

MiBM sem. III

Zakres materiału wykładu z fizyki

1. Dynamika układów punktów materialnych
2. Elementy mechaniki relatywistycznej
3. Podstawowe prawa elektrodynamiki i magnetyzmu
4. Zasady optyki geometrycznej i falowej
5. Elementy optyki relatywistycznej
6. Podstawy akustyki
7. Mechanika kwantowa i budowa materii
8. Fizyka laserów
9. Podstawy krystalografii
10. Metale i półprzewodniki

Kinematyka

Podstawowe pojęcia

- Kinematyka jest częścią mechaniki, zajmującą się opisem ruchu, bez wnikania w to, jakie są tego ruchu przyczyny.
- Metody opisu ruchu ciał materialnych zależą od tego, jak sobie te ciała wyobrażamy.
- W mechanice (jak i w całej fizyce) uciekamy się do pewnych uproszczeń i idealizacji rzeczywistych ciał materialnych i ich zachowania, starając się by w kolejnych przybliżeniach osiągnąć coraz to doskonalszy opis i zrozumienie zjawisk.
- Najdalej posuniętą idealizacją ciała materialnego jest *punkt materialny*. Rozważając ciało, jako punkt materialny, całkowicie pomijamy jego rozciągłość przestrzenną, a jedyną cechą ciała, jaką bierzemy pod uwagę jest jego *masa* m .

- To, czy dane ciało można uważać za punkt materialny, zależy nie tylko od tego, czym jest to ciało, ale także od rodzaju rozpatrywanych zjawisk. Niekiedy całą Ziemię możemy traktować jako punkt materialny (np., gdy opisujemy jej przybliżony ruch wokół Słońca), w innych przypadkach nawet pojedynczego atomu nie można traktować, jako punkt materialny (np. rozważając jego budowę materialną).

- Kolejnym przybliżeniem jest możliwość uwzględnienie kształtów i rozmiarów ciała, a pominięcie wszelkich zmian tych rozmiarów w wyniku ruchu i oddziaływań z zewnątrz. Weźmy pewien obszar przestrzeni wypełniony masą w sposób ciągły. Gęstość masy definiowana jest jako

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

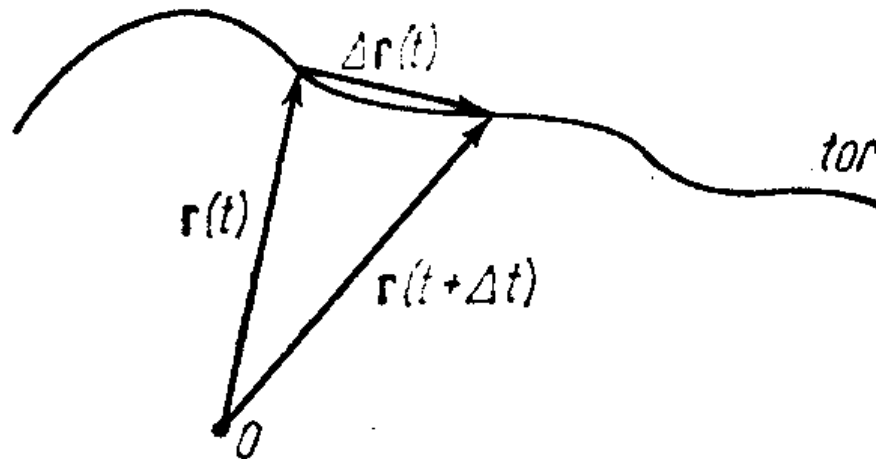
gdzie dV jest elementem objętości o masie dm .

Bryłą sztywną będziemy nazywać obszar przestrzenny o kształtach i rozmiarze raz na zawsze ustalonych, wypełniony masą w sposób ciągły, przy czym masa może być jedynie funkcją współrzędnych w układzie odniesienia, w którym bryła spoczywa

- W pewnych przypadkach należy również uwzględnić możliwość odkształcania się ciała. Prowadzi to do kolejnej idealizacji, polegającej na tym, że ciało traktujemy jako pewien obszar przestrzenny wypełniony materią w sposób ciągły, ale nie zakładamy, że rozmiary, kształt tego obszaru i rozkład masy (funkcja gęstości) są niezależne od czasu. Tego rodzaju idealizację będziemy nazywać *ośrodkiem ciągłym*.

