



Politechnika Białostocka
Wydział Elektryczny
Katedra Elektrotechniki, Energoelektroniki i Elektroenergetyki

Instrukcja
do pracowni specjalistycznej z przedmiotu

Technologie informacyjne

Kod przedmiotu: **EMS1A1008**

(studia stacjonarne)

MATLAB CZ. 2 MACIERZE - WYKORZYSTANIE OPERATORÓW MACIERZOWYCH I TABLICOWYCH, TWORZENIE WYKRESÓW FUNKCJI

Numer ćwiczenia

TI_07

Autor:
dr inż. Jarosław Forenc

Białystok 2025



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Spis treści

1. Opis stanowiska	3
1.1. Stosowana aparatura	3
1.2. Oprogramowanie	3
2. Wiadomości teoretyczne.....	3
2.1. Wprowadzenie.....	3
2.2. Operacje na macierzach i wektorach.....	3
2.3. Funkcje przekształcające macierze i wyznaczające wielkości je charakteryzujące.....	6
2.4. Rozwiązywanie układów równań liniowych.....	9
2.5. Wielomiany.....	10
2.6. Tworzenie i usuwanie okien graficznych.....	12
2.7. Grafika dwuwymiarowa (2D)	14
2.8. Grafika trójwymiarowa (3D)	21
3. Przebieg ćwiczenia.....	26
4. Literatura.....	29
5. Pytania kontrolne	30
6. Wymagania BHP	30

Materiały przygotowane w ramach projektu „PB 5.0 - dostosowanie oferty dydaktycznej Politechniki Białostockiej do potrzeb nowoczesnej gospodarki oraz zielonej i cyfrowej transformacji” (nr umowy FERS.01.05-IP.08-0327/23-00) w ramach programu Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego 2021-2027 współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego Plus.

Publikacja jest udostępniona na licencji Creative Commons - Uznanie autorstwa 4.0 (CC BY 4.0). Pełna treść licencji dostępna na stronie creativecommons.org.

Materiały dydaktyczne przeznaczone dla studentów Wydziału Elektrycznego PB.

© Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka, 2025 (wersja 1.0)

1. Opis stanowiska

1.1. Stosowana aparatura

Podczas zajęć wykorzystywany jest komputer klasy PC z systemem operacyjnym Microsoft Windows 10/11.

1.2. Oprogramowanie

Na komputerach zainstalowany jest pakiet oprogramowania Matlab.

2. Wiadomości teoretyczne

2.1. Wprowadzenie

2.2. Operacje na macierzach i wektorach

Operacje wykonywane na macierzach i wektorach można podzielić na:

- **operacje macierzowe** - określone regułami algebry liniowej,
- **operacje tablicowe** - wykonywane element po elemencie, operatory w tych operacjach poprzedzone są kropką.

Podstawowe operacje i stosowane operatory zostały zestawione w poniższej tabeli.

Operacja	macierzowa	tablicowa	uwagi
dodawanie	+	+	
odejmowanie	-	-	
mnożenie	*	.*	
Operacja	macierzowa	tablicowa	uwagi
potęgowanie	^	.^	
dzielenie prawostronne	/	./	$A ./ B$ $A(i, j) / B(i, j)$
dzielenie lewostronne	\	.\	$A .\ B$ $B(i, j) / A(i, j)$
transpozycja	'	.'	

Poniżej przedstawiono sposób w jaki wykonywane są operacje macierzowe i tablicowe. Załóżmy, że mamy dwie macierze **A** i **B**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

W przypadku dodawania i odejmowania operacje macierzowe i tablicowe wykonywane są w ten sam sposób.

Dodawanie (macierzowe, tablicowe)

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$$

Odejmowanie (macierzowe, tablicowe)

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{bmatrix}$$

Mnożenie (tablicowe)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} & a_{12} \cdot b_{12} \\ a_{21} \cdot b_{21} & a_{22} \cdot b_{22} \end{bmatrix}$$

Mnożenie (macierzowe)

$$\mathbf{A} * \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{bmatrix}$$

Mnożenie tablicowe jest przemienne: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Mnożenie macierzowe nie jest przemienne: $\mathbf{A} * \mathbf{B} \neq \mathbf{B} * \mathbf{A}$. W przypadku mnożenia macierzowego liczba wierszy macierzy **A** musi być równa liczbie kolumn macierzy **B**.

Potęgowanie (tablicowe)

$$\mathbf{A} \wedge k = \begin{bmatrix} a_{11}^k & a_{12}^k \\ a_{21}^k & a_{22}^k \end{bmatrix}$$

Potęgowanie (macierzowe)

$$\mathbf{A} \wedge k = \underbrace{\mathbf{A} * \mathbf{A} * \mathbf{A} * \dots * \mathbf{A}}_k$$

Dzielenie prawostronne (tablicowe)

$$\mathbf{A} ./ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}/b_{11} & a_{12}/b_{12} \\ a_{21}/b_{21} & a_{22}/b_{22} \end{bmatrix}$$

Dzielenie lewostronne (tablicowe)

$$\mathbf{A} .\backslash \mathbf{B} = \mathbf{B} ./ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} b_{11}/a_{11} & b_{12}/a_{12} \\ b_{21}/a_{21} & b_{22}/a_{22} \end{bmatrix}$$

Dzielenie prawostronne (macierzowe)

$$\mathbf{A} / \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^{-1}$$

Dzielenie lewostronne (macierzowe)

$$\mathbf{A} \backslash \mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$$

Transpozycja macierzy zawierającej tylko elementy rzeczywiste daje takie same wyniki przy zastosowaniu obu operatorów - tablicowego i macierzowego. Jeśli macierz zawiera elementy zespolone to zastosowanie operatora tablicowego powoduje tylko zamianę wierszy macierzy z jej kolumnami, natomiast w przypadku operatora macierzowego otrzymana macierz zawiera elementy sprzężone z odpowiednimi elementami macierzy zespolonej.

```
>> A = [1+1i 2-2i; 3-3i 4+4i]
A =
    1.0000+ 1.0000i    2.0000- 2.0000i
    3.0000- 3.0000i    4.0000+ 4.0000i

>> A.'
ans =
    1.0000+ 1.0000i    3.0000- 3.0000i
    2.0000- 2.0000i    4.0000+ 4.0000i

>> A'
ans =
    1.0000- 1.0000i    3.0000+ 3.0000i
    2.0000+ 2.0000i    4.0000- 4.0000i
```

Jeśli jeden z argumentów przy operacjach jest skalar, to zawsze wykonywane są operacje tablicowe, np.

>> A+1 - do każdego elementu macierzy **A** zostanie dodana wartość **1**.

>> A/5 - każdy element macierzy **A** zostanie podzielony przez **5**.

2.3. Funkcje przekształcające macierze i wyznaczające wielkości je charakteryzujące

Funkcje wyświetlające rozmiary macierzy:

size(A)	funkcja wyświetlająca liczbę wierszy i liczbę kolumn macierzy A w postaci dwuelementowego wektora wierszowego
n = size(A,1)	funkcja przypisująca zmiennej n liczbę wierszy macierzy A
m = size(A,2)	funkcja przypisująca zmiennej m liczbę kolumn macierzy A
length(x)	funkcja zwracająca długość wektora x lub dłuższy z wymiarów macierzy (jeśli x jest macierzą)

Funkcje wyświetlające wartości charakteryzujące macierze:

rank(A)	funkcja obliczająca rząd macierzy A (liczbę liniowo niezależnych wektorów tworzących wiersze lub kolumny macierzy)
det(A)	funkcja obliczająca wyznacznik macierzy kwadratowej A
trace(A)	funkcja obliczająca ślad macierzy A (sumę elementów na przekątnej)
E = eig(A)	funkcja zwracająca wektor E zawierający wartości własne macierzy kwadratowej A
[V,D] = eig(A)	funkcja zwracająca: - macierz diagonalną D zawierającą na diagonalu wartości własne macierzy kwadratowej A - macierz V , której kolumny są wektorami własnymi odpowiadającymi kolejnym wartościom własnym

```
>> A = [8 5 6; 3 4 7; 4 7 2];
>> eig(A)
ans =
    15.2888
     2.9210
    -4.2097

>> [V,D] = eig(A)
V =
    0.7293    0.8192   -0.1300
    0.4900   -0.5041   -0.6154
    0.4776   -0.2734    0.7774
D =
    15.2888         0         0
         0     2.9210         0
         0         0    -4.2097
```

Funkcje przekształcające macierze:

<code>inv(A)</code>	funkcja obliczająca macierz odwrotną do macierzy A , taki sam wynik uzyskamy podnosząc macierz A do potęgi -1: $\text{inv}(A) = A^{-1}$
---------------------	--

```
>> A = [8 5 6; 3 4 7; 4 7 2];
>> inv(A)
ans =
    0.2181   -0.1702   -0.0585
   -0.1170    0.0426    0.2021
   -0.0266    0.1915   -0.0904

>> A = [7 6 4; 4 9 1; 6 7 3];
>> inv(A)
```

```
Warning: Matrix is close to singular or badly
scaled. Results may be inaccurate.
RCOND = 6.308085e-018.
```

```
ans =
    1.0e+015 *
    1.8476    0.9238   -2.7714
   -0.5543   -0.2771    0.8314
   -2.4019   -1.2010    3.6029
```

