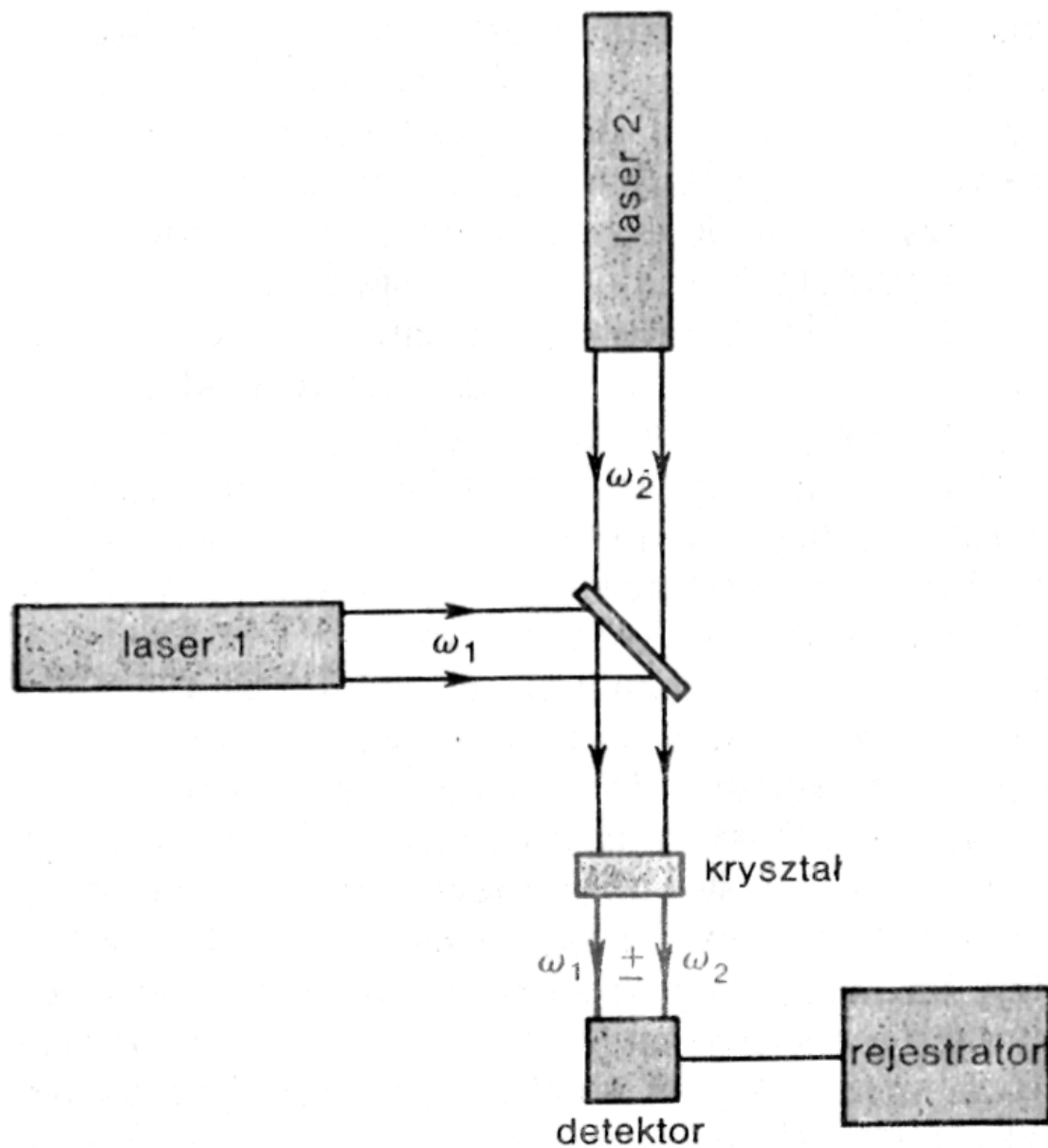


Schemat układu doświadczalnego służącego do generacji drugiej harmonicznej światła

- Podobnie można dokonać potrojenia częstotliwości (do tego nawet nie trzeba ośrodków anizotropowych).