- Przez *ruch* ciała rozumiemy przemieszczanie się ciała względem innych ciał. Ciało lub układ ciał, względem którego rozpatrujemy ruch nazywamy *układem odniesienia*. Z układem odniesienia sztywno wiążemy *układ współrzędnych*.
- Aby opisać położenie punktu materialnego, w wybranym układzie współrzędnych, musimy podać składowe wektora poprowadzonego z pewnego punktu w tym układzie („początku: układu) do punktu materialnego. Wektor ten nazywamy *wektorem położenia* tego punktu.
- Jeżeli rozpatrywany punkt się porusza, składowe wektora położenia są pewnymi funkcjami czasu. Z doświadczenia wynika, że funkcje te są co najmniej dwukrotnie różniczkowalne.

- W czasie ruchu koniec wektora położenia zatacza w przestrzeni pewną krzywą, którą nazywamy **tor** punktu materialnego.



- Drogą** s przebytą przez punkt w czasie ruchu nazywamy długość łuku toru zakreślonego przez koniec wektora $r(t)$ w danym czasie.
- Prędkością** nazywamy wektor

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- Wektor prędkości jest zawsze styczny do toru.
- *Przyspieszeniem* nazywamy wektor

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

- Wektor przyspieszenia zwykle nie jest styczny do toru

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left(\vec{t} v \right) = v \frac{d\vec{t}}{dt} + \vec{t} \frac{dv}{dt} = \vec{n} \frac{v^2}{\rho} + \vec{t} \frac{dv}{dt} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

gdzie

wektor $\vec{t}$ jest jednostkowym wektorem stycznym do toru w danym punkcie,

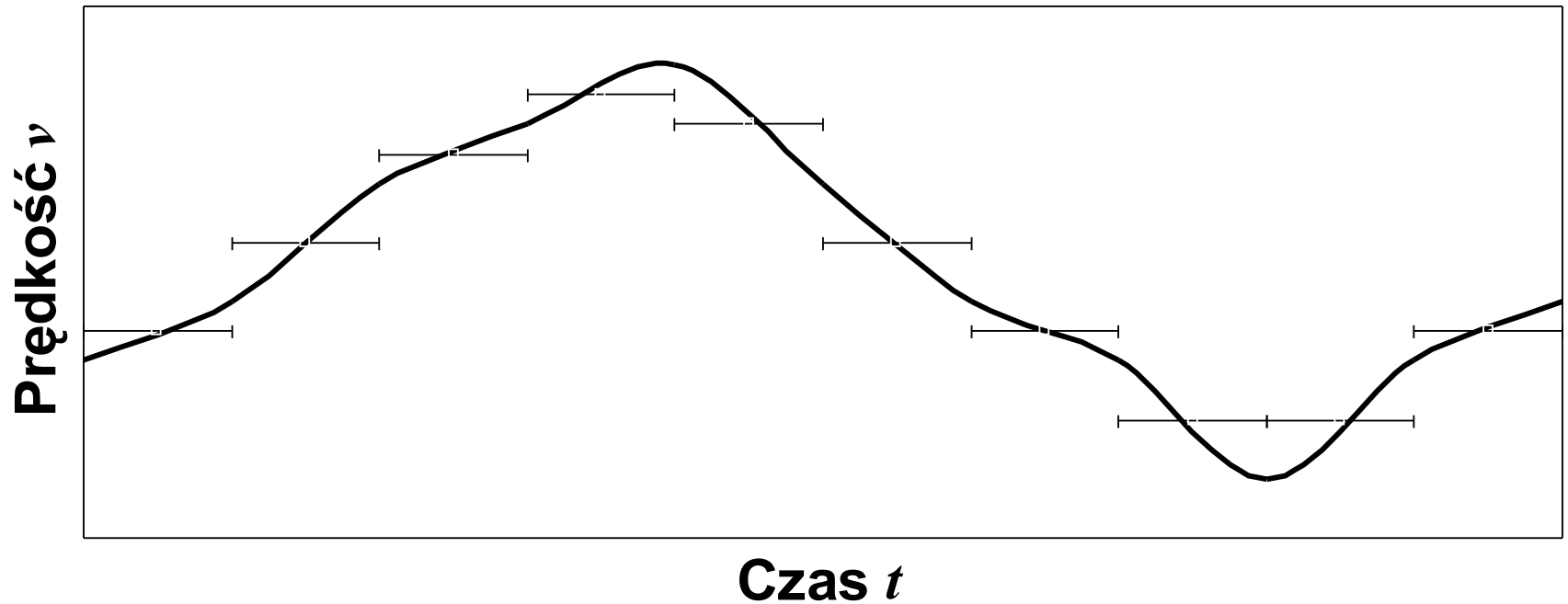
wektor $\vec{n}$ jest jednostkowym wektorem normalnym do toru w tym punkcie, skierowanym w kierunku środka krzywizny toru