W powyższym przykładzie próbujemy obliczyć macierz odwrotną do macierzy osobiwej. Matlab ostrzega nas komunikatem: „Macierz jest prawie macierzą osobiwą lub jest źle wyskalowana. Wynik może być niepoprawny.” RCOND (reciprocal condition estimate) jest odwrotnością wskaźnika uwarunkowania macierzy.

x = diag(A)	funkcja tworząca wektor x z elementów znajdujących się na głównej przekątnej macierzy A
A = diag(x)	funkcja tworząca macierz przekątniową A z elementami wektora x na głównej przekątnej

```
>> x = [1:5]
x =
     1     2     3     4     5

>> A = diag(x)
A =
     1     0     0     0     0
     0     2     0     0     0
     0     0     3     0     0
     0     0     0     4     0
     0     0     0     0     5
```

W Matlabie istnieje szereg funkcji wykonujących operacje na wektorach.

max(x)	funkcja zwracająca największy element wektora x
min(x)	funkcja zwracająca najmniejszy element wektora x
sum(x)	funkcja zwracająca sumę elementów wektora x
prod(x)	funkcja zwracająca iloczyn elementów wektora x
mean(x)	funkcja zwracająca średnią arytmetyczną elementów wektora x
norm	funkcja obliczająca normę wektora lub macierzy
dot(A,B)	funkcja obliczająca iloczyn skalarny wektorów A i B , wektory A i B powinny mieć taką samą długość
sort(V)	funkcja sortująca elementy wektora V w kolejności rosnącej

<code>diff(V)</code>	funkcja obliczająca różnice pomiędzy sąsiednimi elementami wektora V
<code>cumsum(V)</code>	funkcja obliczająca sumy skumulowane kolejnych elementów wektora V
<code>cumprod(V)</code>	funkcja obliczająca iloczyny skumulowane kolejnych elementów wektora V

Jeśli w powyższych funkcjach **x** jest macierzą dwuwymiarową, to funkcje te zwracają wyniki odnoszące się do poszczególnych jej **kolumn**.

```
>> V = [2 4 1 6 5];
>> mean(V)
ans =
    3.6000

>> sort(V)
ans =
     1     2     4     5     6

>> diff(V)
ans =
     2    -3     5    -1

>> cumsum(V)
ans =
     2     6     7    13    18

>> cumprod(V)
ans =
     2     8     8    48   240
```

2.4. Rozwiązywanie układów równań liniowych

Rozwiązywanie układów równań liniowych w postaci $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ (gdzie **A** - macierz współczynników, **x** - wektor niewiadomych, **b** - wektor wyrazów wolnych) jest jednym z podstawowych zagadnień algebry liniowej. Najprostsza metoda rozwiązania takiego układu polega na zastosowaniu macierzy odwrotnej lub dzielenia lewostronnego.

$\mathbf{x} = \text{inv}(\mathbf{A}) * \mathbf{b}$	rozwiązuje układ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ ($\mathbf{b}$ musi być wektorem kolumnowym)
$\mathbf{x} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b}$	rozwiązuje układ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ ($\mathbf{b}$ musi być wektorem kolumnowym)

Rozwiążmy układ równań:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

```
>> A = [5 4 2; 1 2 0; 3 0 4];
```

```
>> b = [13; 5; 7];
```

```
>> x = inv(A) * b
```

```
x =
    -0.3333
     2.6667
     2.0000
```

```
>> x = A \ b
```

```
x =
    -0.3333
     2.6667
     2.0000
```

2.5. Wielomiany

W Matlabie wielomiany reprezentowane są w postaci wektora wierszowego zawierającego współczynniki wielomianu. Współczynniki są umieszczone w kolejności malejących potęg (od współczynnika stojącego przy najwyższej potędze do współczynnika stojącego przy najniższej).

$\mathbf{Y} = \text{polyval}(\mathbf{P}, \mathbf{X})$	funkcja obliczająca wartość wielomianu $\mathbf{P}$ dla $\mathbf{X}$; $\mathbf{P}$ jest wektorem, którego elementami są współczynniki wielomianu umieszczone w kolejności malejących potęg
---	---

Obliczamy wartość wielomianu $P(x)$ dla $x = 3$:

$$P(x) = 15x^4 - 6x^3 + 4x - 3$$

```
>> P = [15 -6 0 4 -3];
```

```
>> y = polyval(P, 3)
```

```
y =
    1062
```

Jeśli argument **X** funkcji **polyval** jest macierzą lub wektorem, to wartość wielomianu jest obliczana oddzielnie dla każdego elementu tej macierzy lub wektora.

roots (P)	funkcja obliczająca pierwiastki wielomianu P
------------------	---

Szukamy pierwiastków wielomianu **P(x)**:

$$P(x) = 15x^4 - 6x^3 + 4x - 3$$

```
>> P = [15 -6 0 4 -3];
```

```
>> roots(P)
```

```
ans =
    -0.7055
    0.2550 + 0.6412i
    0.2550 - 0.6412i
    0.5954
```

poly (V)	funkcja obliczająca współczynniki wielomianu na podstawie jego pierwiastków zawartych w wektorze V
-----------------	---

```
>> V = [3 7 2 -3 4];
```

```
>> poly(V)
```

```
ans =
         1    -13     41     61   -450    504
```

Wielomian z powyższego przykładu ma postać:

$$P(x) = x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 61x^2 - 450x + 504$$

Funkcja **poly** jest funkcją odwrotną do **roots**, a **roots** - funkcją odwrotną do **poly**:

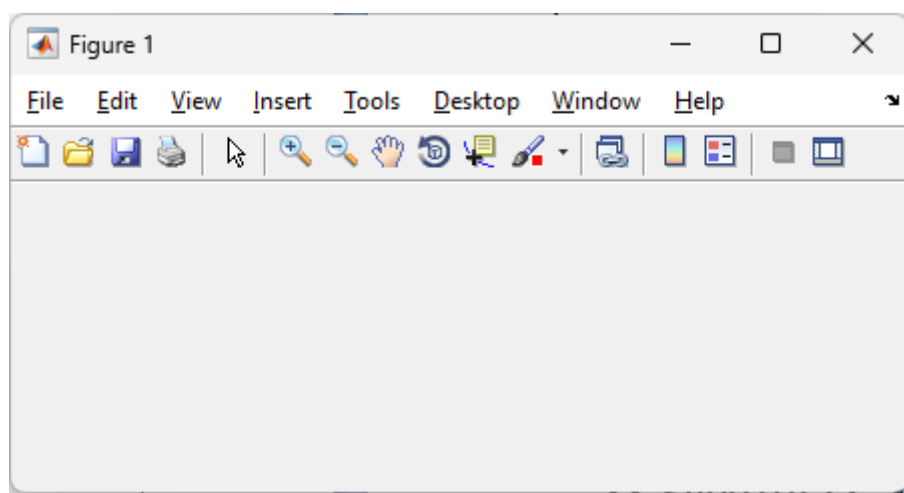
```
>> P = [1 -13 41 61 -450 504];
```

```
>> roots(P)
```

```
ans =
    7.0000
   -3.0000
    4.0000
    3.0000
    2.0000
```

2.6. Tworzenie i usuwanie okien graficznych

Grafika w Matlabie wyświetlana jest w **oknach graficznych**. Jednocześnie może być otwartych kilka okien graficznych, ale tylko jedno z nich jest oknem **aktywnym** (czyli takim, w którym wyświetlane są wyniki działania funkcji graficznych). Jeśli żadne okno graficzne nie jest otwarte, to funkcje graficzne automatycznie tworzą nowe okno. Każde okno graficzne ma unikalny numer wyświetlany w jego nagłówku, np. **Figure 1**, **Figure 2**.



Rys. 1. Okno graficzne

Do obsługi okien graficznych stosowane są poniższe funkcje.

figure	tworzy nowe okno graficzne
figure (n)	tworzy nowe okno graficzne o numerze n (jeśli okno o tym numerze już istnieje, to staje się aktywnym)
close	zamyka aktywne okno graficzne
close (n)	zamyka okno graficzne o numerze n
close all	zamyka wszystkie okna graficzne
clf	czyści zawartość aktywnego okna graficznego

Wyświetlenie w tym samym oknie nowego wykresu powoduje usunięcie poprzedniego. Ustawienie to można zmienić poleceniem **hold**.

