Rozdział 12
Metrologia cieplna, modelowanie numeryczne i zagadnienia interdyscyplinarne

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_75

Wpływ parametrów klimatycznych na współczynnik przewodzenia ciepła wybranych izolatorów budowlanych

ROBERT KANIOWSKI[1,2], KAROLINA BĘBACZ[1,2], ALEKSANDRA MALINOWSKA[2]

[1] Politechnika Świętokrzyska, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn
al. 1000-lecia P.P. 7, 25-314 Kielce

[2] Świętokrzyski Kampus Laboratoryjny Głównego Urzędu Miar
ul. Wrzosowa 46, 25-211 Kielce

e-mail: robert.kaniowski@gum.gov.pl
karolina.bebacz@gum.gov.pl
aleksandra.malinowska@gum.gov.pl

Słowa kluczowe: współczynnik przewodzenia ciepła, izolatory budowlane, sztuczne postarzanie, metoda strumienia ciepła

Działalność badawczo-rozwojowa prowadzona zarówno w przemyśle, jak i w środowisku akademickim koncentruje się na zagadnieniach związanych z racjonalnym gospodarowaniem energią oraz jej pozyskiwaniem ze źródeł alternatywnych. Szczególnie istotny potencjał rozwoju obserwuje się w obszarze materiałów izolacyjnych oraz technologii efektywnej izolacji termicznej budynków mieszkalnych i komercyjnych, co wymaga zapewnienia wysokiej, powtarzalnej jakości procesów wytwarzania oraz rygorystycznej kontroli właściwości użytkowych tych materiałów przed wprowadzeniem do obrotu. Jedną z podstawowych technik stosowanych w tym zakresie tj. pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła jest metoda czujnika strumienia cieplnego, w której próbka materiału o znanych wymiarach umieszczana jest pomiędzy dwiema płytami o różnych temperaturach, zgodnie z normą PN-EN 12667:2002. Jedna płyta jest podgrzewana, a druga chłodzona, co prowadzi do powstania ustalonego gradientu temperatury w materiale i przepływu ciepła od strony cieplejszej do chłodniejszej. Podczas pomiaru rejestrowany jest strumień ciepła oraz różnica temperatur na próbce, a na podstawie prawa Fouriera wyznacza się współczynnik przewodzenia ciepła badanego materiału, z uwzględnieniem jego wymiarów oraz oporów cieplnych na styku z płytami pomiarowymi.

Celem niniejszej pracy była ocena wpływu parametrów klimatycznych takich jak temperatura oraz wilgotność powietrza na przewodność cieplną materiałów izolacyjnych. Przewodność cieplną mierzono zarówno przed, jak i po ekspozycji na wspomniane czynniki klimatyczne. Wyniki wskazują, że stabilność cieplna badanych materiałów jest uzależniona od ich struktury wewnętrznej oraz procesów fizykochemicznych zachodzących w trakcie eksploatacji. Spośród badanych materiałów pianka PUR cechuje się wzrostem λ w wyniku starzenia się materiału, co wpływa na spadek efektywności izolacji. Wyniki podkreślają znaczenie doboru trwałych materiałów w projektowaniu izolacji cieplnej.

WSTĘP

Właściwości materiałów izolacyjnych mogą ulegać zmianom pod wpływem różnych czynników, w tym warunków środowiskowych. Ekstremalne temperatury oraz wysoka wilgotność powietrza są w stanie przyspieszyć procesy degradacji, utleniania lub rozkładu, co skutkuje zmianami w strukturze molekularnej materiału, a tym samym w jego właściwościach. Komory klimatyczne umożliwiają precyzyjne odwzorowanie różnych warunków środowiskowych, pozwalając na przeprowadzanie badań przyspieszonego starzenia w kontrolowany sposób. Umieszcza się w nich próbki materiałów, gdzie przez określony czas są eksponowane na zmienne warunki klimatyczne, co pozwala na symulację długoterminowych efektów działania środowiska.

W zależności od zakresu zastosowań, materiały mogą wymagać jak najwyższej (np. rozpraszacze ciepła, wymienniki ciepła) lub jak najniższej przewodności cieplnej (np. izolacje termiczne, powłoki ogniotrwałe). Materiały izolacyjne stosuje się w budownictwie w celu zapewnienia izolacji termicznej i akustycznej. Składają się one z tworzyw sztucznych takich jak np.: polistyren, polistyren ekstrudowany, poliuretan itp. Powtarzalne i dokładne metody pomiaru przewodności cieplnej są

niezbędne w procesie projektowania i certyfikacji materiałów. Do oceny jakości izolacji termicznej przez materiały stosuje się współczynnik przewodzenia ciepła, λ. Im niższa jest jego wartość, tym lepsze właściwości termoizolacyjne posiada dany materiał.

Metody pomiaru przewodności cieplnej można podzielić na stacjonarne oraz niestacjonarne. Metody stacjonarne opierają się na analizie ustalonego przepływu ciepła przez próbkę, co oznacza, że rozkład temperatury w czasie nie ulega zmianie. Z kolei metody niestacjonarne wykorzystują odpowiedź materiału na krótkotrwałe wymuszenie cieplne, a wyznaczenie właściwości termofizycznych odbywa się na podstawie analizy przebiegów przejściowych temperatury.

Do najważniejszych metod stacjonarnych zalicza się metodę z użyciem aparatu płytowego z płytą osłonową (ang. *Guarded Hot Plate*), która uznawana jest za metodę referencyjną w pomiarach przewodności cieplnej materiałów stałych. Została ona opisana m.in. w normach PN-EN 12667:2002 i znajduje zastosowanie przede wszystkim w badaniach materiałów o średniej i dużej rezystancji cieplnej. Jej główną zaletą jest wysoka dokładność pomiarowa, natomiast ograniczeniem – długi czas osiągania stanu ustalonego. Alternatywę dla niej stanowi metoda z użyciem aparatu płytowego z miernikiem strumienia ciepła (ang. *Heat Flow Meter*, HFM), opisana m.in. w normie PN-EN 12667:2002. W metodzie tej strumień ciepła przechodzący przez próbkę wyznaczany jest za pomocą czujników strumienia ciepła, co znacząco skraca czas pomiaru w porównaniu z metodą referencyjną. Metoda ta jest szeroko stosowana w badaniach materiałów izolacyjnych, choć jej dokładność jest zazwyczaj nieco niższa niż w przypadku aparatu z płytą osłonową.

Metody niestacjonarne zyskują coraz większe znaczenie ze względu na krótki czas pomiaru oraz możliwość badania szerokiego zakresu materiałów. Metoda błysku laserowego (ang. *Laser Flash Analysis*, LFA), opisana jest m.in. w normie PN-EN ISO 22007-4. W metodzie tej jedna powierzchnia próbki poddawana jest krótkiemu impulsowi energii (najczęściej laserowemu), a następnie rejestrowany jest przebieg temperatury na przeciwnej powierzchni. Na tej podstawie wyznacza się dyfuzyjność cieplną, która w połączeniu z gęstością i ciepłem właściwym umożliwia obliczenie przewodności cieplnej. Metoda ta charakteryzuje się bardzo krótkim czasem pomiaru oraz możliwością prowadzenia badań w szerokim zakresie temperatur.

