



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika  Białostocka

Wydział Elektryczny
Katedra Elektrotechniki, Energoelektroniki
i Elektroenergetyki

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu
LABORATORIUM Z ELEKTROTECHNIKI

Kod przedmiotu:

EMS1A1005

FILTRY SYGNAŁOWE

Numer ćwiczenia

LzE - 04

Autor

Sławomir Kwiećkowski

Białystok 2025



Spis treści

1	Cel ćwiczenia.....	3
2	Czynniki	3
2.1	Dzielnik napięcia w obwodzie prądu sinusoidalnego	3
2.2	Filtry sygnałowe	4
2.3	Filtr dolnoprzepustowy RC	5
2.4	Filtr górnoprzepustowy RC	6
3	Pomiary.....	8
4	Literatura	9

Materiały przygotowane w ramach projektu „PB 5.0 – dostosowanie oferty dydaktycznej Politechniki Białostockiej do potrzeb nowoczesnej gospodarki oraz zielonej i cyfrowej transformacji” (nr umowy FERS.01.05-IP.08-0327/23-00) w ramach programu Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego 2021-2027 współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego Plus.

Publikacja jest udostępniona na licencji Creative Commons - Uznanie autorstwa 4.0 (CC BY 4.0). Pełna treść licencji dostępna na stronie creativecommons.org.

Materiały dydaktyczne przeznaczone dla studentów Wydziału Elektrycznego PB.

© Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka, 2025

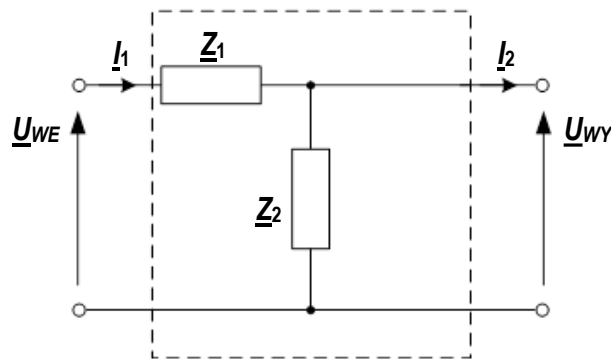
1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wykonanie filtrów w postaci dwójników RC, o zadanych parametrach i sporządzenie ich charakterystyk.

2 Czwórniki

2.1 Dzielnik napięcia w obwodzie prądu sinusoidalnego

Układy badane w ćwiczeniu mają strukturę czwórnika (Rys. 1), pełniącego rolę dzielnika napięcia. Czwórnik to układ mający cztery zaciski – jedna z par zacisków pełni rolę wejścia, zaś druga wyjścia. Jego elementy składowe, w ogólnym przypadku, są opisane zespolonymi impedancjami $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_2$.



Rys. 1. Schemat dzielnika napięcia w postaci czwórnika z dwiema impedancjami.

Jeżeli prąd $\underline{I}_2$, płynący w obwodzie wyjściowym dzielnika, jest pomijalnie mały to przez elementy $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_2$ przepływa ten sam prąd $\underline{I}_1$. Prawo Ohma zapisane dla impedancji $\underline{Z}_2$ oraz szeregowego połączenia $\underline{Z}_1$ i $\underline{Z}_2$ przyjmuje wówczas postać

$$\underline{U}_{WE} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I}_1, \quad (1)$$

$$\underline{U}_{WY} = \underline{Z}_2 \underline{I}_1. \quad (2)$$

Stąd, cały czas zakładając prąd $\underline{I}_2 \approx 0$, otrzymujemy

$$\frac{\underline{U}_{WY}}{\underline{U}_{WE}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}. \quad (3)$$

Ponieważ (3) jest związkiem wielkości zespolonych, a wygodniej będzie analizować iloraz łatwych do pomiaru amplitud napięć (lub ich wartości skutecznych), to można zapisać

$$\frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \left| \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right|. \quad (4)$$

