



Politechnika Białostocka
Wydział Elektryczny
Katedra Elektrotechniki, Energoelektroniki i
Elektroenergetyki

Instrukcja
do pracowni specjalistycznej z przedmiotu

Technologie informacyjne

Kod przedmiotu: **EMS1A1008**

(studia stacjonarne)

ARKUSZE KALKULACYJNE CZ. 2 - OPERACJE NA MACIERZACH I LICZBACH ZESPOLONYCH, FUNKCJE LOGICZNE, WYKRESY

Numer ćwiczenia

TI_05

Autor:

dr inż. Agnieszka Choroszucho

Białystok 2025



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Spis treści

1. Opis stanowiska	3
2. Wstęp teoretyczny	3
2.1. Macierz.....	3
2.2. Wprowadzanie formuł macierzy.....	3
2.3. Formuła macierzowa.....	4
2.4. Tworzenie formuł macierzowych	5
2.5. Opis wybranych funkcji	5
2.6. Liczby zespolone - funkcje.....	6
2.7. Zastosowanie funkcji matematycznych MS Excel do zamiany liczb dziesiętnych	7
2.8. Wykresy.....	7
2.9. Dodawanie linii trendu.....	10
3. Przebieg ćwiczenia.....	11
4. Literatura	12
5. Zagadnienia na zaliczenie	12
6. Wymagania BHP	13

Materiały przygotowane w ramach projektu „PB 5.0 – dostosowanie oferty dydaktycznej Politechniki Białostockiej do potrzeb nowoczesnej gospodarki oraz zielonej i cyfrowej transformacji” (nr umowy FERS.01.05-IP.08-0327/23-00) w ramach programu Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego 2021-2027 współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego Plus.

Publikacja jest udostępniona na licencji Creative Commons - Uznanie autorstwa 4.0 (CC BY 4.0). Pełna treść licencji dostępna na stronie creativecommons.org.

Materiały dydaktyczne przeznaczone dla studentów Wydziału Elektrycznego PB.

© Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka, 2025 (wersja 1.0)

1. Opis stanowiska

Ćwiczenie jest wykonywane na stanowiskach komputerowych z zainstalowanym oprogramowaniem Microsoft Office 2010. Studenci stosują formuły macierzowe oraz funkcje wbudowane. Rozwiązują układy równań z wieloma niewiadomymi metodą wyznaczników. Stosują podstawowe funkcje do operacji na liczbach zespolonych dostępne w programie MS Excel. Wykonują wykresy oraz je formatują. Studenci wykonują zadania oraz wyniki przedstawiają w postaci wykresów. Sporządzone zadania stanowią sprawozdanie z ćwiczenia.

2. Wstęp teoretyczny

2.1. Macierz

Macierz jest połączonym zakresem komórek arkusza zawierającym wartości. Kwadratowy zakres komórek składający się z 3 wierszy i 3 kolumn jest nazywany macierzą 3x3:

	A	B	C
1	-1	0	1
2	3	2	-2
3	2	1	0

Rys. 1. Przykład macierzy 3x3 wpisanej w arkuszu kalkulacyjnym

Najmniejszą możliwą macierzą jest macierz 1x2 lub 2x1 składająca się z dwóch przyległych komórek.

2.2. Wprowadzanie formuł macierzy

Poniżej przedstawiono przykładowy sposób wpisywania formuły macierzy bez konieczności poznawania szczegółowych informacji o funkcjach macierzy.

Wprowadzono 10 liczb do kolumn A i B (A2:A11 i B2:B11), a w kolumnie C należy obliczyć sumę wartości każdego wiersza (rys. 2).