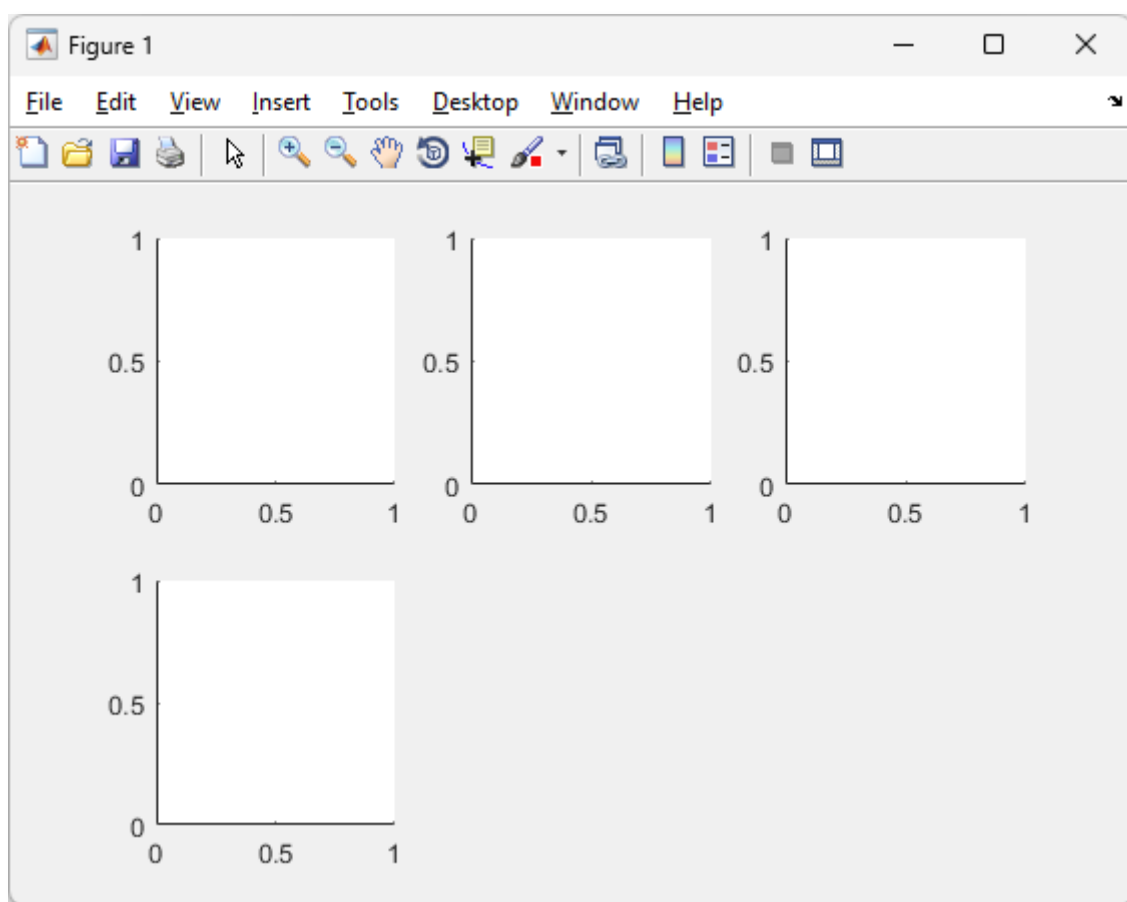
hold on/off	włącza/wyłącza tryb zachowania zawartości okna graficznego
--------------------	--

Jedno okno graficzne można podzielić funkcją **subplot** na kilka części i odwoływać się oddzielnie do każdej z nich.

subplot(n,m,p)	dzieli okno graficzne na mniejsze prostokątne okienka umieszczając je w n -wierszach i m -kolumnach, p - numer aktywnego okienka, w każdym okienku można umieścić odrębny wykres; każde okienko ma własne osie liczbowe; okna graficzne są numerowane od lewej do prawej, wierszami od góry do dołu; funkcja ta służy także do przełączania się pomiędzy wykresami w podzielonym oknie graficznym
-----------------------	--

Przykład:

```
>> subplot(2,3,1)
>> subplot(2,3,2)
>> subplot(2,3,3)
>> subplot(2,3,4)
```



Rys. 2. Podział okna graficznego na mniejsze okienka

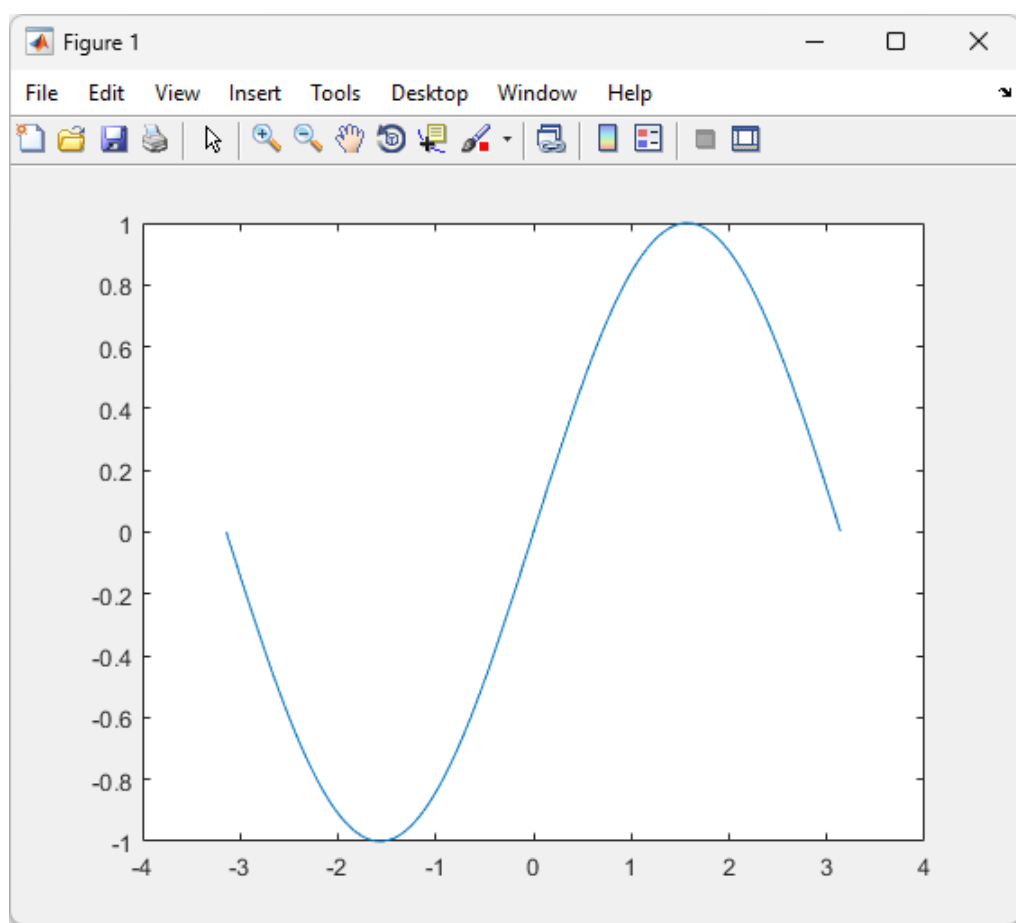
2.7. Grafika dwuwymiarowa (2D)

Do wyświetlania grafiki dwuwymiarowej (krzywych) służy funkcja **plot**. W zależności od liczby argumentów wywołanie funkcji może mieć różną postać.

<code>plot(x,y)</code>	rysuje wykres $y = f(x)$, wektory x i y powinny mieć taką samą długość
<code>plot(y)</code>	rysuje wykres elementów wektora y , przyjmując za x kolejne liczby całkowite począwszy od 1
<code>plot(x,y,s)</code>	rysuje wykres $y = f(x)$ z określeniem sposobu rysowania linii

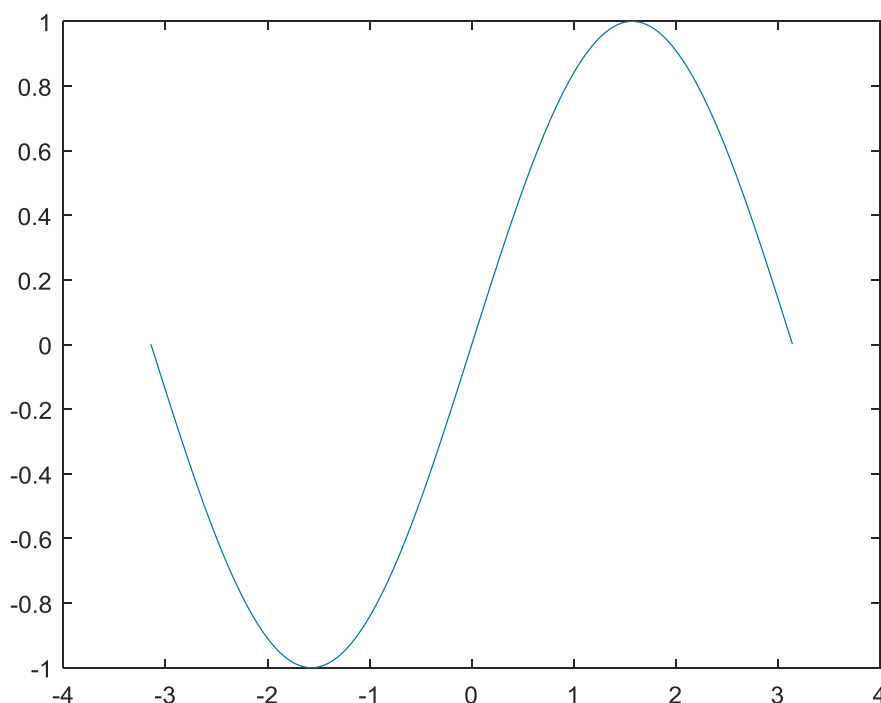
Poniższy przykład pokazuje sposób narysowania wykresu funkcji **sin(x)**. Wykres wyświetlany jest w oknie graficznym **Figure 1** (Rys. 3).

```
>> x = -pi:0.01:pi;  
>> y1 = sin(x);  
>> plot(x,y1)
```



Rys. 3. Wykres funkcji **sin(x)** w oknie graficznym

W przypadku kopiowania wykresu do innego programu, np. edytora tekstu, należy wybrać z menu głównego okna graficznego opcję **Edit → Copy Figure**. W ten sposób otrzymamy tylko wykres wraz z osiami liczbowymi (Rys. 4).