Dobór odpowiedniej metody pomiarowej zależy od wielu czynników, takich jak zakres temperatury, stan skupienia materiału (ciało stałe, ciecz lub gaz), jego struktura, porowatość oraz wymagania dotyczące dokładności pomiaru. Metody stacjonarne stosowane są głównie w przypadku materiałów stałych i referencyjnych pomiarów laboratoryjnych, natomiast metody niestacjonarne znajdują zastosowanie w badaniach materiałów o złożonej strukturze oraz w sytuacjach wymagających szybkiej analizy właściwości termofizycznych [1].

Metoda HFM znajduje szerokie zastosowanie szczególnie w badaniach izolacji budowlanych, takich jak pianki poliuretanowe, polistyreny ekspandowane i ekstrudowane (EPS, XPS), wełny mineralne, pianki fenolowe, materiałów odnawialnych i naturalnych izolatorów, np. włókien lnianych, konopnych, korka, celulozy [2,3], materiałów kompozytowych stosowanych w konstrukcjach energooszczędnych, np. betonów lekkich, geopolimerów z domieszkami popiołu lotnego [4], warstw wielomateriałowych, np. systemów ETICS (ang. *External Thermal Insulation Composite System*) w Polsce często określany jako BSO (Bezspoinowy System Ociepleń) czy płyt warstwowych stosowanych w przegrodach zewnętrznych. Dzięki możliwości testowania próbek o rzeczywistych rozmiarach i strukturalnej niejednorodności, HFM jest powszechnie wykorzystywana przy certyfikacji materiałów budowlanych zgodnie z wymaganiami europejskimi (CE) oraz do tworzenia baz danych parametrów materiałowych.

1. STANOWISKO POMIAROWE

1.1. BADANIA KLIMATYCZNE

Badania odporności na narażenia klimatyczne były prowadzone w komorze klimatycznej D001 firmy KGA. Posiada ona regulację temperatury w zakresie od -70 °C do +180 °C i pełną regulację wilgotności względnej powietrza w zakresie temperatur od -40 °C do +98 °C. Rysunek 1 przedstawia komorę klimatyczną, która dysponuje przestrzenią testową w formie prostopadłościennej o pojemności 600 dm^3. Cyrkulacja powietrza oraz brak dodatkowych źródeł pary wodnej w przestrzeni roboczej zapewnienia jednorodny rozkład temperatury i wilgotności względnej powietrza. Za precyzyjną

regulację temperatury w komorze klimatycznej odpowiada regulator, do którego podłączone są wysokiej klasy czujniki wraz z elektryczną nagrzewnicą oraz dwustopniowy układ kaskadowy, oparty na sprężarkach inwerterowych. Układ kontroli wilgotności powietrza obejmuje nawilżacz parowy, osuszacz adsorpcyjny oraz termohigrometr. Dla prawidłowego działania, urządzenie wymaga podłączenia do zasilania elektrycznego 400 V, sprężonego powietrza oraz uzdatnionej wody.



Rysunek 1. Stanowisko do badania odporności na narażenia klimatyczne: komora klimatyczna D001 firmy KGA, rejestrator danych Almemo, komputer stanowiskowy; Źródło: opracowanie własne.

W celu monitorowania aktualnie panujących warunków w przestrzeni testowej komory klimatycznej, zastosowano termohigrometry z czujnikami pojemnościowymi (pomiar wilgotności względnej) i rezystancyjnymi Pt100 (pomiar temperatury) firmy Ahlborn. Umieszczono 4 takie czujniki w różnych miejscach przestrzeni testowej, aby określić rozkład przestrzenny temperatury i wilgotności względnej powietrza wokół badanych próbek. Przewody czujników wypuszczono przez specjalne przepusty w bocznej ścianie komory klimatycznej i podłączono je do rejestratora danych Almemo. Wyniki ze wszystkich termohigrometrów były archiwizowane na komputerze za pomocą oprogramowania AMR WinControl.

Niepewności rozszerzone pomiaru temperatury i wilgotności względnej zostały wyznaczone przy zastosowaniu współczynnika rozszerzenia $k = 2$ przy poziomie ufności 95 %. Składowymi niepewności pomiaru były: rozkład temperatury i wilgotności w komorze klimatycznej, rozrzut wskazań (120 pomiarów co 30s), niepewność ze świadectwa wzorcowania czujników oraz rozdzielczość wskazań czujników. Uzyskane wyniki przedstawiają się następująco:

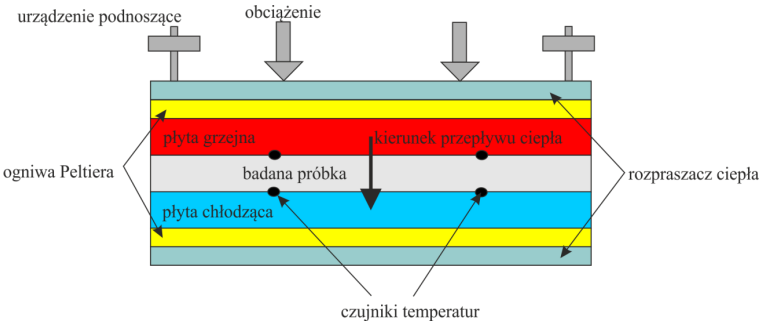
- średnia temperatura 70,38 °C ± 1,10 °C, średnia wilgotność względna 78,1 % ± 5,4 %,
- średnia temperatura −29,65 °C ± 0,47 °C, średnia wilgotność względna 72,7 % ± 10,3 %.

1.2. POMIAR PRZEWODNICTWA CIEPLNEGO

Metoda czujnika strumienia cieplnego, należy do metod stacjonarnych i została szeroko zaadaptowana w normach międzynarodowych do pomiaru przewodności cieplnej materiałów izolacyjnych. Polega ona zasadniczo na umieszczeniu próbki pomiędzy dwiema płytami o znanej i kontrolowanej temperaturze – jedna z nich jest podgrzewana, druga chłodzona – co pozwala na wytworzenie stałego gradientu temperatury w próbce. Rysunek 2 przedstawia zasadę działania aparatu, służącego do pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła, który działa na podstawie prawa Fouriera (1):

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \Delta T A}{d} \tag{1}$$

$\dot{Q}$ – strumień ciepła, W,
λ – współczynnik przewodności cieplnej, W m^{-1}K^{-1},
A – pole powierzchni, m^2,
d – grubość materiału, m.