A jeżeli sinusoidalnie zmienne napięcia zespolone wyrazimy w postaci

$$\underline{U}_{WE} = U_{WE} e^{j\varphi_{WE}} \quad \text{oraz} \quad \underline{U}_{WY} = U_{WY} e^{j\varphi_{WY}}, \quad (5)$$

to przesunięcie fazy napięcia mierzone pomiędzy wyjściem i wejściem dzielnika może być obliczone jako

$$\varphi = \varphi_{WY} - \varphi_{WE} = \arctg \frac{\operatorname{Im}(\underline{U}_{WY} / \underline{U}_{WE})}{\operatorname{Re}(\underline{U}_{WY} / \underline{U}_{WE})}. \quad (6)$$

2.2 Filtry sygnałowe

Filtrem częstotliwości nazywamy układ o strukturze czwórnik (w przerywanym prostokącie, Rys. 1), który umieszczony między źródłem sygnału a odbiornikiem powoduje, że do odbiornika dostają się sygnały o pożądanej częstotliwości, zaś niepożądane są eliminowane. Filtry stosuje się w urządzeniach elektronicznych i energetycznych. Pasma częstotliwości, w którym przepuszcza się sygnały z małym tłumieniem nosi nazwę pasma przepustowego, a pasmo, w którym sygnały podlegają silnemu tłumieniu to pasmo zaporowe. Częstotliwość, która stanowi granicę między pasmem przepustowym i zaporowym nazywana jest częstotliwością graniczną f_g (których, w różnie zbudowanych filtrach, może być nawet kilka).

W zależności od położenia pasma wyróżnia się następujące filtry:

- dolnoprzepustowe – pasmo przepustowe od częstotliwości $f = 0$ Hz do częstotliwości granicznej f_g ;
- górnoprzepustowe – pasmo przepustowe od częstotliwości granicznej f_g do nieskończoności;
- środkowoprzepustowe (pasmowe) – pasmo przepustowe od dolnej częstotliwości granicznej f_{g1} do górnej częstotliwości granicznej f_{g2} ;
- środkowozaporowe (zaporowe) – pasmo zaporowe w przedziale częstotliwości od f_{g1} do f_{g2} .

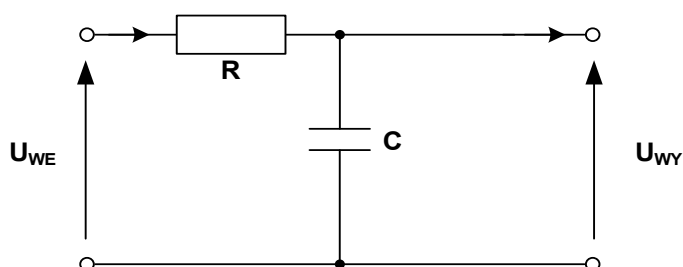
Parametry charakteryzujące pasywny filtr częstotliwości to:

- **współczynnik tłumienia / wzmocnienie (k)** – określa część sygnału wejściowego przenoszoną na wyjście filtra przy danej częstotliwości. Może być opisany jako stosunek wartości napięć ($k = U_{WY} / U_{WE}$) lub w decybelach

$$k_{dB} = -20 \log \frac{U_{WY}}{U_{WE}} [\text{dB}]. \quad (7)$$

- **przesunięcie fazowe (φ)** – różnica pomiędzy fazą napięcia na wyjściu filtra i fazą napięcia na jego wejściu, dana wzorem (6);
- **częstotliwość graniczna (f_g)** – częstotliwość oddzielająca pasmo przepustowe od zaporowego. Typowo za f_g przyjmuje się taką wartość częstotliwości, przy której tłumienie wzrasta o 3 dB w stosunku do minimum tłumienia w paśmie przepustowym. Wzrost tłumienia o 3 dB odpowiada zmniejszeniu się wartości U_{WY} / U_{WE} do poziomu $\approx 0,708$ maksymalnej wartości w paśmie przepustowym.