Mieszanie częstotliwości

- Mieszanie częstotliwości jest procesem, polegającym na uzyskiwaniu fal o częstotliwościach będących sumą i różnicą częstotliwości mieszanych fal. Jest on możliwy dzięki nieliniowej charakterystyce polaryzacji ośrodka.
- Podobne zjawisko odbywa się w każdym superheterodynowym odbiorniku (radiowym czy telewizyjnym), gdzie w tym celu wykorzystuje się układy elektroniczne zwane mieszaczami iloczynowymi. Mieszanie zawsze odbywa się na nieliniowej części charakterystyki takiego układu.



Schemat układu do otrzymywania i rejestracji optycznych częstotliwości sumacyjnych i różnicowych

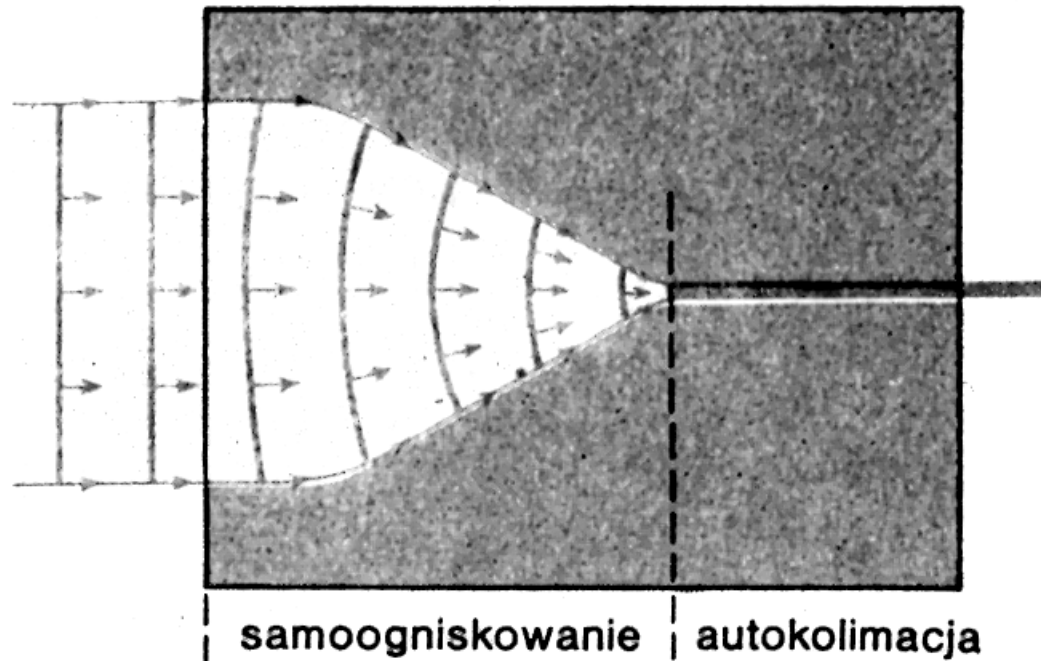
Samoogniskowanie i autokolimacja

- Natężenie światła wiązki laserowej w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wiązki nie jest stałe – maleje ono wraz z odległością od środka wiązki.
- Współczynnik załamania światła w ośrodkach nieliniowych jest funkcją natężenia pola elektrycznego:

$$n(E) = n_0 + n_2(E^2) + \dots$$

i maleje wraz z odległością od środka wiązki

- Promienie świetlne poruszają się więc tym wolniej, im bliżej leżą środka wiązki.
- Ośrodek działa podobnie do soczewki skupiającej, kierując światło do środka wiązki.