	C2		= {=A2:A11+B2:B11}	
	A	B	C	D
1	A	B	C=A+B	
2	2	5	7	
3	1	3	4	
4	3	2	5	
5	4	1	5	
6	2	2	4	
7	5	1	6	
8	4	2	6	
9	2	1	3	
10	3	2	5	
11	4	1	5	

Rys. 2. Przykład sumowania dwóch wektorów A oraz B

1. Za pomocą myszy zaznacz zakres C2:C11, w którym będą wyświetlane wyniki.
2. Naciśnij klawisz F2 lub kliknij w wierszu wprowadzania na pasku formuły.
3. Wprowadź znak równości (=).
4. Zaznacz zakres A2:A11, który zawiera pierwsze wartości dla formuły sumowania.
5. Naciśnij klawisz (+) na klawiaturze numerycznej.
6. Zaznacz liczby w drugiej kolumnie, w komórkach B2:B11.
7. Zakończ wprowadzanie, naciskając kombinację klawiszy macierzy: Shift + Ctrl + Enter.

Obszar macierzy jest automatycznie chroniony przed zmianami, takimi jak usunięcie wierszy lub kolumn. Możliwa jest jednak edycja formatów, na przykład zmiana koloru tła komórki.

2.3. Formuła macierzowa

Formuła macierzowa to formuła, w której są obliczane poszczególne wartości w zakresie komórek. W odróżnieniu od innych formuł w formule macierzowej jednocześnie obliczana jest nie jedna, ale wiele wartości.

Formuła macierzowa nie tylko oblicza wiele wartości, ale może także zwracać wiele wyników. Wynikiem formuły macierzowej jest także macierz.

Aby pomnożyć wartości poszczególnych komórek w powyższej macierzy razy 10, nie trzeba stosować kilku formuł dla każdej komórki lub wartości. Zamiast tego można skorzystać z jednej formuły macierzowej. Zaznacz zakres 3x3 komórek w innej części arkusza, wprowadź formułę "=10*A1:C3" i zatwierdź ją kombinacją

klawiszy Ctrl + Shift + Enter. Wynikiem będzie macierz 3x3 zawierająca poszczególne wartości zakresu komórek (A1:C3) pomnożone razy 10.

W przypadku obliczania wielu wartości formuły macierzowe pozwalają także oszczędzić miejsce, ponieważ nie wymagają dużej ilości pamięci. Oprócz tego macierze są bardzo ważnym narzędziem w przypadku skomplikowanych obliczeń, ponieważ w obliczeniach można uwzględnić wiele zakresów komórek. Program MS Excel posiada różne funkcje do przeprowadzania obliczeń na macierzach, między innymi funkcję **MACIERZ.ILOCZYN** służącą do mnożenia dwóch macierzy i funkcję **SUMA.ILOCZYNÓW** obliczającą iloczynny skalarne dwóch macierzy.

2.4. Tworzenie formuł macierzowych

W przypadku tworzenia formuły macierzowej za każdym razem należy zaznaczyć pole wyboru o rozmiarach przewidywanego wyniku np. macierz lub wektor. W przeciwnym razie zostanie zwrócony wynik funkcji wyłącznie dla wartości w lewym górnym rogu macierzy.

W przypadku wprowadzania formuły macierzowej bezpośrednio w komórce należy ją zatwierdzić kombinacją klawiszy Shift + Ctrl + Enter zamiast samego klawisza Enter. Tylko w ten sposób zostanie utworzona formuła macierzowa.

2.5. Opis wybranych funkcji

MACIERZ.ILOCZYN(tablica1;tablica2) – zwraca iloczyn dwóch tablic, tablica o tej samej liczbie wierszy, co tablica1 oraz tej samej liczbie kolumn, co tablica2.

MACIERZ.ODW(tablica) – zwraca macierz odwrotną do macierzy przechowywanej w tablicy.

TRANSPONUJ(tablica) – zwraca pionowy zakres komórek jako zakres poziomy i odwrotnie.

WYZNACZNIK.MACIERZY(tablica) – zwraca wyznacznik podanej tablicy.

SUMA.ILOCZYNÓW(tablica1;tablica2;tablica3;...) – zwraca sumę iloczynów odpowiadających sobie składników liczbowych w podanych zakresach lub tablicach.

2.6. Liczby zespolone - funkcje

Każdą liczbę zespoloną z można zapisać w postaci $z = a + bi$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Natomiast i jest tzw. jednostką urojoną, tj. i jest jednym z dwóch elementów zbioru liczb zespolonych, spełniającym warunek $i^2 = -1$.