Rys. 4. Wykres funkcji **sin(x)**

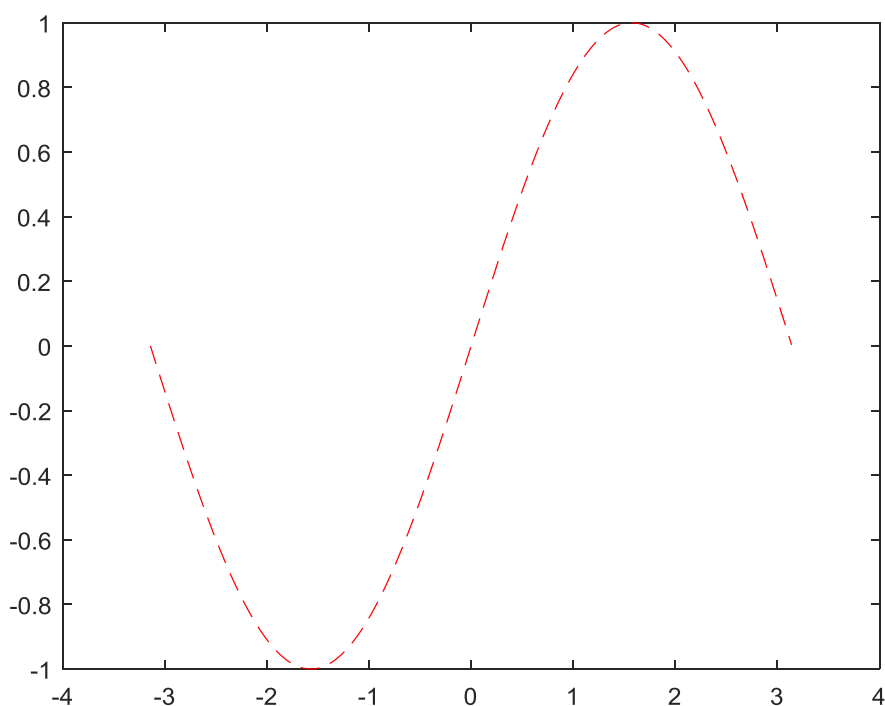
Domyślnie wykres funkcji rysowany jest linią ciągłą w niebieskim kolorze. Do zmiany sposobu rysowania linii służy argument **s** funkcji **plot**. Jest to łańcuch znaków pozwalający określić: rodzaj linii, jej kolor oraz oznaczenie punktów. Możliwe wartości zestawiono w poniższej tabeli.

Znak	Rodzaj linii	Znak	Kolor linii	Znak	Oznaczenie punktów
-	ciągła (domyślna)	y	żółty	+	krzyżyk
--	kreskowana	m	karmazynowy	*	gwiazdka
:	kropkowana	c	turkusowy	.	kropka
-.	kreska-kropka	r	czerwony	o	kółko
		g	zielony	x	iks
		b	niebieski	s	kwadrat
		w	biały	d	romb
		k	czarny	p	gwiazdka pięcioramienna
				h	gwiazdka sześcioramienna

				▼	trójkąt skierowany do dołu
				^	trójkąt skierowany do góry
				<	trójkąt skierowany w lewo
				>	trójkąt skierowany w prawo

Narysowanie tego samego wykresu linią kreskowaną w czerwonym kolorze będzie miało postać:

```
>> x = -pi:0.01:pi;
>> y1 = sin(x);
>> plot(x,y1,'--r')
```



Rys. 5. Wykres funkcji **sin(x)** ze zmianą sposobu rysowania linii

W jednym oknie graficznym może być umieszczonych wiele wykresów. W takim przypadku dane do wykonania tych wykresów podaje się w jednej funkcji **plot**:

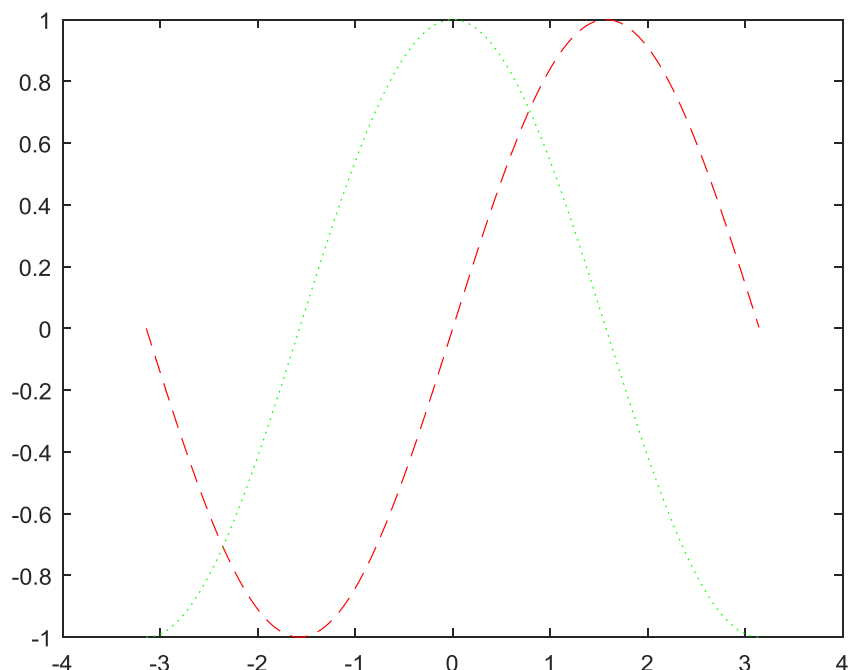
```
plot(x1,y1,x2,y2,...)
```

Dla każdego wykresu można podać oddzielnie sposób rysowania linii:

```
plot(x1,y1,s1,x2,y2,s2,...)
```

Poniższy przykład pokazuje sposób narysowania wykresów funkcji **sin(x)** oraz **cos(x)** w jednym oknie graficznym.

```
>> x = -pi:0.01:pi;
>> y1 = sin(x);
>> y2 = cos(x);
>> plot(x,y1,'--r',x,y2,':g')
```



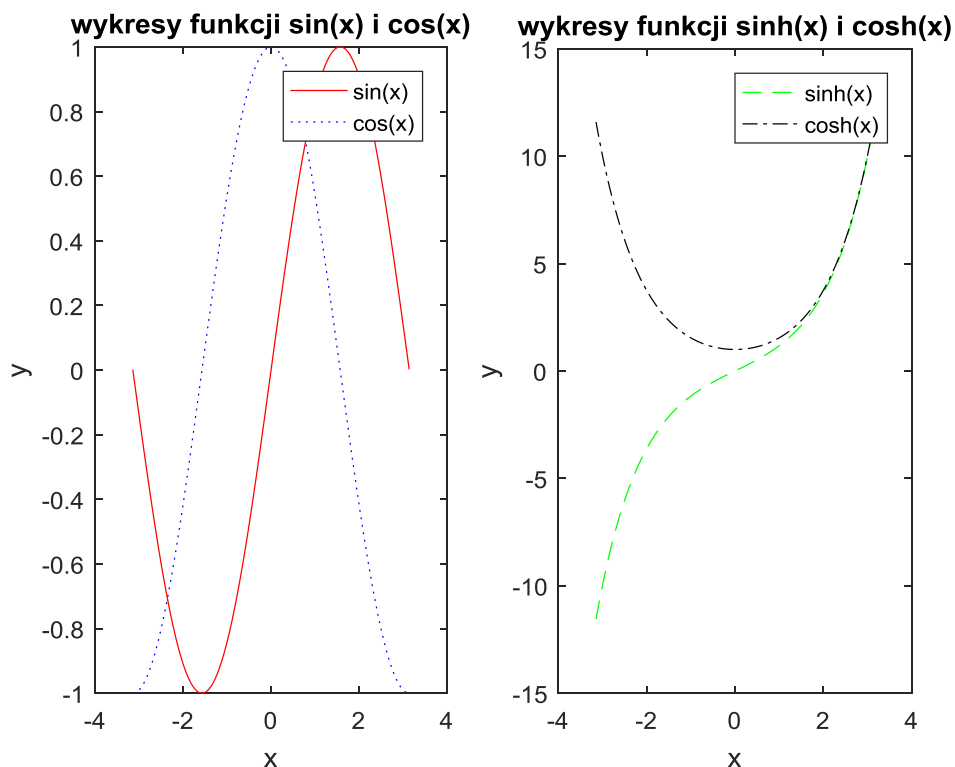
Rys. 6. Wykresy funkcji **sin(x)** oraz **cos(x)** w jednym oknie graficznym

Na wykresach można umieszczać dodatkowe teksty stanowiące tytuł wykresu, oznaczenia osi, czy też legendę. Odpowiednie funkcje zebrano w poniższej tabeli.