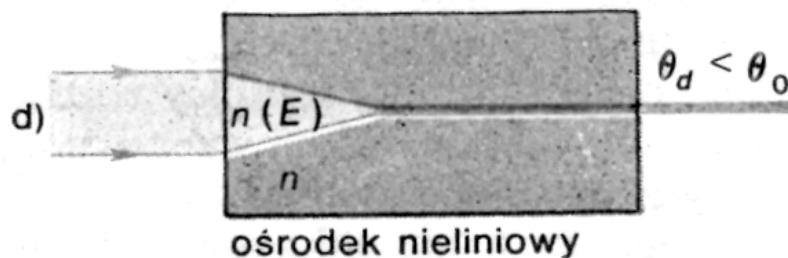
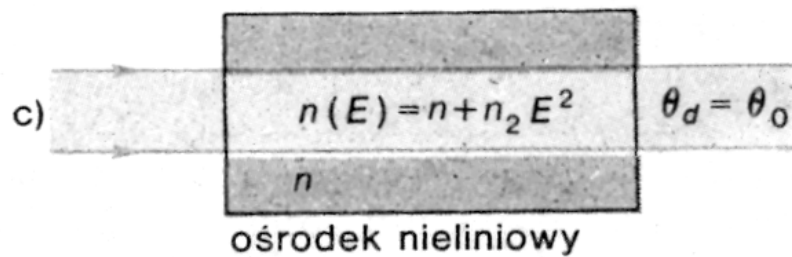
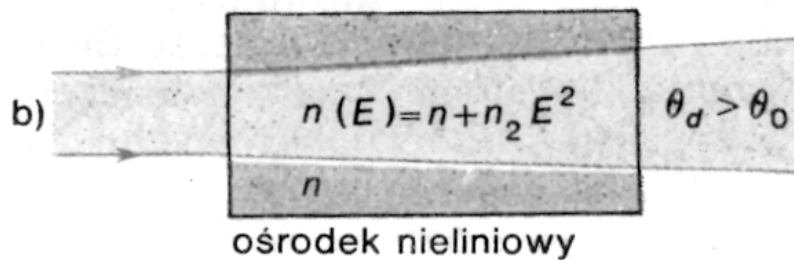
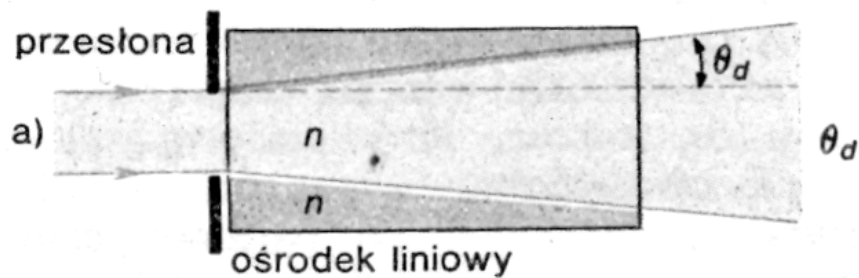


Samoogniskowanie i autokolimacja silnej wiązki świetlnej w ośrodku nieliniowym. Widać stopniową deformację powierzchni fazowych w ośrodku

- Analogia między ogniskowaniem przez soczewkę i samoogniskowaniem kończy się po skupieniu wiązki – światło rozchodzi się dalej w postaci cienkiej, skolimowanej nici. Takie zjawisko nazywa się autoklimacją.