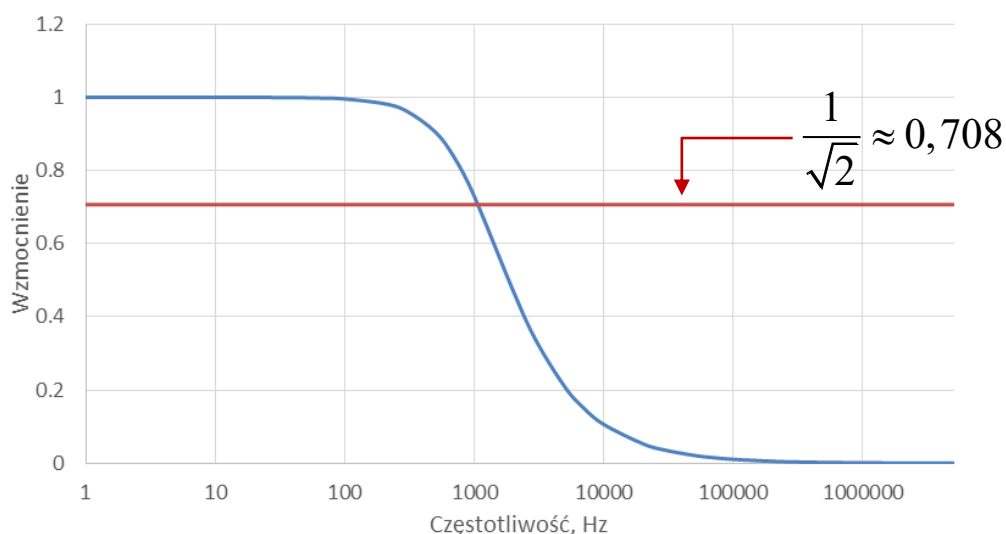
2.3 Filtr dolnoprzepustowy RC



Rys. 2. Schemat prostego filtra dolnoprzepustowego RC.

Równanie (3) dla układu z Rys. 2 przyjmuje postać

$$\frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{-j(2\pi fC)^{-1}}{R - j(2\pi fC)^{-1}}. \quad (8)$$



Rys. 3. Charakterystyka amplitudowa filtra dolnoprzepustowego RC o $f_g = 1$ kHz.

Stąd z (8) iloraz skutecznych napięć, czyli wzmocnienie k opisujące charakterystykę amplitudową filtra dolnoprzepustowego (Rys. 3), to

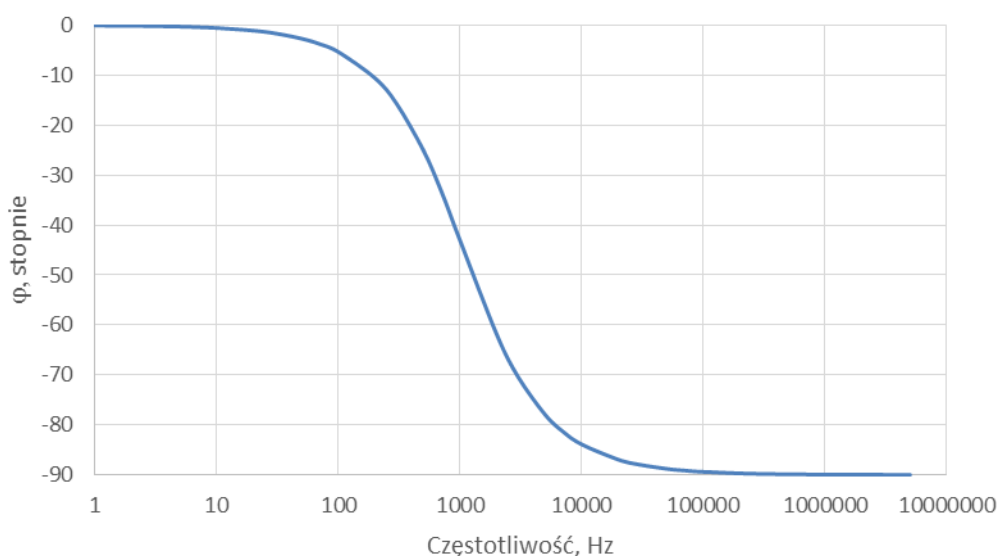
$$k = \frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fRC)^2}}. \quad (9)$$