Rysunek 2. Schemat ideowy pomiaru przewodności cieplnej; Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 3 przedstawiono zdjęcie urządzenia do pomiaru przewodności cieplnej HFM 446M. Posiada on następujące właściwości:

- zakres pomiarowy współczynnika przewodzenia ciepła 0,002 ÷ 0,5 W $m^{-1}K^{-1}$,
- możliwość przepłukiwania komory pomiarowej gazem ochronnym np. azotem w celu wyeliminowania kondensacji pary,
- możliwość wykonania pomiarów przewodności cieplnej dla materiałów sypkich,
- możliwość wykonania pomiarów przy zwiększonym zagęszczeniu.



Rysunek 3. Aparat do pomiaru przewodności cieplnej HFM-446M; Źródło: opracowanie własne.

Metoda HFM jest jedną z najczęściej stosowanych technik pomiaru przewodności cieplnej materiałów budowlanych i izolacyjnych, jednak jak każda metoda, posiada swoje ograniczenia. Do jej zalet należy m.in. duża powtarzalność i stabilność pomiaru, zwłaszcza przy materiałach o niskiej przewodności cieplnej (poniżej 0,1 W $m^{-1}K^{-1}$), prostota przygotowania próbek – możliwość badania dużych formatów bez konieczności ich cięcia (rozmiar próbki do 300×300×105 mm) – oraz zgodność z międzynarodowymi normami. Do głównych wad zalicza się natomiast długi czas stabilizacji

temperatury (do 1–2 godzin), ograniczoną powtarzalność przy materiałach o wysokiej przewodności (powyżej 1 W m^{-1} K^{-1}), a także wrażliwość na jakość kontaktu między próbką a płytami (chropowatość, obecność szczelin powietrznych) oraz konieczność uwzględniania wpływu wilgoci [6]. Strumień cieplny przenoszony przez próbkę rejestrowany jest za pomocą cienkowarstwowych czujników przepływu ciepła, umieszczonych bezpośrednio przy powierzchni kontaktu.

Strumień cieplny przenoszony przez próbkę rejestrowany jest przez czujniki przepływu ciepła (najczęściej cienkowarstwowe termopary typu gardzielowego), umieszczone bezpośrednio przy powierzchni kontaktu.

Aby zapewnić wysoką jakość i wiarygodność pomiarów wykonywanych metodą HFM, kluczowe jest stosowanie odpowiednich materiałów referencyjnych. Jednym z nich jest certyfikowany materiał ERM-FC440, opracowany przez Instytut Europejskich Materiałów Odniesienia ERM® z siedzibą w Belgii. Materiał ten jest przeznaczony do kontroli jakości i oceny wydajności metody pomiarów z wykorzystaniem płyty grzejnej (GHP), a także do kalibracji przyrządów do pomiaru przepływu ciepła (HFM).

Średnia grubość ERM-FC440 wynosi (28,65 ± 0,15) mm pod obciążeniem 0,25 kPa i (28,27 ± 0,19) mm pod obciążeniem 1,5 kPa. Gęstości wszystkich próbek ERM-FC440 mieszczą się w zakresie od 130 do 148 kg m^{-3}. ERM-FC440 posiada certyfikat przewodności cieplnej w zakresie temperatur od -10 °C do 70°C.

Niepewność pomiaru współczynnika przewodności cieplnej λ wyznaczanego metodą czujnika strumienia cieplnego (heat flow meter) (HFM 446 M) szacuje się zgodnie z wymaganiami normy PN-EN ISO/IEC 17025. Grubość próbki jest mierzona automatycznie przez aparat HFM 446 w trakcie pomiaru. Wartość ta wykorzystywana jest bezpośrednio w algorytmie wyznaczania współczynnika przewodności cieplnej. Niepewność pomiaru grubości jest uwzględniona pośrednio w niepewności całkowitej metody, wyznaczonej empirycznie na podstawie pomiarów certyfikowanego materiału odniesienia.

Przymiar sztywny służy wyłącznie do wstępnej kontroli geometrycznej próbki. Grubość wykorzystywana w obliczeniu współczynnika przewodności cieplnej jest mierzona automatycznie przez aparat HFM 446 w trakcie pomiaru.

Szacowanie niepewności przeprowadza się na podstawie pomiarów certyfikowanego materiału odniesienia ERM-FC440a (resin bonded glass fibre board), którego certyfikowana wartość przewodności cieplnej opisana jest równaniem:

$$\lambda_{\mathrm{ref}} = 31{,}04 + 0{,}11 \cdot T[\mathrm{mW/(m \cdot K)}] \tag{2}$$

w zakresie temperatur:

$$-10°\mathrm{C} \leq T \leq 70°\mathrm{C} \tag{3}$$

Niepewność certyfikowana materiału odniesienia wynosi:

$$U_{\mathrm{ref}} = 1{,}1\%(k = 2) \tag{4}$$

Współczynnik przewodności cieplnej λ wyznaczany jest bezpośrednio przez aparat HFM 446 M po uprzedniej kalibracji z użyciem materiału odniesienia ERM-FC440a. W związku z tym niepewność wyznacza się na podstawie analizy rozrzutu wyników, właściwości materiału odniesienia oraz stabilności układu pomiarowego.

$$u_c(\lambda) = \lambda \sqrt{\left(\frac{u(\lambda_{ref})}{\lambda_{ref}}\right)^2 + (u_{urz})^2 + \left(u_{pow}\right)^2} \tag{5}$$

Niepewność urządzenia przyjęto jako $u_{urz} = 2\%$. Powtarzalność pomiarów jest wyznaczana na podstawie serii co najmniej 5 pomiarów materiału:

$$u_{pow} = \frac{s(\lambda)}{\sqrt{n}} \tag{6}$$

gdzie:
$s(\lambda)$ – odchylenie standardowe średniej serii pomiarowej wyników współczynników przewodności cieplnej,

$$s(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\lambda_{pow_i} - \overline{\lambda_{pow}}\right)^2} \tag{7}$$

λ_{pow} – współczynnik przewodności cieplnej materiału próbki,
n – liczba pomiarów.