Nieco inne spojrzenie na samoogniskowanie i autokolimację

- Nawet skolimowana wiązka laserowa na skutek dyfrakcji będzie lekko rozbieżna.
- Jeżeli wiązka rozchodzi się w ośrodku nieliniowym, to współczynnik załamania w obszarze wiązki jest większy niż na zewnątrz, więc porusza się ona w wytworzonym przez siebie światłowodzie (fallowodzie).
- Jeżeli kąt rozbieżności wiązki wynikający ze zjawiska dyspersji jest większy od kąta granicznego pozwalającego na całkowite wewnętrzne odbicie od „granicy” wiązki, to będzie ona rozbieżna. Jeżeli kąty te będą równe, to szerokość wiązki będzie stała. Jeżeli kąt rozbieżności będzie mniejszy od kąta granicznego, to nastąpi zjawisko samoogniskowania i autokolimacji



Przechodzenie wiązki laserowej przez ośrodek liniowy i nieliniowy

Zjawiska optyczne związane z dużymi prędkościami

Ciśnienie promieniowania elektromagnetycznego

- Fala elektromagnetyczna nie ma masy. Jednakże, zgodnie z wynikami szczególnej teorii względności przenosi pęd.
- Niech na powierzchnię ΔS pada w czasie Δt promieniowanie elektromagnetyczne o energii ΔE . Strumień energii padającej na tą powierzchnię definiujemy jako

$$\sigma_E = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t}$$

- Załóżmy, że powierzchnia pochłania padające na nią promieniowanie. W czasie Δt promieniowanie elektromagnetyczne przekazuje powierzchni ΔS pęd równy.

$$\Delta p = \frac{\Delta E}{c}$$

- Siła działająca ze strony promieniowania na rozpatrywaną powierzchnię wynosi więc

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

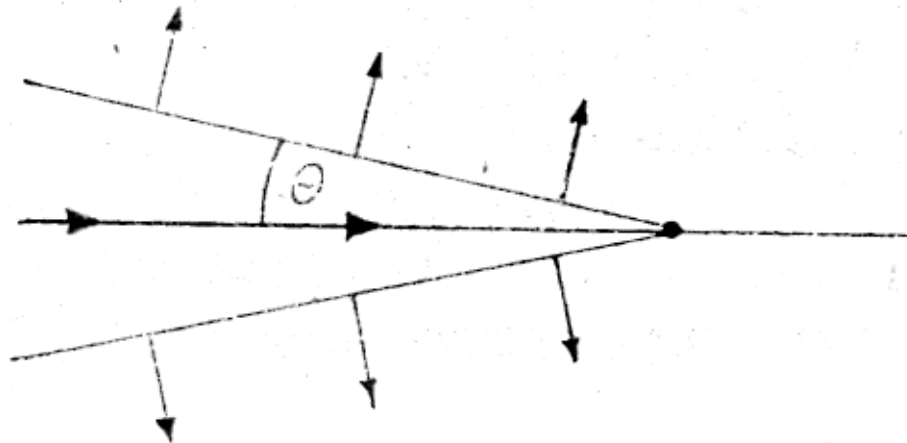
- Ciśnienie wywierane na rozpatrywaną powierzchnię przez falę elektromagnetyczną wynosi więc

$$p = \frac{F}{\Delta s} = \frac{\Delta p}{\Delta s \Delta t} = \frac{\Delta E}{c \Delta s \Delta t} = \frac{\sigma_E}{c}$$