- Ruch będziemy nazywać *płaskim*, gdy tor leży całkowicie w jednej, ustalonej płaszczyźnie.
- Ruch będziemy nazywać *okresowym*, gdy funkcja $r(t)$ jest okresowa.
- Ruch będziemy nazywać *jednostajnym*, gdy wektor prędkości v jest stały.
- Ruch będziemy nazywać *jednostajnie przyspieszonym*, gdy wektor przyspieszenia a jest stały

Związki między drogą, prędkością, przyspieszeniem i czasem w ruchu prostoliniowym

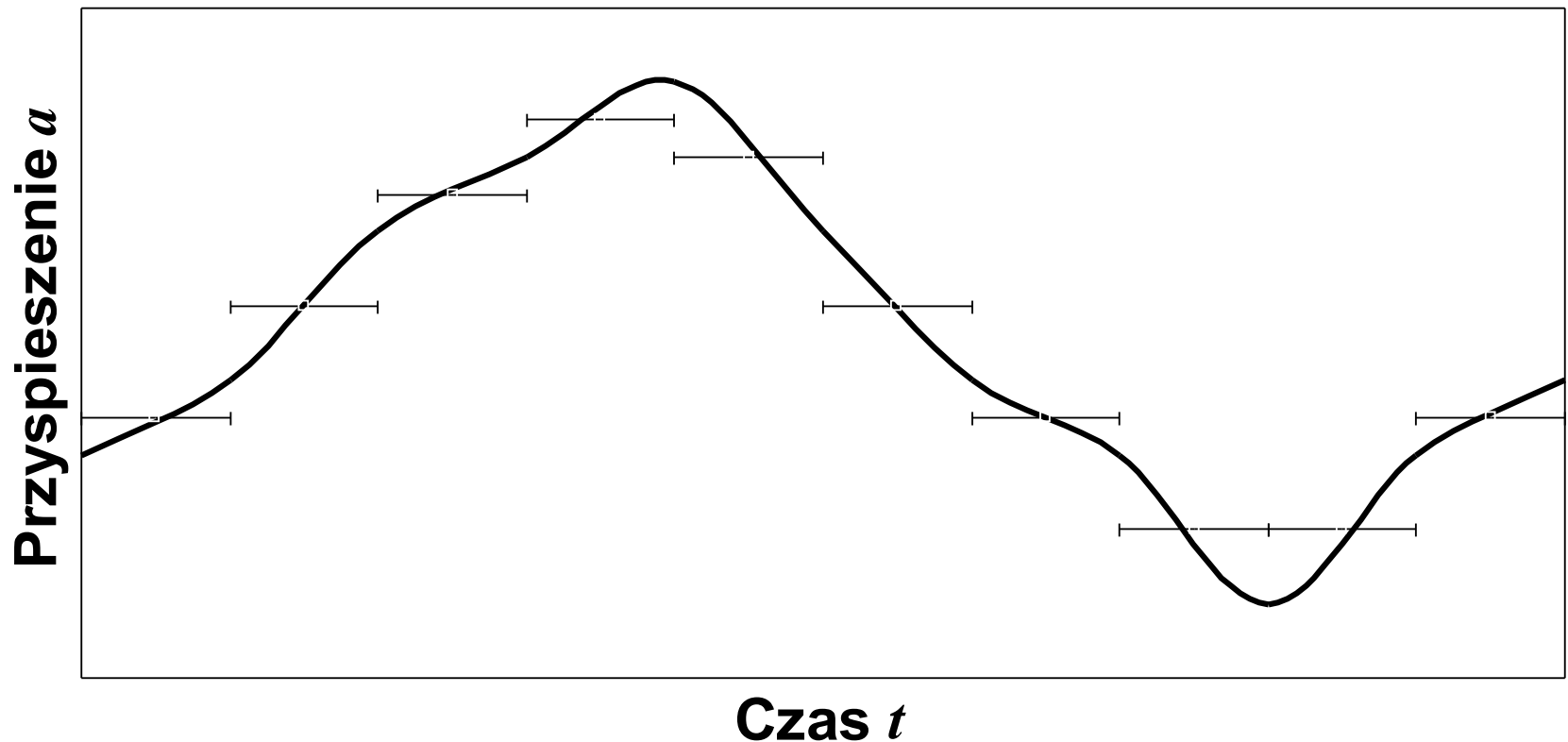
- Znajomość zależności prędkości od czasu pozwala wyznaczyć zmianę położenia punktu w czasie ruchu