Z kolei z (9) wynika częstotliwość graniczna filtra, która wynosi

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (10)$$

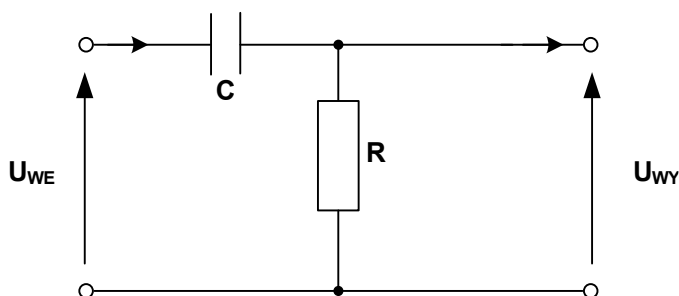
Charakterystykę fazowo-częstotliwościową filtra dolnoprzepustowego RC otrzymujemy podstawiając wyrażenie (8) do wzoru (6), tj.

$$\varphi = \arctg(-2\pi fRC). \quad (11)$$



Rys. 4. Charakterystyka fazowa filtra dolnoprzepustowego RC o $f_g = 1$ kHz.

2.4 Filtr górnoprzepustowy RC



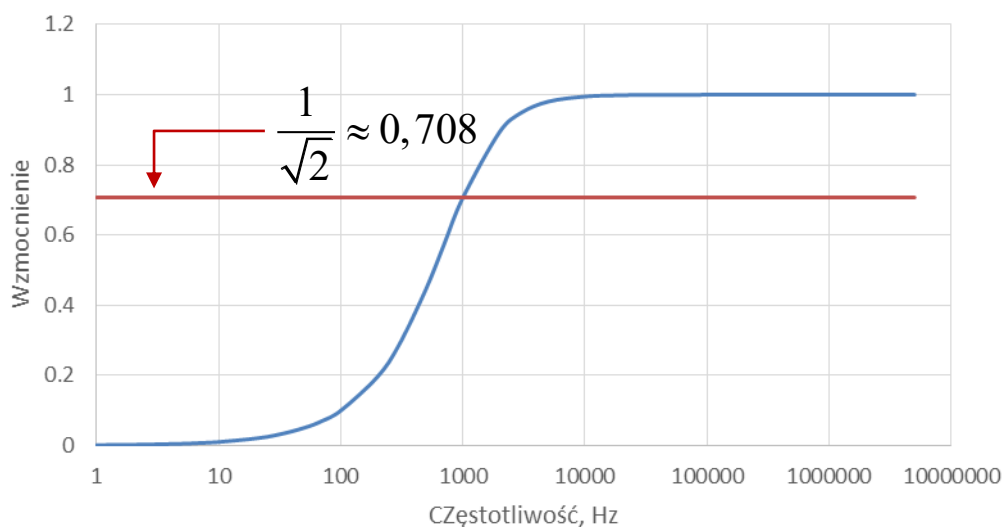
Rys. 5. Schemat prostego filtra górnoprzepustowego RC.

Równanie (3) dla układu z Rys. 5 przyjmuje postać

$$\frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{R}{R - j(2\pi fC)^{-1}} \quad (12)$$

Wynikający ze wzoru (12) stosunek rzeczywistych napięć opisuje charakterystykę amplitudową filtra górnoprzepustowego RC (Rys. 6)