xlabel (tekst)	wyświetla tekst opisujący oś x aktywnego wykresu
ylabel (tekst)	wyświetla tekst opisujący oś y aktywnego wykresu
title (tekst)	wyświetla tekst jako tytuł aktywnego wykresu
text (x,y,tekst)	wyświetla łańcuch znaków tekst w miejscu określonym przez współrzędne x i y , przy czym współrzędne odnoszą się do wartości na aktywnym wykresie
legend (s1,s2,...)	wyświetla legendę, s1 - opis pierwszego wykresu, s2 - opis drugiego wykresu, itd.
grid on/off	włącza/wyłącza wyświetlanie na wykresie pomocniczej siatki

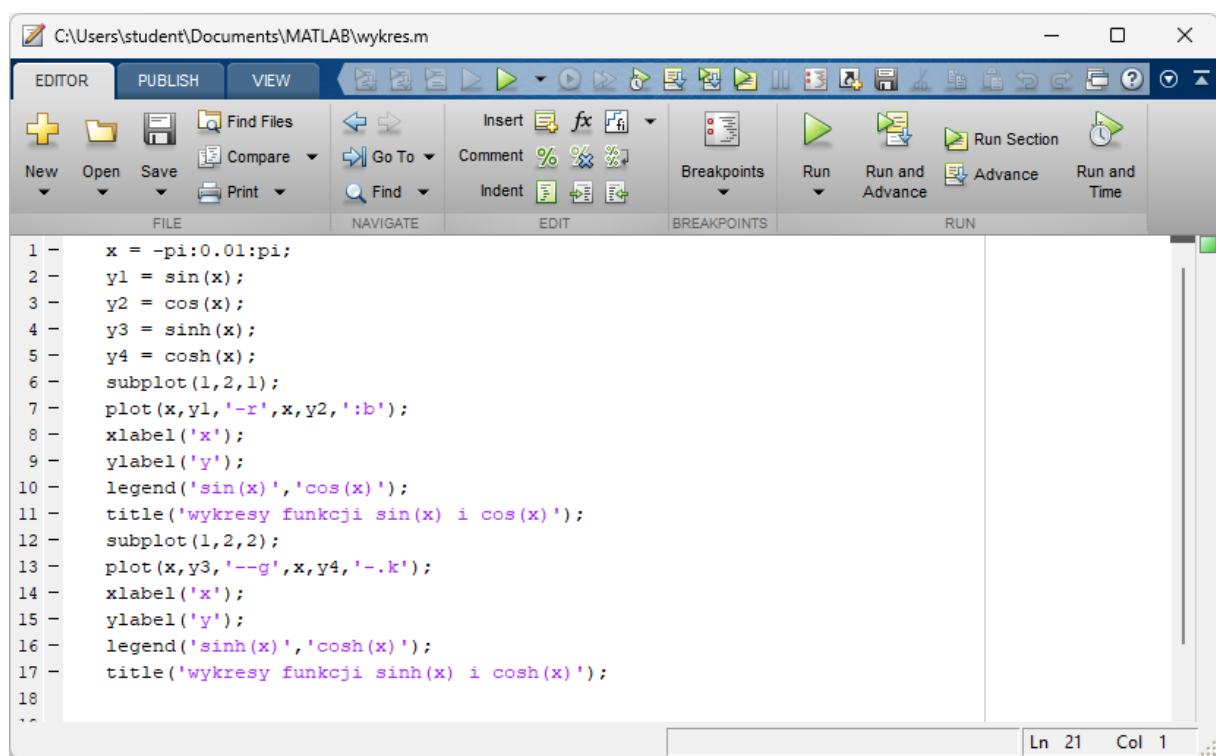
Zastosowanie przedstawionych powyżej funkcji do tworzenia wykresów zawierających grafikę dwuwymiarową oraz do ich opisywania pokazuje poniższy przykład.

```
>> x = -pi:0.01:pi;
>> y1 = sin(x);
>> y2 = cos(x);
>> y3 = sinh(x);
>> y4 = cosh(x);
>> subplot(1,2,1);
>> plot(x,y1,'-r',x,y2,':b');
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
>> legend('sin(x)', 'cos(x)');
>> title('wykresy funkcji sin(x) i cos(x)');
>> subplot(1,2,2);
>> plot(x,y3,'--g',x,y4,'-.k');
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
>> legend('sinh(x)', 'cosh(x)');
>> title('wykresy funkcji sinh(x) i cosh(x)');
```



Rys. 7. Wykres dwuwymiarowy (2D) - funkcja **plot**

Ze względu na dużą liczbę zastosowanych poleceń oraz możliwość prostej modyfikacji wykresu wygodniej jest umieścić wszystkie instrukcje Matlaba w **skrypcie**. Skrypt jest to plik tekstowy o rozszerzeniu **.m** zawierający polecenia i instrukcje Matlaba. Skrypt można utworzyć w dowolnym edytorze zapisującym niesformatowane pliki tekstowe. Środowisko Matlab zawiera własny edytorów m-plików wywoływany po kliknięciu ikonki New Script na karcie Home (Rys. 8).



Rys. 8. Skrypt w edytorze m-plików

Skrypt uruchamia się klikając ikonkę **Run** lub podając jego nazwę (bez rozszerzenia) w wierszu poleceń Matlaba. Jeśli powyższy skrypt będzie zapisany pod nazwą **wykres.m**, to jego wykonanie wymaga wpisania polecenia:

>> wykres

Wykonanie skryptu jest równoważne z wpisywaniem i zatwierdzaniem kolejnych

Teksty wyświetlane w oknach graficznych przy zastosowaniu funkcji **xlabel**, **ylabel**, **title**, **text** i **legend** mogą być odpowiednio formatowane:

- znak następujący po **_** zostanie wyświetlony jako **indeks dolny**,
- znak następujący po **^** zostanie wyświetlony jako **indeks górny**,

- znaki występujące po `\bf` zostaną wyświetlone **czcionką pogrubioną**,
- znaki występujące po `\it` zostaną wyświetlone **czcionką pochyłą**,
- znaki alfabetu łacińskiego (i inne znaki, których nie da się wprowadzić bezpośrednio z klawiatury) można wyświetlić podając ich nazwy poprzedzone znakiem ukośnika, np. `\alpha` $\rightarrow \alpha$, `\beta` $\rightarrow \beta$, `\infty` $\rightarrow \infty$.

Jeśli indeks dolny lub górny ma obejmować więcej niż jeden znak, to wszystkie te znaki należy objąć nawiasami klamrowymi, np. `x=e^{\omega t}` $\rightarrow x=e^{-\omega t}$.

Do przygotowania danych do wykresu można zastosować funkcję **linspace**.

<code>linspace(min,max,n)</code>	generuje wektor n liczb rozłożonych równomiernie w przedziale od min do max
<code>linspace(min,max)</code>	generuje wektor 100 liczb rozłożonych równomiernie w przedziale od min do max

W poniższym przykładzie tworzony jest wektor **x** zawierający 5 równomiernie rozłożonych liczb z przedziału od $-\pi$ do π .

```
>> x = linspace(-pi,pi,5)
x =
    -3.1416    -1.5708         0         1.5708         3.1416
```

Do narysowania wykresu dowolnej funkcji przydatne może być zastosowanie polecenia **fplot**, które przygotowuje wektory **x** i **y** dla funkcji **plot(x,y)**. **fplot** automatycznie dobiera liczbę argumentów funkcji z podanego zakresu.

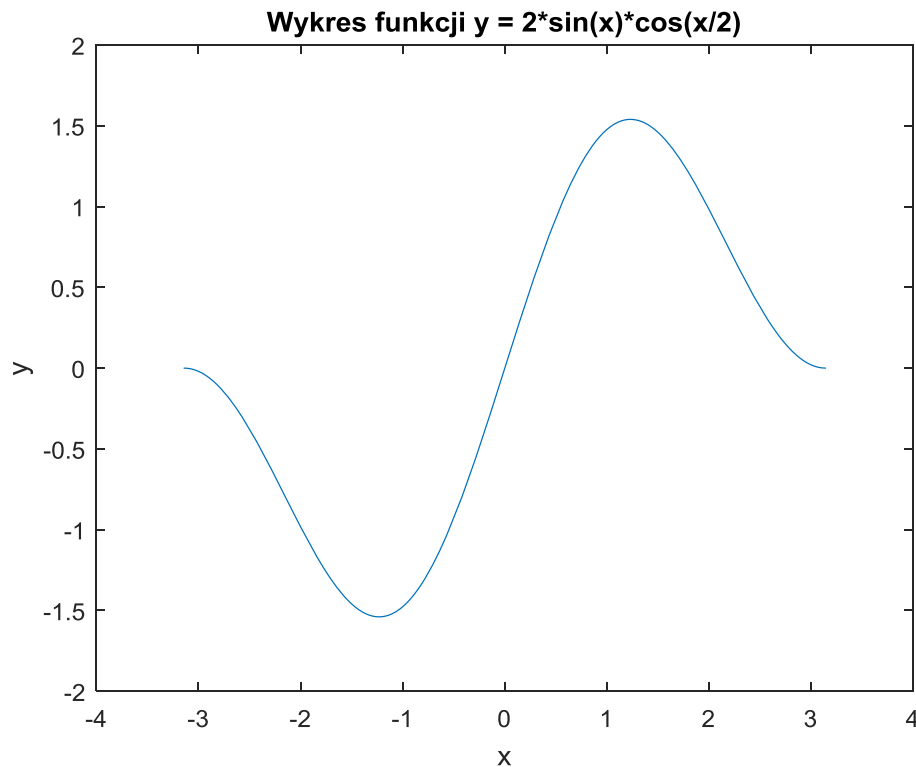
<code>fplot(fun,[x1 x2])</code>	przygotowuje wektory x i y do narysowania wykresu funkcji opisanej przez fun ; fun jest łańcuchem znaków zawierającym nazwę funkcji, zaś x1 i x2 to granice przedziału argumentów funkcji
---------------------------------	---