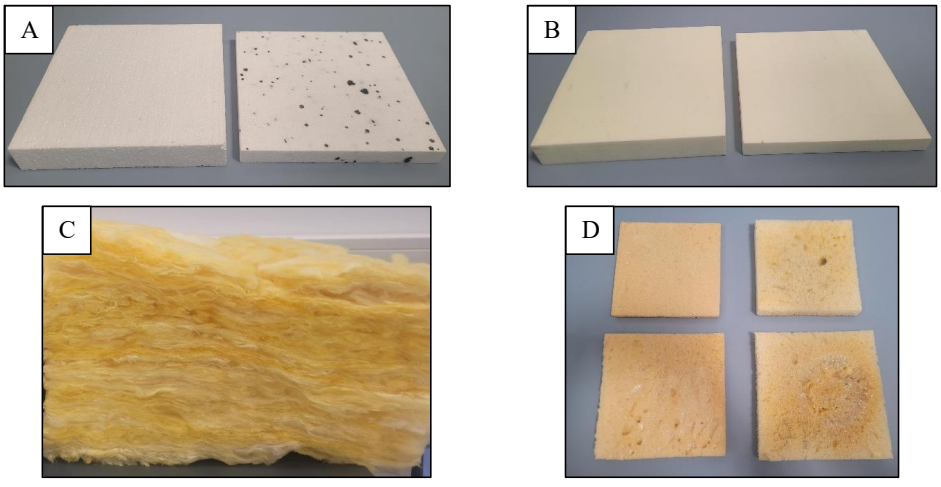
Niepewność rozszerzoną $U(\lambda)$ określono przy prawdopodobieństwie rozszerzenia około 95% i współczynniku rozszerzenia $k = 2$ za pomocą równania (8) i nie przekraczały 3,7%.

$$U(\lambda) = k \cdot u_c(\lambda) \tag{8}$$

2. SPOSÓB WYKONANIA POMIARÓW

Do badań wybrane zostały popularne materiały o właściwościach termoizolacyjnych, takie jak: styropiany, pianki montażowe oraz wełna szklana. Zostały one przycięte do formy prostopadłościennych próbek o grubości od 2 do 5 cm oraz pozostałych wymiarach mieszczących się w zakresie 20–30 cm. Próbki pianek montażowych wytworzono poprzez wstrzyknięcie ich do specjalnie przygotowanych form z ceowników, a następnie – po utwardzeniu – precyzyjnie przycięto je do wymaganych rozmiarów. Dla tak przygotowanych próbek zmierzono współczynnik przewodzenia ciepła, a po tym pomiarze umieszczono je w komorze klimatycznej w pozycji pionowej, zapewniającej odpowiedni przepływ powietrza. Rysunek 4 i 5 przedstawiają materiały wybrane do badania oraz ich ustawienie w komorze klimatycznej.

Próbki poddawano cyklicznej ekspozycji na kontrolowane warunki temperaturowo-wilgotnościowe, obejmujące naprzemienne etapy: 24 godziny w temperaturze –30 °C przy wilgotności względnej 70% oraz kolejne 24 godziny w temperaturze 70 °C przy wilgotności względnej 80%. Całkowity czas ekspozycji materiałów w komorze klimatycznej wyniósł 16 tygodni. Należy jednak uwzględnić, że w wybranych odstępach czasu próbki były wyjmowane z komory w celu pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła. W związku z tym całkowity czas oddziaływania warunków środowiskowych obejmuje również okres przechowywania próbek w warunkach laboratoryjnych (23 °C ± 2 °C; 50 % RH ± 15 %), więc całkowity czas ekspozycji wynosi około jednego roku.



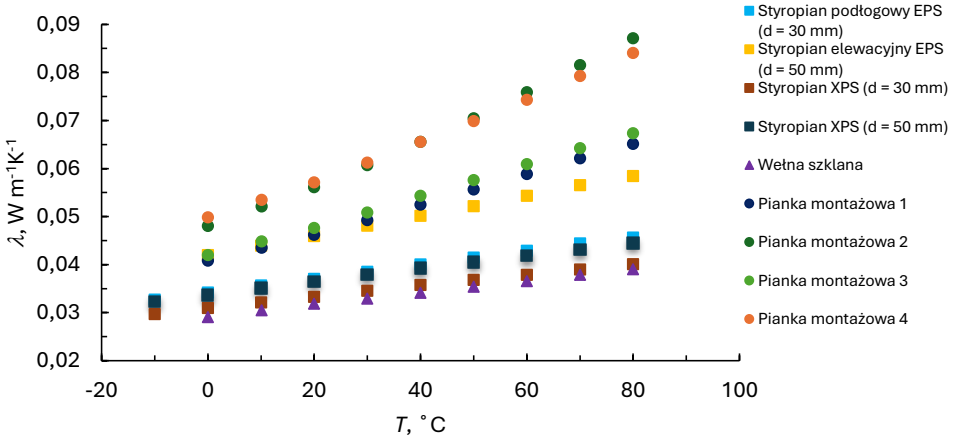
Rysunek 4. Próbki materiałów termoizolacyjnych wybrane do badań: A – styropiany EPS (ekspandowane), B – styropiany XPS (ekstrudowane), C – wełna szklana, D – pianki montażowe; Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 5. Rozmieszczenie próbek w komorze klimatycznej; Źródło: opracowanie własne.

3. WYNIKI BADAŃ ORAZ DYSKUSJA

Rysunek 6 przedstawia zależność przewodnictwa cieplnego materiałów izolacyjnych od temperatury, natomiast w tabeli 1 umieszczono równania prostych dla zależności współczynnika przewodności cieplnej od temperatury poszczególnych próbek oraz współczynniki determinacji.



Rysunek 6. Porównanie przewodnictwa cieplnego materiałów izolacyjnych przed narażeniem na czynniki klimatyczne; Źródło: opracowanie własne.

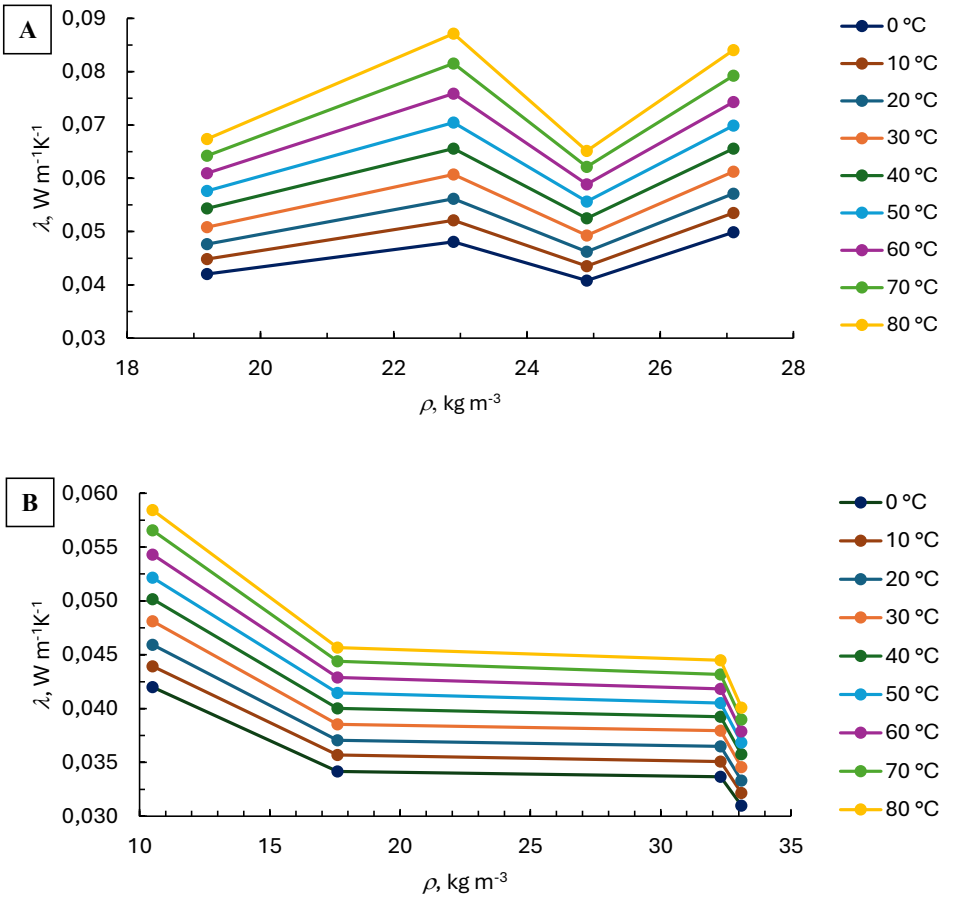
Tabela 1. Równania prostych dla zależności współczynnika przewodności cieplnej od temperatury poszczególnych próbek oraz współczynniki determinacji R^2