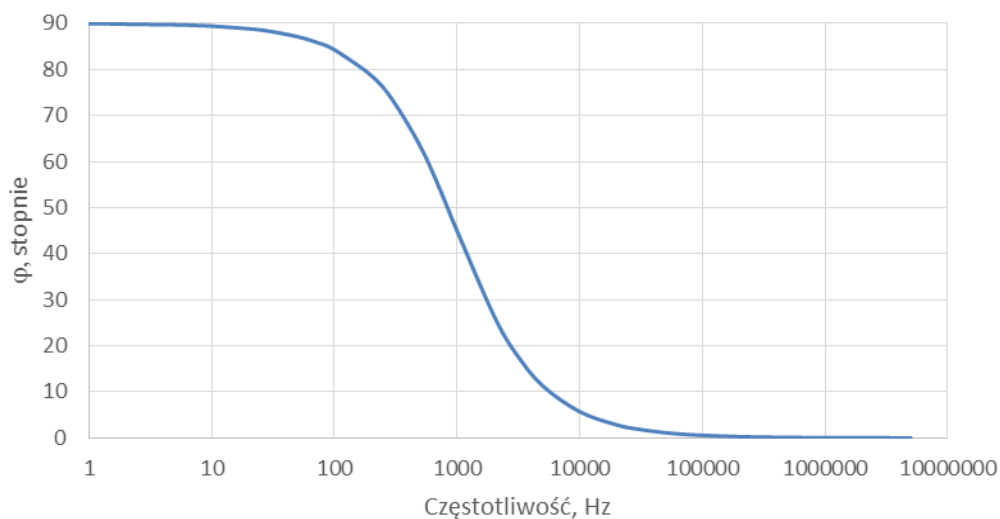
$$k = \frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fRC)^{-2}}} \quad (13)$$



Rys. 5. Charakterystyka amplitudowa filtra górnoprzepustowego RC o częstotliwości granicznej 1 kHz.

Przesunięcie fazy otrzymujemy podstawiając wzór (12) do wzoru (6)

$$\varphi = \arctg \frac{1}{2\pi fRC} \quad (14)$$



Rys. 6. Charakterystyka fazowa filtra górnoprzepustowego o częstotliwości granicznej 1 kHz.



3 Pomiary

Zadanie 1

Na płytce stykowej połącz ze sobą odpowiednie elementy tak, by stworzyć filtr dolnoprzepustowy o podanej przez prowadzącego częstotliwości granicznej. Wykorzystaj generator o regulowanej częstotliwości oraz oscyloskop do sporządzenia charakterystyki: amplitudowej (wzmocnienia), współczynnika tłumienia (w dB) i fazowej tego filtra.

Za pomocą kalkulatorów filtrów RC dostępnych w internecie, np.: digikey.pl/pl/resources/conversion-calculators/conversion-calculator-low-pass-and-high-pass-filter lub w aplikacji (XAPK) można wyznaczyć graniczną częstotliwość graniczną filtra i obejrzeć symulowane charakterystyki.

Pamiętaj, aby przy zmianie częstotliwości na generatorze utrzymywać stałą amplitudę napięcia zasilającego!

Zadanie 2

Na płytce stykowej połącz ze sobą odpowiednie elementy tak, aby stworzyć filtr górnoprzepustowy o podanej przez prowadzącego częstotliwości granicznej. Sporządź wykresy charakterystyki: amplitudowej (wzmocnienia), współczynnika tłumienia (w dB) i fazowej tego filtra.

Zadanie 3

Zaproponuj schemat filtra pasmowo przepustowego na podaną przez prowadzącego częstotliwość i zbadaj jego charakterystykę amplitudową.

Czy filtr zadziałał tak, jak wynika z obliczeń teoretycznych? Jak to ocenić przy pomocy oscyloskopu?

Do utworzenia filtra możesz wykorzystać niestosowany dotychczas dławik osiowy i zaprojektować odpowiedni obwód rezonansowy.



4 Literatura

Materiały elektroniczne

- [1] RS Elektronika, *Filtry [RS Elektronika]* #44, 2016,
[youtube.com/watch?v=H17oSRbnjnU](https://www.youtube.com/watch?v=H17oSRbnjnU)
- [2] Irwin D., Nelms R. M., *Basic engineering circuit analysis 10th edition*,
John Wiley & Sons, 2013,
<https://uoslahore.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/11/basic-engineering-circuit-analysis-10th-irwin.pdf>

Podręczniki

- [3] Platt C., *Elektronika - od praktyki do teorii*, Wydawnictwo Helion, Gliwice,
2013.
- [4] Osiowski J., Szabatin J., *Podstawy teorii obwodów Tom 1*, WNT,
Warszawa, 2023