Wywołanie funkcji **fplot** jest następujące:

```
>> [x,y] = fplot(fun,[x1 x2])
```

Pokazuje to poniższy przykład.

```
>> [x,y]=fplot('2*sin(x)*cos(x/2)',[-pi pi]);
>> plot(x,y);
>> xlabel('x');
>> ylabel('y');
>> title('Wykres funkcji y = 2*sin(x)*cos(x/2)')
```



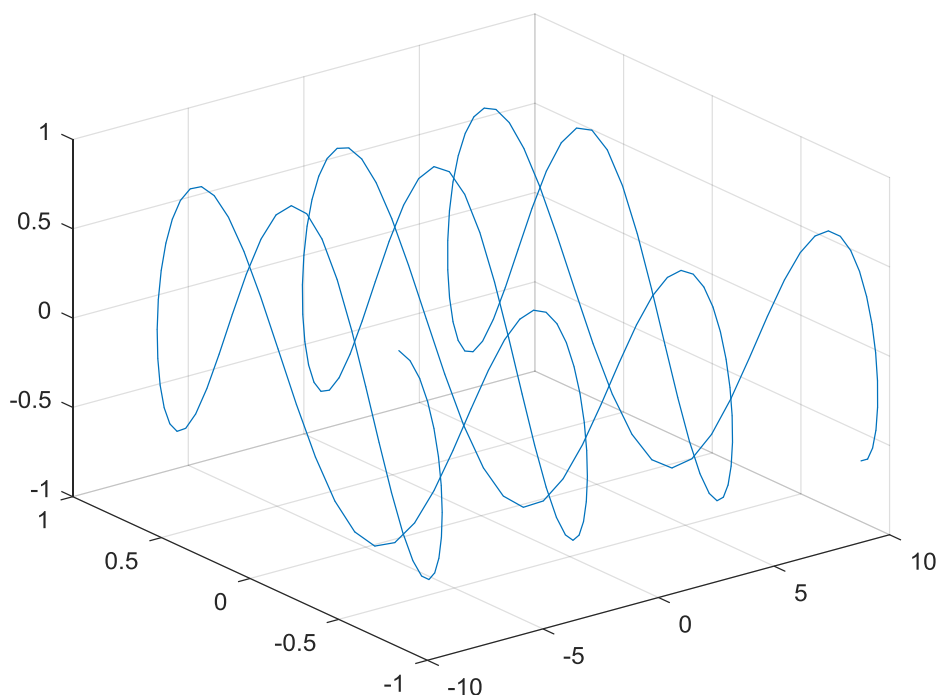
Rys. 9. Wykres dwuwymiarowy - dane do wykresy przygotowane funkcją **fplot**

2.8. Grafika trójwymiarowa (3D)

Narysowanie wykresu funkcji trzech zmiennych (krzywej) umożliwia funkcja **plot3**.

plot3(x,y,z,s)	rysuje wykres funkcji trzech zmiennych; x, y, z - wektory o jednakowej długości określające współrzędne punktów, s - łańcuch znaków opisujący wygląd linii
-----------------------	--

```
>> x = [-10:0.1:10];
>> y = cos(x);
>> z = sin(3*x).*cos(y);
>> plot3(x,y,z)
>> grid on
```



Rys. 10. Wykres funkcji trzech zmiennych

Narysowanie **wykresu powierzchniowego** (czyli wykresu $z = f(x,y)$) jest nieco bardziej skomplikowane. Pierwszym krokiem jest wygenerowanie specjalnej siatki na płaszczyźnie **XY** w węzłach której określone będą wartości funkcji w osi **z**. Służy do tego funkcja **meshgrid** o składni:

[x,y] = meshgrid(X,Y)

gdzie: **X**, **Y** - wektory zawierające wartości w punktach ograniczających płaszczyznę **XY**, **x**, **y** - macierze określające współrzędne, dla których będą liczone wartości **z**.

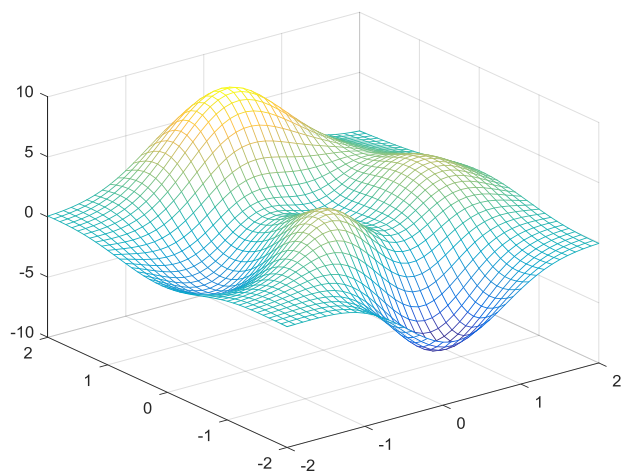
Po przygotowaniu siatki opisanej macierzami **x** i **y** należy obliczyć wartości macierzy **z**. Do narysowania wykresu powierzchniowego można wykorzystać jedną z przedstawionych poniżej funkcji. Powstały wykres składa się z czworokątów, których wierzchołki leżą w punktach o współrzędnych opisanych macierzami **x**, **y**, **z**.

mesh(x,y,z,c)	rysuje powierzchnię w postaci kolorowej siatki o polach wypełnionych kolorem tła, elementy macierzy c określają kolory linii poszczególnych pól
mesh(x,y,z)	rysuje powierzchnię przy c = z

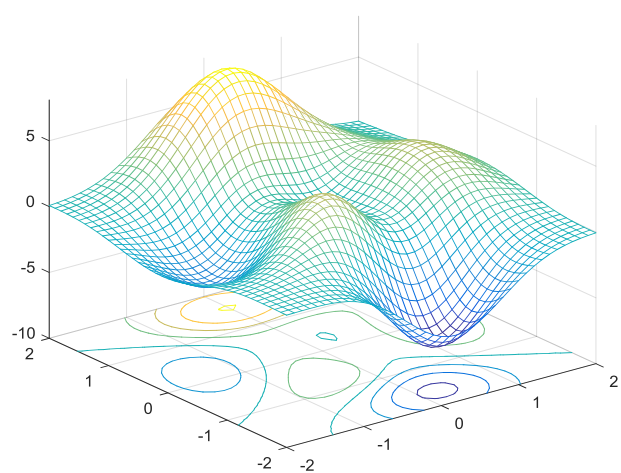
mesh (z , c)	rysuje wykres wartości elementów macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite począwszy od 1
mesh (z)	rysuje wykres wartości elementów macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite począwszy od 1 oraz przyjmując c = z
meshc (x , y , z , c)	działa jak mesh , ale dodatkowo umieszcza pod siatką wykres poziomicowy
meshz (x , y , z , c)	działa jak mesh , ale dodatkowo rysuje w dół od krawędzi wykresu dodatkowe linie określające płaszczyzny odniesienia
surf (x , y , z , c)	rysuje różnokolorową powierzchnię
surf (x , y , z)	rysuje różnokolorową powierzchnię przyjmując c = z
surf (z , c)	rysuje różnokolorową powierzchnię dla wartości elementów macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite począwszy od 1
surf (z)	rysuje różnokolorową powierzchnię dla wartości elementów macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite począwszy od 1 oraz przyjmując c = z
surfc (x , y , z , c)	działa jak surf , ale dodatkowo umieszcza pod różnokolorową powierzchnią wykres poziomicowy
surfl (x , y , z , c)	rysuje powierzchnię z uwzględnieniem odbić światła
contour (x , y , z)	rysuje wykres konturowy (poziomicowy)
contour (z)	rysuje wykres konturowy (poziomicowy) wartości elementów macierzy z przyjmując na osiach x i y kolejne liczby całkowite począwszy od 1
contour (z , n)	rysuje wykres konturowy (poziomicowy) wartości elementów macierzy z stosując n linii poziomic
contourf (z)	działa jak contour , ale obszar pomiędzy poziomiami jest wypełniony kolorem zależnym od wartości w macierzy z

Poniżej przedstawiono przykłady różnych typów wykresów powierzchniowych.