Lp.	Próbka	Równanie prostej	Współczynnik R^2
1.	Styropian podłogowy EPS (d = 30 mm)	$\lambda = 0{,}00015T + 0{,}0342$	0,9999
2.	Styropian elewacyjny EPS (d = 50 mm)	$\lambda = 0{,}00021T + 0{,}0419$	0,9998
3.	Styropian XPS (d = 30 mm)	$\lambda = 0{,}00011T + 0{,}0310$	0,9993
4.	Styropian XPS (d = 50 mm)	$\lambda = 0{,}00014T + 0{,}0337$	0,9996
5.	Wełna szklana	$\lambda = 0{,}00012T + 0{,}0292$	0,9994
6.	Pianka montażowa 1	$\lambda = 0{,}00031T + 0{,}0403$	0,9991
7.	Pianka montażowa 2	$\lambda = 0{,}00049T + 0{,}0468$	0,9962
8.	Pianka montażowa 3	$\lambda = 0{,}00032T + 0{,}0415$	0,9991
9.	Pianka montażowa 4	$\lambda = 0{,}00043T + 0{,}0489$	0,9975

Źródło: opracowanie własne.

Przewodnictwo cieplne badanych materiałów rośnie liniowo wraz ze wzrostem temperatury w zakresie od -10 °C do 80 °C, co potwierdzają wysokie wartości współczynnika determinacji R^2, mieszczące się w przedziale od 0,996 do 0,999. Jest to związane ze wzrostem intensywności drgań cząsteczek w strukturze materiału wraz ze wzrostem temperatury, co ułatwia przekazywanie energii między nimi. Spośród badanych próbek najlepsze właściwości termoizolacyjne przed narażeniem klimatycznym wykazała wełna szklana – materiał o strukturze włóknistej i niskim przewodnictwie cieplnym. Z kolei próbki pianek montażowych cechują się najwyższą przewodnością cieplną, co może wynikać z ich mniej jednorodnej, porowatej budowy. Zazwyczaj w szczelinach takich materiałów zamknięte są małe porcje gazu (powietrza, dwutlenku węgla). Gdy przestrzenie te będą zbyt duże, zaczyna zachodzić w nich konwekcja, która skutecznie podnosi wartość współczynnika λ.

Rysunek 7 przedstawia zależność współczynnika przewodzenia ciepła (λ) od gęstości materiałów izolacyjnych. Ma ona charakter nieliniowy, a jej przebieg zależy od struktury wewnętrznej danego materiału.



Rysunek 7. Zależność przewodności cieplnej λ od gęstości materiału ρ, dla różnych temperatur (A – Pianki montażowe, B – Styropiany); Źródło: opracowanie własne.

W przypadku pianek montażowych, które są materiałami silnie porowatymi, obserwuje się wzrost przewodnictwa cieplnego wraz ze wzrostem ich gęstości. W ich strukturze dominuje powietrze, które posiada bardzo dobre właściwości izolacyjne. Jednak wraz ze zwiększaniem gęstości ilość powietrza

maleje na rzecz materiału stałego, który przewodzi ciepło znacznie lepiej. W rezultacie właściwości termoizolacyjne pianek ulegają pogorszeniu wraz ze wzrostem gęstości, a współczynnik λ rośnie. W przypadku styropianów (polistyrenów) sytuacja jest bardziej złożona i zależy od ich rodzajów. Styropiany EPS (ekspandowane) posiadają strukturę otwarto-komórkową oraz stosunkowo niską gęstość. W ich przypadku obserwuje się spadek przewodnictwa cieplnego wraz ze wzrostem gęstości. Efekt ten związany jest z coraz bardziej zwartą strukturą materiału, która ogranicza możliwość swobodnego przemieszczania się powietrza w porach, tym samym zmniejszając udział konwekcji w przenoszeniu ciepła. Prowadzi to do poprawy właściwości izolacyjnych i obniżenia λ. Natomiast styropiany XPS (ekstrudowane) posiadają strukturę zamknięto-komórkową, bardziej jednorodną i znacznie gęstszą niż EPS. Ogranicza ona skutecznie zarówno konwekcję powietrza, jak i promieniowanie cieplne wewnątrz materiału, co przekłada się na niższy współczynnik przewodzenia ciepła w porównaniu do styropianów EPS.

Podczas procesu sztucznego starzenia w komorze klimatycznej zaobserwowano zmiany masy badanych materiałów izolacyjnych. W tabeli 2 zestawiono wyznaczone wartości gęstości materiałów (ρ), współczynnik przewodzenia ciepła (λ) deklarowany przez producenta oraz zmierzony przed narażeniem klimatycznym, obliczoną zmianę λ po narażeniu, a także masę próbek przed i po starzeniu oraz wynikający z niego ubytek masy.

Tabela 2. Porównanie właściwości cieplnych i fizycznych materiałów przed i po starzeniu klimatycznym (λ, ρ, zmiana λ, ubytek masy)

Lp.	Próbka	ρ, kg m^{-3}	λ, W m^{-1}K^{-1}			*masa próbek*, g		Ubytek masy, %
			Deklarowany przez producenta	Zmierzony przed narażeniem klimatycznym*	Zmiana [%] po 16 tyg. w komorze klimatycznej	Przed narażeniem klimatycznym	Po narażeniu klimatycznym	
1.	Styropian podłogowy EPS (d = 30 mm)	17,6	0,038	0,03568	-2,2	127,9	128,3	+0,3
2.	Styropian elewacyjny EPS (d = 50 mm)	10,5	0,044	0,04393	-3,1	80,2	80,2	0,0
3.	Styropian XPS (d = 30 mm)	33,1	0,033	0,03215	-0,4	43,6	43,9	+0,7
4.	Styropian XPS (d = 50 mm)	32,3	0,033	0,03507	-0,5	38,1	38,1	0,0
5.	Wełna szklana	54,0	0,038	0,03052	-2,4	159,2	156,4	-1,8
6.	Pianka montażowa 1	24,9	---	0,04352	-4,6	29,5	25,5	-13,6
7.	Pianka montażowa 2	22,9	0,035	0,05213	2,5	24,9	24,1	-3,2
8.	Pianka montażowa 3	19,2	---	0,04483	-6,0	32,1	31,3	-2,5
9.	Pianka montażowa 4	27,1	0,035	0,05349	-21,6	42,7	38,7	-9,4

*Dla temperatury 10 °C wg normy PN-EN ISO 10456:2009

Źródło: opracowanie własne.