Promieniowanie Czerenkowa

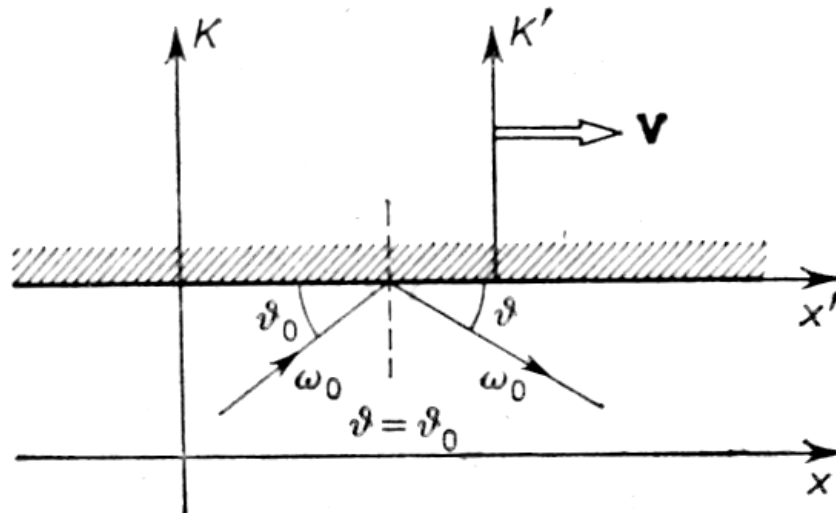
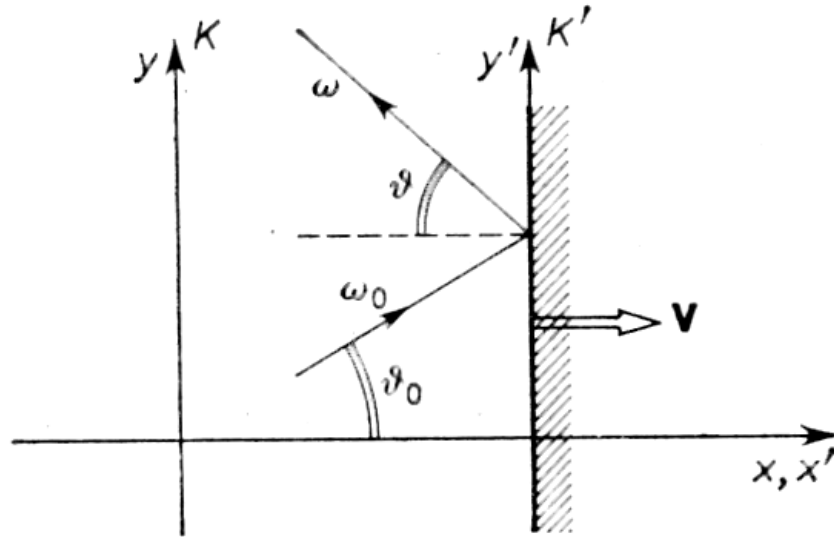
- Rozpatrzmy cząstkę naładowaną (np.. elektron), który wleciał do ośrodka o współczynniku załamania n z prędkością v większą od c/n .
- Elektron ten nie może poruszać się w tym ośrodku z tak dużą prędkością (bo jego prędkość jest większa od prędkości światła). Elektron ten zostanie wyhamowany (spowolniony) do prędkości $v=c/n$. Na skutek hamowania, wyemituje on falę elektromagnetyczną.
- Powierzchnia falowa promieniowania emitowanego przez cząstkę stanowi powierzchnię stożka, którego oś pokrywa się z torem cząstki, a kąt połówkowej rozwartości spełnia warunek

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}$$



- Zauważmy, że cząstka naładowana poruszająca się ruchem jednostajnym nie wysyła promieniowania elektromagnetycznego. Wynika to z tego, że wszystkie układy inercjalne są równouprawnione, więc opisując zachodzące z nią zjawiska w układzie związanym z tą cząstką, mówimy że jest ona w spoczynku, a więc nie wytwarza zmiennego pola elektrycznego, a co za tym idzie nie promieniuje.

Odbicie od poruszającej się powierzchni (zwierciadła)



- Jeżeli powierzchnia zwierciadła jest równoległa do kierunku ruchu, to mamy klasyczne odbicie.
- Jeżeli powierzchnia zwierciadła jest prostopadła do kierunku ruchu, to mamy ciekawe efekty.
- Zmienia się częstotliwość fali odbitej (w sumie należałoby tego oczekiwać – efekt podobny do efektu Dopplera):

$$\frac{f}{f_0} = \frac{\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - 2\frac{v}{c}\cos\vartheta_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- Kąt odbicia nie jest równy kątowi padania:

$$\tan \vartheta = - \frac{\sin \vartheta_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}{\left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \cos \vartheta_0 - 2 \frac{v}{c}}$$