Liczba zespolona w postaci $z = a + bi$ zawiera:

- część rzeczywistą ($\text{re } z = a$),
- część urojoną ($\text{im } z = b$).

Tabela 1. Podstawowe funkcje stosowane przy liczbach zespolonych

Funkcja	Opis
IMREAL(liczba_zespolona)	Zwraca część rzeczywistą liczby zespolonej.
IMAGINARY(liczba_zespolona)	Zwraca część urojoną liczby zespolonej.
IMABS(liczba_zespolona)	Zwraca wartość bezwzględną (moduł) liczby zespolonej.
IMARGUMENT(liczba_zesp)	Zwraca wartość argumentu liczby zespolonej (kąta w radianach).
IMCONJUGATE(liczba_zesp)	Zwraca wartość sprzężoną liczby zespolonej.
IMSUM(liczba_zesp1;liczba_zesp2)	Zwraca sumę liczb zespolonych.
IMSUB(liczba_zesp1;liczba_zesp2)	Zwraca różnicę dwóch liczb zespolonych.
IMPOWER(liczba_zesp;liczba)	Zwraca wartość liczby zespolonej podniesionej do potęgi całkowitej.
IMPRODUCT(liczba_zesp1;liczba_zesp2)	Zwraca iloczyn od 1 do 255 liczb zespolonych.
IMDIV(liczba_zesp1;liczba_zesp2)	Zwraca iloraz dwóch liczb zespolonych.

L1	Re	Im	Moduł	Argument	Sprzężona
2+5i	2	5	5,385165	1,19028995	2-5i
-4+2i	-4	2	4,472136	2,677945045	-4-2i

Rys. 3. Przykładowe wyniki uzyskane przy operacjach na jednej liczbie zespolonej

L1	L2	L1+L2	L1-L2	L1*L2	L1/L2
2+5i	-4+2i	-2+7i	6+3i	-18-16i	0,1-1,2i
-4+2i	-8-6i	-12-4i	4+8i	44+8i	0,2-0,4i

Rys. 4. Przykładowe wyniki otrzymane przy operacjach na dwóch liczbach zespolonych

2.7. Zastosowanie funkcji matematycznych MS Excel do zamiany liczb dziesiętnych

Tabela 2. Przykładowe funkcje stosowane przy zamianie liczb dziesiętnych

Funkcja	Opis
DEC2BIN(liczba;miejsca)	Zamienia liczbę dziesiętną na liczbę w kodzie dwójkowym.
DEC2OCT(liczba;miejsca)	Zamienia liczbę dziesiętną na liczbę w kodzie ósemkowym.
DEC2HEX(liczba;miejsca)	Zamienia liczbę dziesiętną na liczbę w kodzie szesnastkowym.

DEC	BIN	OCT	HEX
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Rys. 5. Funkcje związane z obsługą dwóch liczb zespolonych

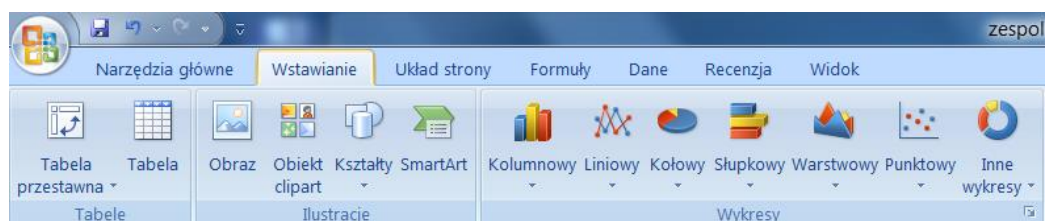
2.8. Wykresy

Kreator wykresów zawiera standardowe i niestandardowe typy wykresów.

Przykładowe standardowe typy wykresów:

- Kolumnowy,
- Słupkowy,
- Liniowy,
- Kołowy,
- XY (Punktowy),

- Warstwowy,
- Pierścieniowy.