Największy ubytek masy odnotowano w przypadku pianek montażowych, gdzie wynosił on od 2,5 % do 13,6 %. Związane jest to głównie ze zmianami zachodzącymi w strukturze materiału pod wpływem oddziaływania zmiennych warunków klimatycznych. Czynniki te prowadzą do stopniowej degradacji struktury komórkowej pianek poliuretanowych. Jednym z istotnych efektów starzenia jest wzrost kruchości materiału, który wynika z postępujących procesów fizykochemicznych zachodzących w polimerowej strukturze pianek. Pod wpływem temperatury i wilgoci może dochodzić do częściowej degradacji łańcuchów polimerowych oraz osłabienia ścianek komórek tworzących strukturę piany. W konsekwencji materiał staje się bardziej podatny na mikropęknięcia i kruszenie, szczególnie podczas manipulowania próbkami, ich przygotowania do badań lub w trakcie samego procesu starzenia. Powstawanie drobnych ubytków materiału prowadzi do stopniowego zmniejszania masy próbek.

Ubytek masy zanotowano również dla wełny szklanej (1,8 %). Można to tłumaczyć przede wszystkim degradacją materiału, a w szczególności organicznych spoiw łączących włókna szklane. Natomiast w przypadku styropianów zauważono odwrotną tendencję. Po sztucznym starzeniu w komorze klimatycznej odnotowano wzrost masy próbek nawet o 0,7 %. Zjawisko to można tłumaczyć absorpcją wilgoci, która mogła wnikać do mikroporów materiału podczas cykli podwyższonej wilgotności w komorze klimatycznej.

Przeanalizowano zmiany współczynnika przewodzenia ciepła λ w czasie dla badanych materiałów izolacyjnych, tj. styropianów (EPS i XPS), pianek poliuretanowych (PUR) oraz wełny szklanej, po ich narażeniu w komorze klimatycznej. W przypadku styropianów (EPS i XPS) w początkowym okresie badań zaobserwowano wzrost wartości współczynnika przewodzenia ciepła, λ. Zjawisko to można wiązać z oddziaływaniem podwyższonej wilgotności oraz zmiennych warunków temperaturowych panujących w komorze klimatycznej, które sprzyjały absorpcji wilgoci przez materiał. Potwierdzeniem tego jest również odnotowany wzrost masy próbek styropianu. Obecność wilgoci w strukturze porowatej materiału prowadzi do częściowego zastępowania powietrza w porach wodą, która charakteryzuje się znacznie wyższym współczynnikiem przewodzenia ciepła, co skutkuje wzrostem wartości λ. Po ponad 16 tygodniach ekspozycji na ekstremalne warunki środowiskowe oraz po okresach przechowywania próbek w warunkach laboratoryjnych pomiędzy kolejnymi pomiarami zaobserwowano jednak spadek wartości współczynnika przewodzenia ciepła. Ostatecznie wartości λ były niższe o około 0,4–3,1 % w stosunku do wartości zmierzonych przed narażeniem klimatycznym. Należy jednak zaznaczyć, że niepewność pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła λ wynosiła 3,67 %. Oznacza to, że obserwowane różnice względem wartości początkowej mieszczą się w granicach niepewności pomiarowej metody, dlatego nie można jednoznacznie stwierdzić, czy wynikają one wyłącznie ze zmian właściwości materiału. Styropian (podłogowy, elewacyjny i XPS) charakteryzuje się stosunkowo stabilnymi właściwościami cieplnymi w dłuższym okresie użytkowania, o ile nie zostanie narażony na nadmierne zawilgocenie [7,8]. Starzenie prowadzi do zmian współczynnika λ, głównie w wyniku mikroskopijnych zmian strukturalnych oraz możliwej absorpcji wilgoci z otoczenia. Dobrze zaprojektowana i szczelna izolacja może ograniczyć te negatywne zjawiska.

Podobną tendencję zauważono w przypadku wełny szklanej – po niewielkim czasie narażenia w komorze klimatycznej, współczynnik przewodzenia ciepła nieznacznie wzrósł. Natomiast po niespełna 16 tygodniach narażenia na warunki klimatyczne i dodatkowych okresach przechowywania w warunkach laboratoryjnych zauważono spadek λ o 2,4 % w stosunku do wartości przed narażeniem. Zmiana ta również mieści się w zakresie niepewności pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła. Jest ona niewielka i może wynikać głównie z możliwości osiadania włókien lub zwiększonego zawilgocenia. Aby temu zapobiec, producenci wełny szklanej dodają do swojego wyrobu lepiszcza spajające oraz substancje hydrofobowe. Należy jednak wziąć po uwagę, że długotrwałe eksponowanie na wysoką wilgotność powietrza może prowadzić do degradacji lepiszcza spajającego włókna np. poprzez jego wypłukiwanie oraz reakcję depolimeryzacji [9]. Struktura wełny może się wtedy znacznie osłabić, co prowadzi do pogorszenia jej właściwości termoizolacyjnych oraz do zmniejszenia wytrzymałości mechanicznej.

Z kolei pianka poliuretanowa (PUR) wykazuje największą podatność na zmiany współczynnika przewodzenia ciepła w czasie. W literaturze opisuje się, że w warunkach długotrwałej eksploatacji pian PUR dochodzi do stopniowej dyfuzji gazów spieniających i ich wymiany z powietrzem, co prowadzi do wzrostu współczynnika przewodzenia ciepła λ w czasie – nawet o kilkadziesiąt procent w ciągu pierwszych 5–10 lat [10,11]. Jednak w warunkach przyspieszonego starzenia klimatycznego obserwowany efekt może być odmienny i związany przede wszystkim ze zmianami strukturalnymi materiału, takimi jak zapadanie komórek i degradacja szkieletu polimerowego, które mogą prowadzić do obniżenia efektywnej przewodności cieplnej. Dodatkowo istotnym czynnikiem mogą być procesy związane z zawilgoceniem materiału, polegające na sorpcji i kondensacji pary wodnej w strukturze porowatej, co może modyfikować sposób transportu ciepła w pianie poprzez zmianę lokalnych warunków przewodzenia. W niniejszym badaniu zaobserwowano istotny spadek współczynnika przewodzenia ciepła λ po długotrwałych narażeniach klimatycznych, który w przypadku jednej z pian osiągnął wartość ok. 21 %. Zjawisko to należy rozpatrywać w kontekście zmian strukturalnych materiału, w tym wzrostu jego kruchości, prowadzących do częściowego zapadania struktury komórkowej i zmniejszenia rozmiaru porów. Tego typu reorganizacja mikrostruktury mogła ograniczyć udział konwekcji oraz promieniowania w transporcie ciepła, co skutkowało obniżeniem efektywnej

przewodności cieplnej. W przypadku pian montażowych, w których powietrze stanowi istotny składnik fazy gazowej, zmiany zachodzące w tej fazie mają drugorzędne znaczenie w porównaniu ze zmianami strukturalnymi materiału. Należy podkreślić, że obserwowana pozorna poprawa parametrów izolacyjnych nie przekłada się na rzeczywistą poprawę właściwości użytkowych, które uległy pogorszeniu, na co wskazuje znaczny wzrost kruchości oraz ubytek masy.