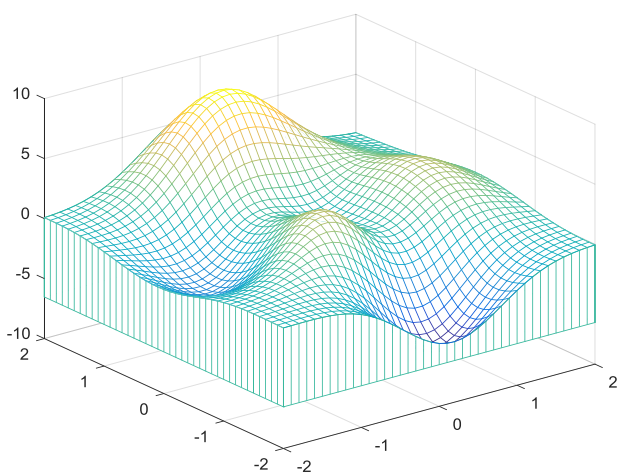
```
>> [x,y] = meshgrid(-2:0.1:2,-2:0.1:2) ;
>> z = peaks(x,y) ;
```



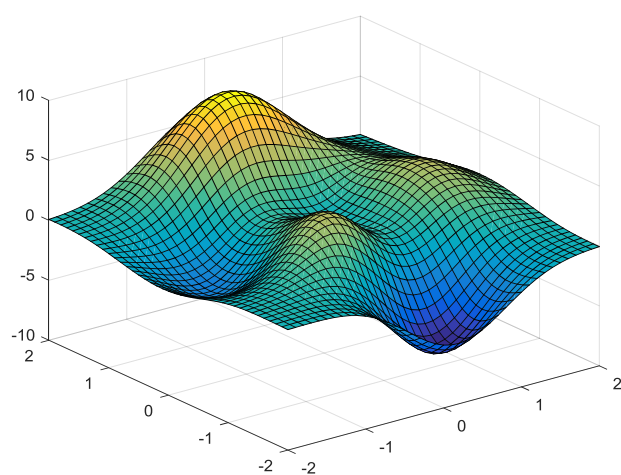
>> mesh(x,y,z)



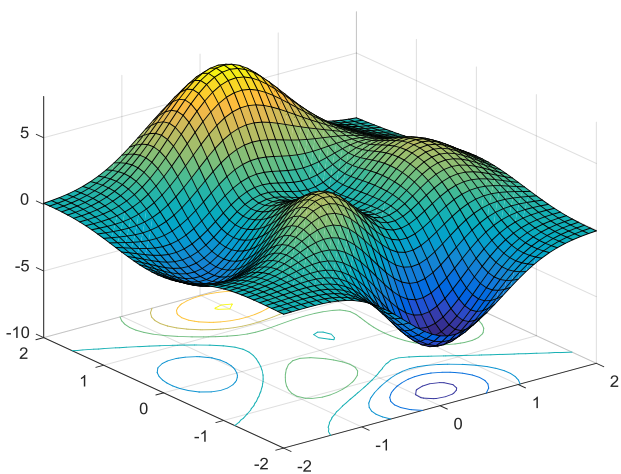
>> meshc(x,y,z)



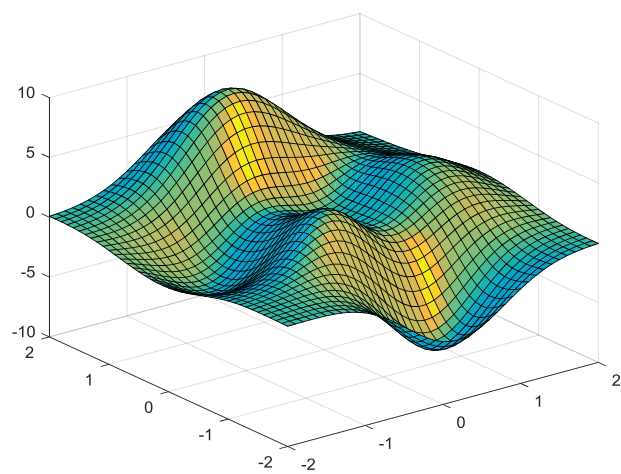
<< meshz(x,y,z)



<< surf(x,y,z)

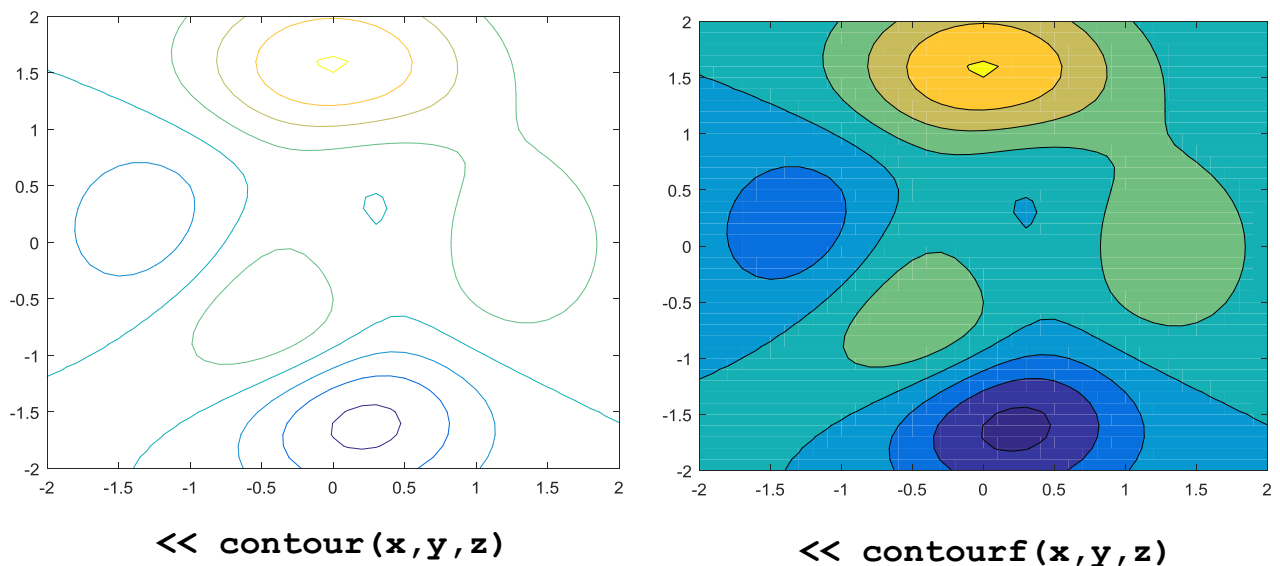


<< surfc(x,y,z)



<< surf1(x,y,z)

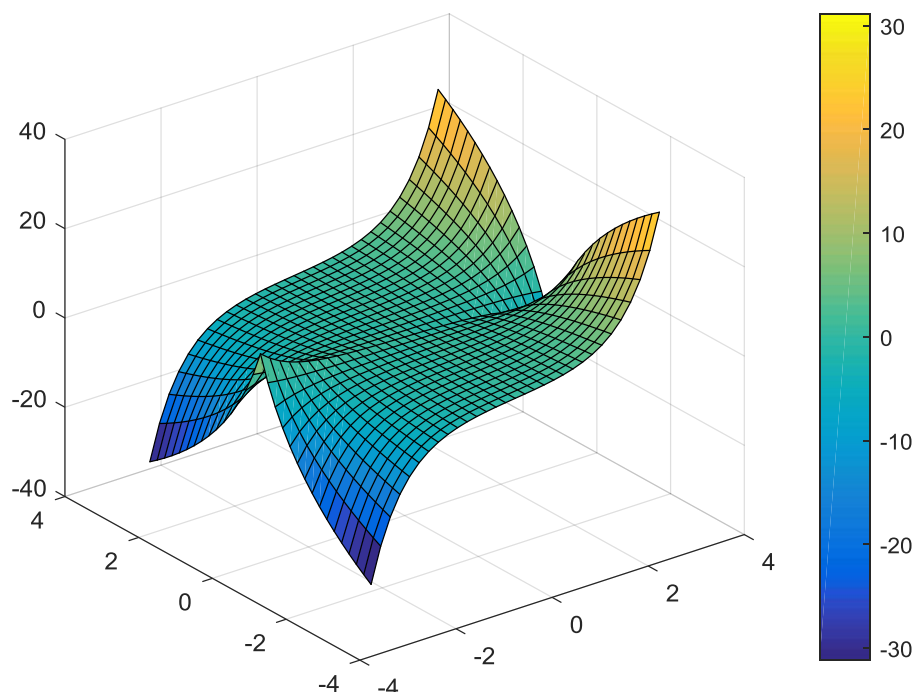
Rys. 11. Różne typy wykresów powierzchniowych



Rys. 12. Różne typy wykresów konturowych

Do wykresu można dodać skalę kolorów poprzez wywołanie polecenia **colorbar**.