$$\Delta s(t) = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i v(t_i) \Delta t_i = \int_0^t v(t) dt$$



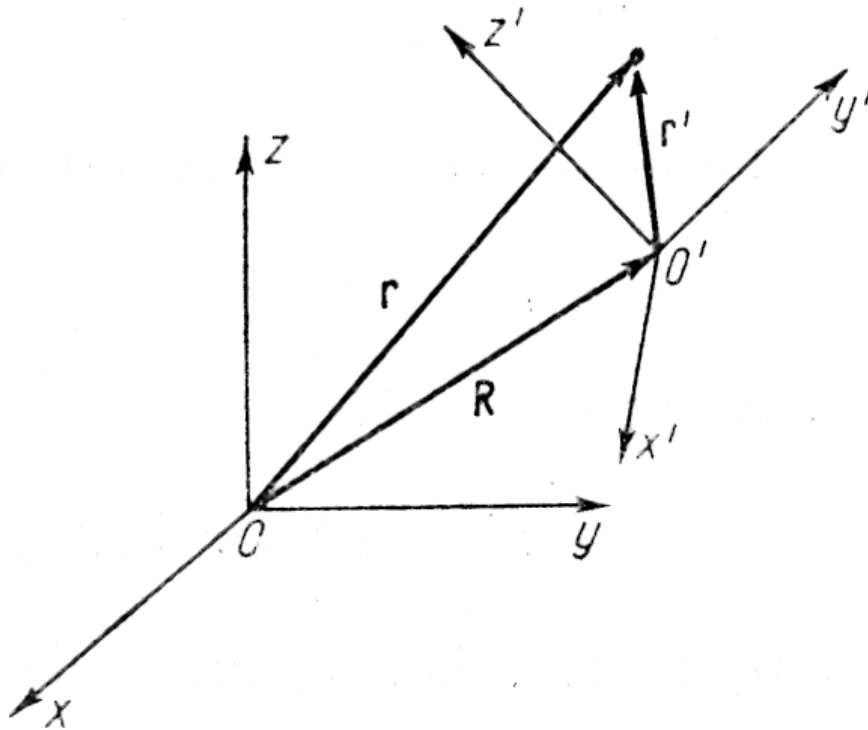
- Analogicznie, znajomość przyspieszenia pozwala wyznaczyć zmianę prędkości ciała w czasie ruchu

$$\Delta v(t) = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i a(t_i) \Delta t_i = \int_0^t a(t) dt$$



Opis ruchu w dwóch układach odniesienia poruszających się względem siebie

- Załóżmy, że w chwili t wektor położenia układu U' względem układu U ma wartość $\mathbf{R}$. Niech położenie punktu materialnego w układzie U określone będzie wektorem $\mathbf{r}$, a w układzie U' wektorem $\mathbf{r}'$.



- Zachodzi oczywiście równanie:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$$

- Interesuje nas przede wszystkim związek między prędkościami i przyspieszeniami mierzonymi w obu układach, zdefiniowanymi jako

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt}, \quad \vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt}$$

- Najogólniejsze przemieszczenie jednego układu względem innego jest superpozycją przesunięcia i obrotu wokół pewnej osi. Podział ten nie jest jednoznaczny, tzn. istnieje pewna dowolność w wyborze osi obrotu.