Specyfika pomiaru metodą HFM wymaga dobrego kontaktu próbki z płytami pomiarowymi oraz stabilnej, nieodkształcalnej geometrii materiału. Wzrost kruchości i degradacja struktury piany mogły prowadzić do lokalnych odkształceń, utraty nominalnej grubości lub nierównomiernego docisku próbki. W konsekwencji mogło dojść do zmiany rzeczywistego strumienia ciepła rejestrowanego przez aparat, a tym samym do zaniżenia wyznaczonej wartości współczynnika przejmowania ciepła. Dlatego obserwowany spadek przewodności cieplnej należy interpretować z uwzględnieniem zarówno rzeczywistych zmian mikrostrukturalnych, jak i potencjalnego wpływu warunków pomiaru charakterystycznych dla metody HFM.

PODSUMOWANIE

Starzenie się materiałów izolacyjnych jest zjawiskiem nieuniknionym i prowadzi do systematycznych zmian przewodzenia ciepła. Wraz z upływem czasu struktura wewnętrzna materiałów ulega degradacji, co wpływa na pogorszenie ich zdolności do ograniczania strat ciepła. Zjawisko to może być przyspieszone przez czynniki środowiskowe, takie jak wahania temperatury, ekspozycja na promieniowanie UV, obecność wilgoci oraz intensywna cyrkulacja powietrza. Skala tych zmian jest jednak różna i zależy od struktury wewnętrznej materiału oraz mechanizmów fizykochemicznych zachodzących podczas eksploatacji. Dlatego też projektując przegrody budowlane z zastosowaniem materiałów termoizolacyjnych, nie należy kierować się wyłącznie ich początkowymi parametrami technicznymi, ale przede wszystkim ich długoterminową stabilnością cieplną. Uzyskane wyniki badań wykazały, że spośród analizowanych materiałów największą odporność na proces starzenia wykazują wełna szklana oraz styropian. Ich struktura lepiej radzi sobie z długotrwałym oddziaływaniem środowiska, co przekłada się na niewielkie zmiany przewodności cieplnej w czasie. W przypadku styropianu należy jednak podkreślić, że jego trwałość silnie zależy od warunków eksploatacyjnych – w środowisku o podwyższonej wilgotności materiał ten ma tendencję do chłonięcia wody, co może istotnie pogorszyć jego właściwości izolacyjne w dłuższej perspektywie.

Najmniej stabilnym materiałem w badanej grupie okazała się pianka poliuretanowa, która pomimo dobrych parametrów początkowych wykazuje wyraźne zmiany właściwości w wyniku starzenia klimatycznego. W przeprowadzonych badaniach zaobserwowano istotny spadek współczynnika przewodzenia ciepła λ, któremu towarzyszyły wyraźne zmiany strukturalne materiału, w tym wzrost kruchości oraz ubytek masy. Uzyskany efekt wskazuje na silną zależność właściwości termoizolacyjnych od zmian mikrostruktury piany, które w warunkach przyspieszonego starzenia mogą dominować nad klasycznymi mechanizmami starzeniowymi związanymi z dyfuzją gazów.

Dalsze etapy badań, obejmujące pomiary przewodności cieplnej w dłuższym horyzoncie czasowym oraz weryfikację wpływu warunków pomiarowych, pozwolą na bardziej precyzyjne określenie trwałości badanych materiałów oraz ich rzeczywistej przydatności w zastosowaniach budowlanych. Konieczne będzie również rozszerzenie analizy o czynniki takie jak cykliczne zawilgacanie i wysychanie, zamarzanie i rozmarzanie, a także szczegółowa ocena zmian mikrostrukturalnych w funkcji czasu. Uzyskane wyniki wskazują, że krótkookresowe testy starzeniowe mogą nie odzwierciedlać w pełni złożonych zmian zachodzących w materiałach budowlanych, a ich interpretacja wymaga uwzględnienia zarówno efektów strukturalnych, jak i potencjalnego wpływu warunków pomiarowych.

BIBLIOGRAFIA

[1] Norma PN-EN 12667:2002 Właściwości cieplne materiałów i wyrobów budowlanych – Określanie oporu cieplnego metodami osłoniętej płyty grzejnej i czujnika strumienia cieplnego -- Wyroby o dużym i średnim oporze cieplnym.

[2] Norma PN-EN ISO 22007-4:2024-07 Tworzywa sztuczne -- Oznaczanie przewodności cieplnej i dyfuzyjności cieplnej -- Część 4: Metoda błysku światła

[3] Tritt, T. M. (2004). Thermal conductivity: Theory, properties, and applications. New York : Kluwer Academic/Plenum Publishers. http://archive.org/details/springer_10.1007-b136496

[4] Jerman, M., Palomar, I., Kočí, V., & Černý, R. (2019). Thermal and hygric properties of biomaterials suitable for interior thermal insulation systems in historical and traditional buildings. Building and Environment, 154, 81–88. https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2019.03.020

[5] Asdrubali, F., D'Alessandro, F., & Schiavoni, S. (2015). A review of unconventional sustainable building insulation materials. Sustainable Materials and Technologies, 4, 1–17. https://doi.org/10.1016/j.susmat.2015.05.002

[6] Kockal, N. U. (2016). Investigation about the effect of different fine aggregates on physical, mechanical and thermal properties of mortars. Construction and Building Materials, 124, 816–825. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.08.008

[7] PN-EN 13163+A2:2016-12 Wyroby do izolacji cieplnej w budownictwie -- Wyroby ze styropianu (EPS) produkowane fabrycznie -- Specyfikacja.

[8] Norma PN-EN ISO 10456:2009Materiały i wyroby budowlane -- Właściwości cieplno-wilgotnościowe -- Tabelaryczne wartości obliczeniowe i procedury określania deklarowanych i obliczeniowych wartości cieplnych

[9] European Committee for Standardization. (2012). *EN 13162: Thermal insulation products for buildings — Factory made mineral wool (MW) products — Specification*. CEN.