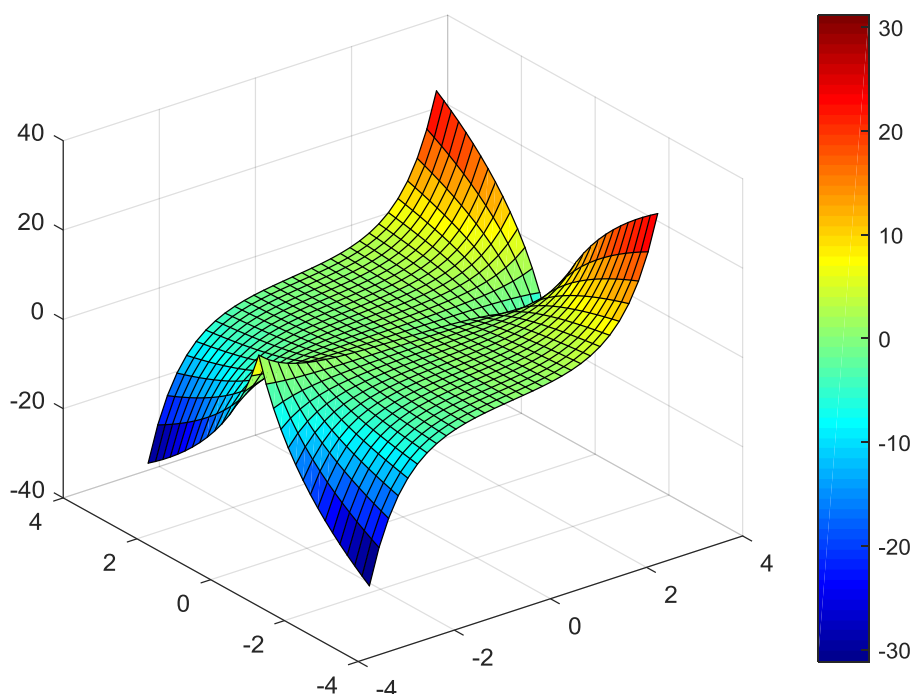
```
>> [x,y] = meshgrid(-3:0.2:3,-3:0.2:3);
>> z = sinh(x).*cosh(x/2).*log(abs(y)+0.75);
>> surf(x,y,z);
>> colorbar
```



Rys. 13. Wykres powierzchniowy ze skalą kolorów

Kolory na wykresie można zmodyfikować poprzez zmianę **mapy kolorów**. Mapa kolorów jest macierzą trójkolumnową, której elementami są liczby z zakresu 0-1.

Kolumny odpowiadają intensywności każdego z trzech podstawowych kolorów RGB: czerwonego, zielonego i niebieskiego. Aktualną mapę kolorów zmienia polecenie **colormap(m)**, gdzie **m** jest nową mapą.



Rys. 14. Wykres powierzchniowy z mapą kolorów **colormap(jet)**

3. Przebieg ćwiczenia

Na pracowni specjalistycznej należy wykonać wybrane zadania wskazane przez prowadzącego zajęcia. W różnych grupach mogą być wykonywane różne zadania.

1. Dane są macierze **A**, **B**, **C** i **D**. Rozwiąż poniższe równanie macierzowe.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}) = \mathbf{D}$$

2. Oblicz wartości poniższej funkcji dla elementów wektora **x**.

$$y = 2x \cos(1 + x^2) \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\pi & \pi & \frac{3}{2}\pi & 2\pi \end{bmatrix}$$

3. Dane są dwie macierze:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 8 & 1 & 8 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Stosując odpowiednie funkcje oblicz:

- a) rzędy macierzy **A** i **B**,
- b) wyznaczniki macierzy **A** i **B**,
- d) wartości własne macierzy **A** i **B**,
- f) macierze odwrotne macierzy **A** i **B**,
- g) wartość najmniejszego elementu macierzy **A**,
- h) sumę wszystkich elementów macierzy **A**,
- i) sumę elementów na głównej przekątnej macierzy **A**.

4. Rozwiąż poniższy układ równań stosując:

- a) macierz odwrotną,
- b) dzielenie lewostronne.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_2 + 2x_3 = -3 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 7,5 \end{cases}$$

Sprawdź, czy obie metody dały identyczne wyniki (odejmij otrzymane wyniki od siebie).

5. Oblicz pierwiastki oraz wartość wielomianu **f(x)** dla **x = 2**:

$$f(x) = 2x^6 - 3x^5 + 1,5x^3 - 4x^2 - 2$$

6. Pierwiastki pewnego wielomianu **f(x)** wynoszą:

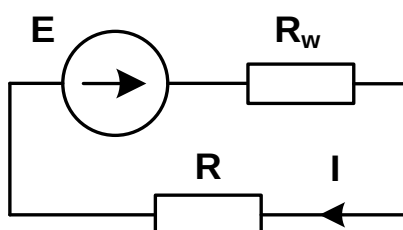
$$x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = -2, \quad x_5 = 3, \quad x_6 = -3$$

Oblicz i podaj postać tego wielomianu.

7. Stosując funkcję **roots** oblicz pierwiastki wielomianu **f(x)**. Oceń dokładność wyznaczenia tych pierwiastków.

$$f(x) = (x - 1)^6$$

8. Odbiornik **R** jest zasilany ze źródła napięcia stałego **E** o rezystancji wewnętrznej **R_w**. Narysuj zależność mocy **P** wydzielanej na odbiorniku od wartości jego rezystancji **R**. Na podstawie wykresu określ dla jakiej wartości rezystancji **R** następuje dopasowanie odbiornika do źródła. Przyjmij: **R_w = 100 Ω**, **E = 10 V**, **R ∈ <0, 250>**. Opisz osie wykresu, dodaj legendę i tytuł, włącz wyświetlanie pomocniczej siatki.



9. Napisz skrypt wyświetlający na jednym wykresie przebiegi trzech funkcji:
- **cos(x)** - kolor czerwony, linia kropkowana,
 - **cos²(x)** - kolor niebieski, linia ciągła,
 - **cos³(x)** - kolor zielony, linia kreskowana,
- w przedziale **<0, 2π>**. Opisz osie wykresu, dodaj legendę i tytuł, włącz wyświetlanie pomocniczej siatki.
10. Napisz skrypt wyświetlający w jednym, podzielonym, oknie graficznym dwa wykresy funkcji **y = cos(10·e^x)** w przedziale **<-2, 2>**. Wykresy umieść jeden pod drugim. Do przygotowania danych do wykonania pierwszego wykresu zastosuj funkcję **fplot**, natomiast do drugiego - **100** równomiernie rozłożonych punktów w podanym przedziale. Oba wykresy narysuj funkcją **plot**. Opisz osie wykresów, dodaj legendę i tytuły.

fplot, plot
100 pkt, plot

Opisz różnice pomiędzy wykresami. Podaj z czego one wynikają (sprawdź ile punktów wygenerowała funkcja **fplot**, dodaj do wykresów wyświetlanie punktów)?

11. Napisz skrypt wyświetlający w jednym, podzielonym, oknie graficznym cztery wykresy funkcji (dwa w wierszu i dwa w kolumnie) $z = \sin(x) \cdot \cos(y)$ dla $x, y \in [-\pi, 2\pi]$ z krokiem **0,3**. Do narysowania wykresów zastosuj funkcje: **mesh**, **meshc**, **surf**, **surfc**. Dodaj opisy do wykresów.

4. Literatura

- [1] Mrozek B., Mrozek Z.: MATLAB i Simulink. Poradnik użytkownika. Wydanie IV. Helion, Gliwice, 2018.
- [2] Stachurski M. Treichel W.: Matlab dla studentów. Ćwiczenia, zadania, rozwiązania. Witkom, Warszawa, 2009.
- [3] Pratap R.: MATLAB dla naukowców i inżynierów. Wydanie 2. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015.
- [4] Brzóska J., Dorobczyński L.: Matlab: środowisko obliczeń naukowo-technicznych. „Mikom”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2008.
- [5] Kamińska A., Pańczyk B.: Ćwiczenia z Matlab. Przykłady i zadania. Wydawnictwo MIKOM, Warszawa, 2002.
- [6] Sobierajski M., Łabuzek M.: Programowanie w Matlabie dla elektryków. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2005.
- [7] Dyka E., Markiewicz P., Sikora R.: Modelowanie w elektrotechnice z wykorzystaniem środowiska MATLAB. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2006.
- [8] Sradomski W.: Matlab. Praktyczny podręcznik modelowania. Helion, Gliwice, 2015.
- [9] Czajka M.: MATLAB. Ćwiczenia. Helion, Gliwice, 2005.

5. Pytania kontrolne

1. Wyjaśnij czym różnią się operacje macierzowe i tablicowe?
2. W jaki sposób w Matlabie reprezentowane są wielomiany?
3. Omów sposób tworzenia w Matlabie wykresów funkcji dwu zmiennych.
4. Omów sposób tworzenia w Matlabie wykresów funkcji trzech zmiennych.
5. Omów sposób tworzenia w Matlabie wykresów powierzchniowych.

6. Wymagania BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciw pożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad:

- Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- Jeżeli istnieje taka możliwość, należy dostosować warunki stanowiska do własnych potrzeb, ze względu na ergonomię. Monitor ustawić w sposób zapewniający stałą i wygodną obserwację dla wszystkich członków zespołu.
- Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- Włączenie komputera może nastąpić po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- W trakcie pracy z komputerem zabronione jest spożywanie posiłków i napojów.
- W przypadku zakończenia pracy należy zakończyć sesję przez wydanie polecenia wylogowania. Zamknięcie systemu operacyjnego może się odbywać tylko na wyraźne polecenie prowadzącego.
- Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska.
- Zabroniona jest zmiana konfiguracji komputera, w tym systemu operacyjnego i programów użytkowych, która nie wynika z programu zajęć i nie jest wykonywana w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.

- W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.