- Załóżmy, że oś obrotu przechodzi przez początek układu U' , oraz, że rozważamy ruch w bardzo krótkim odcinku czasu, wskutek czego wektor przesunięcia $d\vec{R}$ oraz kąt, o jaki obróci się układ U' będą niewielkie. W takim przypadku

$$d\vec{r} = d\vec{r}' + d\vec{R} + d\vec{\phi} \times \vec{r}'$$

- Wyliczając pochodne wektora $\vec{r}$ po czasie mamy:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{\phi}}{dt} \times \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{tr} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

gdzie $\vec{v}_{tr} = \frac{d\vec{R}}{dt}$ $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$

- Podobne rozważania dla przyspieszenia dają:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{tr} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\gamma} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

gdzie $\vec{a}_{tr} = \frac{d\vec{v}_{tr}}{dt}$, $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Dynamika punktu materialnego

I zasada dynamiki Newtona

- Przez *układ odosobniony* rozumiemy taki system fizyczny, który jest doskonale odizolowany od jakichkolwiek wpływów zewnętrznych.
- I zasada dynamiki Newtona jest postulatem, że *Istnieje taki układ odniesienia, zwany **układem inercyjnym**, w którym układ odosobniony porusza się ruchem jednostajnym lub spoczywa.*
- Z istnienia jednego układu inercjalnego wynika, że istnieje ich nieskończenie wiele, bo każdy układ poruszający się ruchem jednostajnym lub spoczywający względem układu inercjalnego jest układem inercyjnym. Przypominam, że

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{tr} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\gamma} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

- Jeżeli mamy dwa układy inercjalne, to prędkości w tych układach będą spełniać warunek

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{tr} + \vec{\omega} \times \vec{r}' = \vec{v}' + \vec{v}_{tr}$$

Jest to tzw. *Galileuszowskie prawo dodawania prędkości*.
 Całkując to równanie względem czasu przy stałym $\vec{v}_{tr} = \vec{V}$ dostajemy równanie

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t, \quad t = t'$$

Jest to tzw. *szczególna transformacja Galileusza*.
 Dopisane zostało do niej równanie stwierdzające, że czas nie zależy od tego, w którym układzie się go mierzy.

II zasada dynamiki Newtona

- W układzie inercyjnym, ciało, na które nie działają siły, porusza się ruchem jednostajnym. Co się będzie działo, gdy w układzie inercyjnym zaczną na to ciało działać siły? Doświadczenie uczy, że skutkiem ich działania będzie zmiana prędkości tego ciała, czyli zacznie się ono poruszać z przyspieszeniem. Związek między siłą działającą na ciało i jego przyspieszeniem określa *druga zasada dynamiki Newtona*:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Siła definiuje ruch ciała, tzn. sposób poruszania się ciała jest całkowicie określony przez siłę, która na to ciało działa.
- Istnieje możliwość wyznaczenie zależności położenia, prędkości, przyspieszenia ciała w zależności od czasu na podstawie informacji o działającej na nie siły. Wymaga to jednak rozwiązania równania różniczkowego postaci (równania ruchu):

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = F(\vec{r}, t)$$

Przykłady rozwiązań równania ruchu:

- **Ruch jednostajnie zmienny:**

$$F = \text{const.}$$

Jeżeli siła będzie działała wzdłuż osi OX układu współrzędnych, to zależność położenia od czasu dana jest równaniem

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Wartość stałych x_0 , v_0 , należy dobrać z warunków początkowych

- **Ruch harmoniczny:**

$$F = -kx$$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

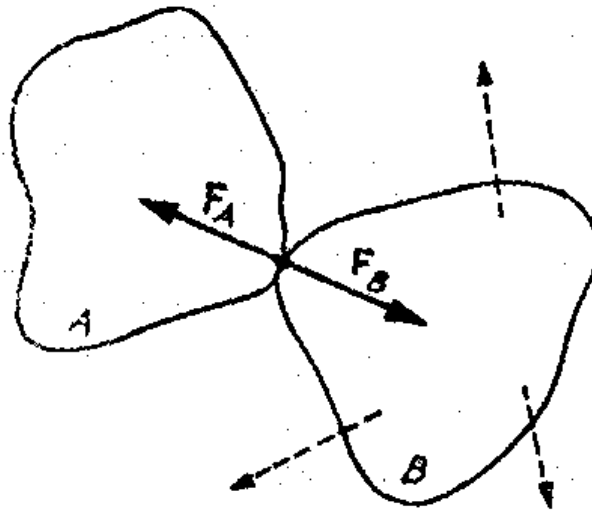
- **Ruch harmoniczny tłumiony**

$$F = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

III zasada dynamiki Newtona

- *III zasada dynamiki Newtona* dotyczy wzajemnego oddziaływania ciał. Mówi ona, że jeżeli ciało A działa na ciało B siłą $\mathbf{F}_B$, to ciało B działa na ciało A siłą $\mathbf{F}_A$ równą co do wartości $\mathbf{F}_B$, posiadającą ten sam kierunek i przeciwny zwrot. Proszę zwrócić uwagę, że siły te są przyłożone do różnych punktów (ciał)!!!