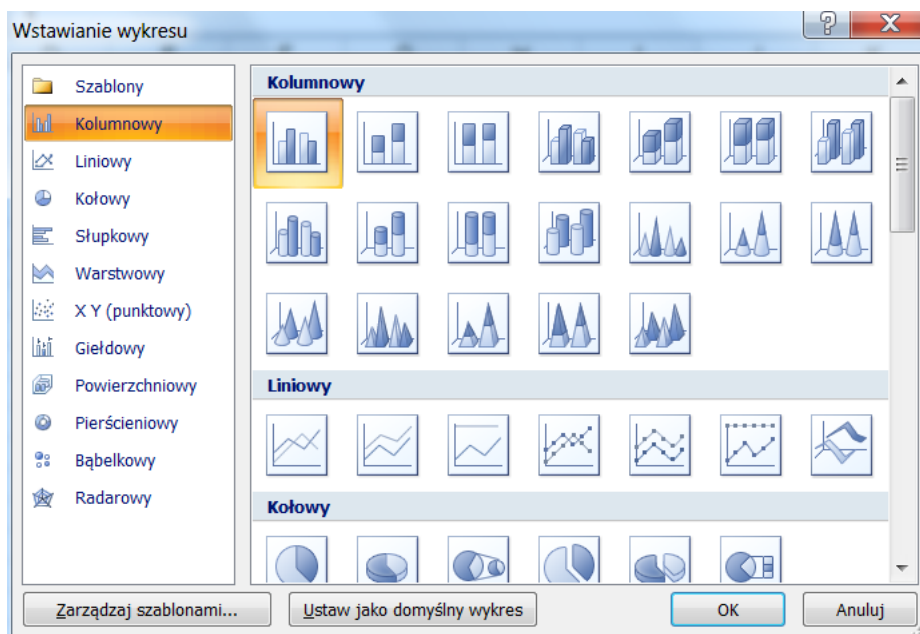


Rys. 6. Wstawianie wykresu

Każdy z typów wykresu umożliwia dodatkowo wybór podtypu wykresu. Umożliwia to wybranie przycisku zaznaczonego na rys. 7.



Rys. 7. Wybór podtypu wykresu

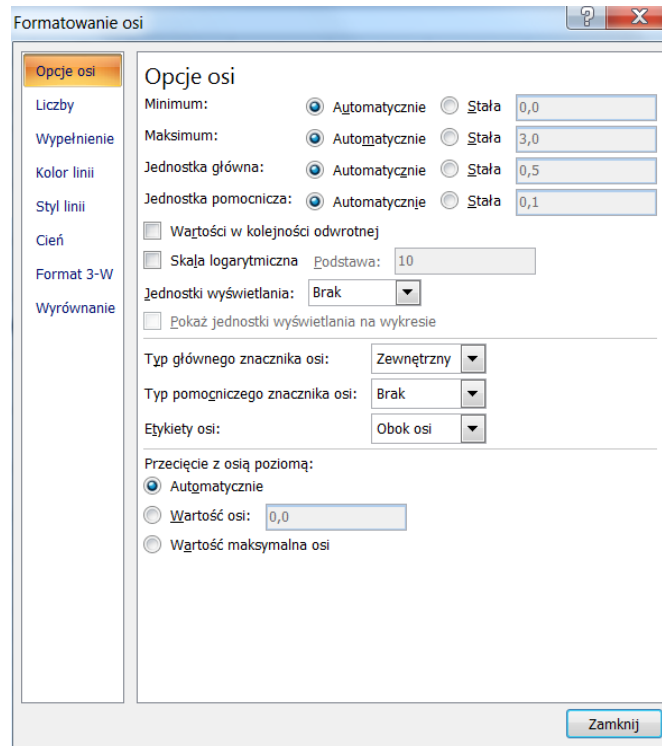


Rys. 8. Okno z podtypami wykresów

Po wykonaniu wykresu MS Excel umożliwia formatowanie:

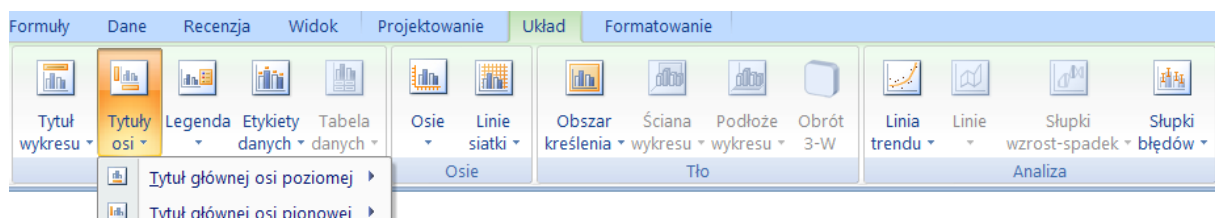
- Obszaru wykresu,
- Głównych i pomocniczych linii siatki,
- Obszaru kreślenia,

- Legendy,
- Osi kategorii (rys. 9),
- Osi wartości,
- Serii danych.

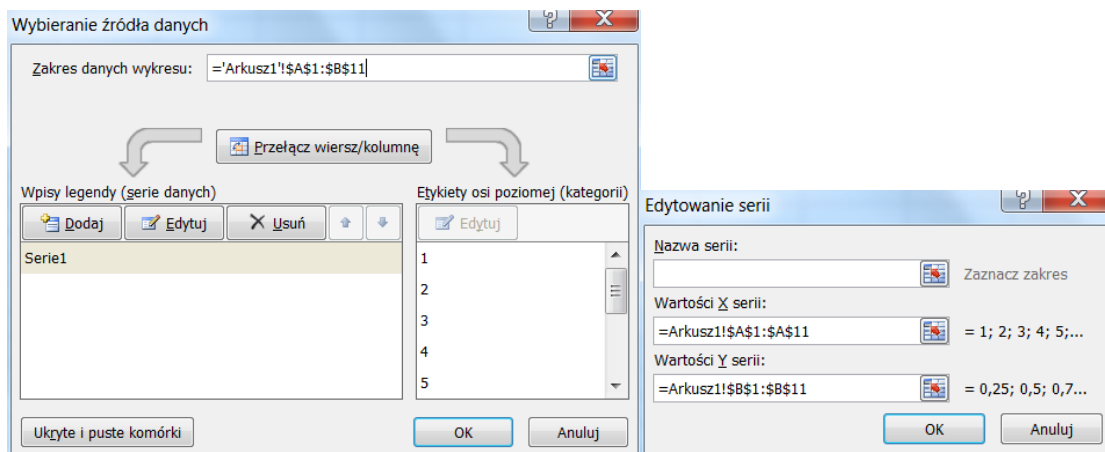


Rys. 9. Okno umożliwiające formatowanie osi wykresu

W zakładce Układ dostępne są opcje związane z formatowaniem elementów obszaru wykresu (rys. 10).



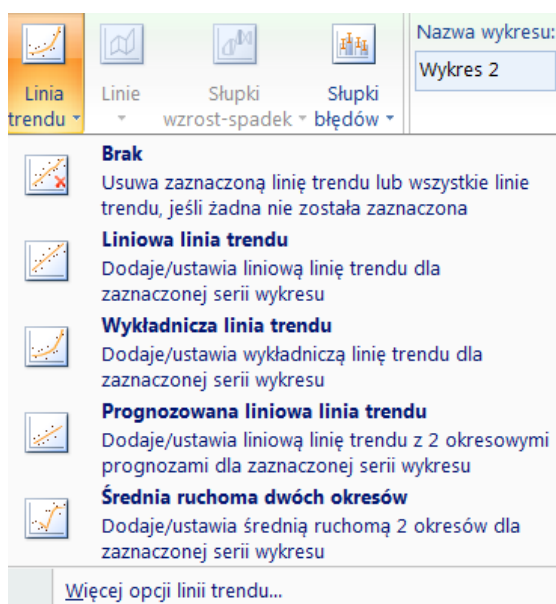
Rys. 10. Podpisywanie osi wykresu



Rys. 11. Dodawanie, usuwanie i edytowanie serii

2.9. Dodawanie linii trendu

Linia trendu jest najpopularniejszym narzędziem analizy technicznej. Jest to wykres ruchomej średniej danych z serii, rodzaj prognozy, którą można nanieść na wykres do wybranej serii danych (rys. 12).