Zasada zachowania pędu

- Pędem ciała o masie m i prędkości $\vec{v}$ nazywamy wielkość

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Zauważmy, że

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \frac{d}{dt} m\vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

- Warunkiem koniecznym, niezbędnym do zmiany pędu ciała jest działanie na niego zewnętrznej siły. Wynika z tego, że pęd ciała, na które nie działają siły jest stały

- W przypadku układu odosobnionego, złożonego z wielu punktów materialnych, jedynymi siłami oddziałującymi na punkty materialne z układu są siły pochodzące od innych punktów układu. Rozpatrzmy 2 punkty materialne, należące do układu odosobnionego. Zmiana pędu punktu nr 1 w wyniku oddziaływania z punktem nr 2 będzie równa

$$d\vec{p}_1 = \vec{F}_1 dt$$

gdzie $\vec{F}_1$ jest siłą z jaką oddziałuje punkt nr 2 na punkt nr 1, zaś dt – czasem tego oddziaływania. Zmiana pędu punktu nr 2 będzie równa:

$$d\vec{p}_2 = \vec{F}_2 dt$$

- Na mocy II zasady dynamiki Newtona, czas oddziaływania punktu nr 2 na punkt nr 1 jest taki sam, jak czas oddziaływania punktu nr 1 na punkt nr 2. Ponadto

$$\overrightarrow{F_1} = - \overrightarrow{F_2}$$

Wynika z tego, że

$$d \overrightarrow{p_1} = - d \overrightarrow{p_2}$$

- Podobną analizę można przeprowadzić dla dowolnej pary punktów należących do układu.

- Z powyższego wynika, że suma pędów wszystkich punktów materialnych należących do układu odosobnionego jest stała. Prawo to nazywamy *zasadą zachowania pędu*.

$$\sum_i \vec{p}_i = \vec{P} = \overrightarrow{const.}$$

Zasada zachowania energii

- Rozpatrzmy punkt materialny, na który działa siła $\vec{F}$. Z II zasady dynamiki:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

- Mnożąc skalarnie obie strony równania przez wektor prędkości $\vec{v}$ otrzymujemy

$$\vec{v} \cdot m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{mv^2}{2} = \frac{dE_k}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- Całkując powyższe równanie po czasie od $t=t_1$ do $t=t_2$ otrzymujemy.

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dE_k}{dt} dt = E(t_2) - E(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = W(t_1, t_2)$$

Powyższe równanie mówi, że zmiana energii kinetycznej w czasie od chwili t_1 do chwili t_2 jest równa pracy siły F wykonanej w tym czasie.

- Niech C będzie krzywą, po której porusza się nasz punkt materialny pomiędzy punktami P_1 i P_2 . Teraz pracę wykonaną przez siłę F możemy zapisać

$$W(P_1, P_2) = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Załóżmy, że siła $\mathbf{F}$ jest niezależna od prędkości punktu materialnego. Załóżmy ponadto, że jest ona równa

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial x} \\ \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial y} \\ \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial z} \end{pmatrix}$$

gdzie $V(\mathbf{r}, t)$ jest pewną funkcją skalarną (o takich siłach mówimy, że są **potencjalne**, a funkcję $V(\mathbf{r}, t)$ jest **potencjałem**). W szczególnym przypadku, gdy potencjał nie zależy także od czasu, siłę $\mathbf{F}$ nazywamy **zachowawczą**, a potencjał nazywamy **energią potencjalną**

$$E_p(\vec{r}) \equiv V(\vec{r})$$

- Dla sił zachowawczych mamy

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dE_p$$

i praca wykonana przez siłę **F** nie zależy od krzywej, po której porusza się punkt materialny, a tylko od punktów P_1 i P_2 .

- **Energia całkowita** punktu materialnego będziemy nazywać sumę energii potencjalnej i kinetycznej w danej chwili czasu t

$$E = E_k(t) + E_p(\vec{r}, t)$$

- **Przykłady sił zachowawczych:**

2. Siły grawitacyjne
3. Siły sprężystości
4. Siły elektrostatyczne