Rys. 12. Opcje linii trendu w MS Excel

3. Przebieg ćwiczenia

3.1. Wykreśl charakterystyki $I = f(U)$ na podstawie wyników pomiaru zamieszczonych w tabeli.

U	V	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5
I	mA	0	2,3	3,6	5,9	6,6	8,4	8,3	9,3

Wykonaj poniższe polecenia.

- Wybierz typ wykresu XY punktowy.
- Nadaj tytuł wykresowi oraz nazwij odpowiednio osie.
- Ustaw linie pomocnicze niewidoczne.
- Ustaw podziałkę osi U co 1,5, natomiast osi I co 2,0.
- Znaki na osiach U oraz I należy sformatować tak, aby czcionka była 12 pkt., Arial Narrow.

3.2. Rozwiąż układ równań metodą wyznaczników.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases} \end{array}$$

3.3. Wyznaczyć macierz $2\mathbf{A}^3 - 4(\mathbf{A}^*\mathbf{B})^T + \mathbf{B}^2$ dla podanych macierzy.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

3.4. Oblicz wynik równania $(5+4i)3 + (3-i)(2+2i)$. Podaj moduł oraz argument otrzymanego wyniku. Wykorzystaj dostępne w MS Excel funkcje.

3.5. Wyobraź sobie, że masz 5000 zł i chcesz je przechować przez rok.

Porównaj, co będzie korzystniejsze:

- a) lokata tygodniowa o oproc. 2,55%;
- b) lokata miesięczna o oproc. 3%;
- c) lokata kwartalna o oproc. 4,5%;

d) lokata roczna o oproc. 6%.

Przedstaw wyniki na wykresach:

- na jednym wykresie porównanie sald końcowych;
- na osobnych wykresach wzrost kapitału w ciągu roku.

4. Literatura

- [1] Kopertkowska M.: Arkusze kalkulacyjne. Mikom, Warszawa, 2006.
- [2] Masłowski K.: Funkcje w przykładach. Helion, 2007.
- [3] Moran J., Hull V.: Brilliant ECDL. Pearson Education, 2005.
- [4] Walkenbach J.: Excel 2010 PL. Biblia. Helion, 2010.
- [5] Masłowski K.: Excel 2007/2010 PL. Ćwiczenia zaawansowane. Helion, 2011.
- [6] Wrotek W.: Elektronika z Excelem. Helion, 2012.

5. Zagadnienia na zaliczenie

1. Co to jest formuła macierzowa?
2. Jakie warunki muszą być spełnione w przypadku mnożenia dwóch macierzy? W jaki sposób wykonuje się mnożenie dwóch macierzy w MS Excel?
3. Wymień dostępne w MS Excel funkcje wspomagające obliczenia na macierzach.
4. Opisz postać algebraiczną liczby zespolonej.
5. Wymień funkcje MS Excel pozwalające na wykonywanie operacji na liczbach zespolonych.
6. Co to jest linia trendu i jakie są jej rodzaje w MS Excel? Na dowolnym przykładzie wykonaj liniową linię trendu. i w jaki sposób można ją wykonać Wymień i opisz części liczby zespolonej.
7. Jakie są podstawowe rodzaje wykresów w MS Excel? Jaki typ należy wykonać w przypadku zmiennych i zależnych od siebie danych np. przy wykonywaniu charakterystyki $I = f(U)$?

6. Wymagania BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciw pożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad:

- Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- Jeżeli istnieje taka możliwość, należy dostosować warunki stanowiska do własnych potrzeb, ze względu na ergonomię. Monitor ustawić w sposób zapewniający stałą i wygodną obserwację dla wszystkich członków zespołu.
- Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- Włączenie komputera może nastąpić po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- W trakcie pracy z komputerem zabronione jest spożywanie posiłków i napojów.
- W przypadku zakończenia pracy należy zakończyć sesję przez wydanie polecenia wylogowania. Zamknięcie systemu operacyjnego może się odbywać tylko na wyraźne polecenie prowadzącego.
- Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska.
- Zabroniona jest zmiana konfiguracji komputera, w tym systemu operacyjnego i programów użytkowych, która nie wynika z programu zajęć i nie jest wykonywana w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.
- W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.