[10] Norma PN-EN 13165+A2:2016-08 -Wyroby do izolacji cieplnej w budownictwie -- Wyroby ze sztywnej pianki poliuretanowej (PU) produkowane fabrycznie – Specyfikacja

[11] International Organization for Standardization. (1996). *ISO 11561: Ageing of thermal insulation materials — Determination of the long-term thermal resistance of closed-cell plastics*. ISO.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_76

Impulse pressure standard measurement uncertainty selected issues

KAROLINA CHROBOT[1], PIOTR CYKLIS[2]

[1] Główny Urząd Miar Laboratorium Nowych Technologii Masy i Wielkości Pochodnych
Zakład Mechaniki i Akustyki
ul. Wrzosowa 46, 25-211 Kielce
[1] e-mail: karolina.chrobot@gum.gov.pl
[2] Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny Katedra Inżynierii Cieplnej i Procesowej
al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków
[2] piotr.cyklis@pk.edu.pl

Key words: impulse pressure, fast changing pressure standard, measurement uncertainty

Measurement of rapidly changing pressure requires a measuring sensor with response times of less than 10 [ms], i.e., a transmission frequency exceeding 100 [kHz]. Such measurements are used in the monitoring of engines and compressors, with military applications (explosions) being the most demanding. For this reason, pressure transducers based primarily on piezoelectric phenomena are the most commonly used; this means that the measured electrical charge is transient and such transducers cannot be calibrated statically. In high-pressure applications, it is necessary to mechanically induce a pressure pulse in a shock-like manner within the liquid. This allows the pressure results to be related to the mass falling from a specific height in accordance with the fundamental equations of Newtonian dynamics. This theory is well-known, and in practice, the velocity of the falling mass is measured directly using laser methods. The problem that arises in estimating measurement uncertainty is that during collision, part of the falling mass's kinetic energy of the falling mass is lost and converted to heat. Assessing the impact of not accounting for this phenomenon on measurement uncertainty requires the development of simulation models enabling analysis of both the collision process and the propagation of the pressure wave in the liquid tank. This depends on the properties of the liquid, which are also difficult to determine, in particular, the compressibility of the oils used. This paper briefly discusses the operating principle of the standard, together with a calculation of the basic measurement uncertainty. The main part of the paper consists of a simulation of the process using two simulation methods with the aim of determining the influence of impacts and the liquid on the measurement uncertainty. The first step is a 1D, unsteady simulation of the dynamic impact of a mass on a piston and subsequently of the piston on the liquid. This was carried out using the SimulationX software. This allows the velocity profile to be determined and compared with the experimentally recorded profile. The result is the variable velocity of the plunger striking the liquid. The velocity distribution of the impacting mass is then introduced as a boundary condition for the simulation of pressure propagation in the liquid tank, where the impacted plunger operates with a specified dimensional tolerance. The liquid model assumes compressibility and viscosity. The simulation is performed in FLUENT. The simulation results are consistent with the measured velocity and pressure data, indicating that the standard is functioning correctly. Nevertheless, it is evident that the impact energy influences the results and must be correctly accounted for in the uncertainty of the measurement. Quantitative consideration of the impact and type of liquid is the subject of further analysis.

Introduction

The dynamic calibration of pressure sensors is one of the important areas of modern metrology due to the growing demands of industry, science, and modern measurement technologies. Many technically important applications require the measurement of rapidly changing pressures, such as the indication of engines, pressure pulsations in installations, or explosion measurements in military applications. Quasi-static calibration methods are not always possible due to the measurement principle and other phenomena such as dynamic delay, frequency non-linearity, or attenuation, which makes them insufficient for modern applications. Therefore, dynamic calibration is becoming an essential tool for fully characterizing the behavior of sensors under real operating conditions [1-2].

Finland is home to some of the world's most advanced projects in dynamic pressure metrology. The original dynamic standard developed there, rated up to 500 MPa, enables the generation of short-term pulses with high amplitude and predictable parameters, allowing for precise testing of sensor responses under extreme conditions. This method is called the drop-weight system. The work also includes comprehensive uncertainty analyses, including the impact of thermodynamic phenomena occurring during medium compression. At the same time, research is being conducted there to improve the calibration of pressure sensors used in internal combustion engines, where rapid and repetitive pressure surges occur within a few milliseconds [1-2].

The Turkish UME central has developed both preliminary dynamic pressure measurement systems and advanced machines to generate pressure. These systems enable precise control of pressure pulse parameters such as rise time, amplitude, and signal repeatability, which is important for the correct determination of the dynamic characteristics of the sensors. The design of the machines presented in the scientists publications assumes high-precision piston motion control, low susceptibility to vibrations, and minimization of delays resulting from the mechanical response of the system. These solutions are used, among others, in the aviation industry, hydraulic control systems, and engine diagnostics [3-4].

In Slovenia, researchers have developed advanced dynamic pressure generators using double-acting pneumatic cylinders, allowing single pulses and adjustable frequency waveforms to be generated. These solutions are characterized by high stability and the ability to operate at different average pressure levels, making them a versatile tool for dynamic calibration. In addition, theoretical work is being carried out there on polytropic corrections, which are necessary for the correct mapping of thermodynamic changes occurring in piston-cylinder systems. This research allows for a reduction in measurement uncertainties and an increase in the precision of the method. [5-6]

In China, one of the main areas of research is the development of computational methods to support the analysis of dynamic pressure patterns. Researchers have developed precise models for assessing the effective piston area used in pressure determination, which is particularly important in quasistatic reference systems. At the same time, high-pressure pulse sources based on quasi-d functions are being developed, which allow sensors to be calibrated over a wide frequency range and at high pulse amplitudes. Such solutions are particularly important for sensors used in heavy industry, power engineering, and research applications. [7-9]

In the United Kingdom and other leading research center, considerable attention is paid to shock methods based on the shock tube method. They allow the generation of rapid pressure surges with

a very short rise time, enabling a detailed analysis of sensor behavior under shock conditions. The research includes, among other things, analysis of the wave front, wave reflections, the influence of tube geometry, and mechanical vibrations on the quality of the calibration signal. These methods are used in dynamic sensors used in aerodynamics, explosion research, and safety system diagnostics [10-11].

Dynamic calibration involves many difficulties that result from the complexity of the physical processes involved in generating pressure pulses. The influence of adiabatic and isothermal phenomena, the flow velocity of the medium, mechanical nonlinearities, natural vibrations of the system, and signal delays can significantly affect the calibration result. Studies on the drop-weight apparatus indicate that even slight deviations in the thermodynamic parameters of the medium can affect the refractive index and the shape of the pressure pulse obtained, which require detailed uncertainty analysis and physical modelling [12].

Various dynamic calibration techniques are used around the world, among which the following stand out: impact methods, pneumatic generators, piston-cylinder systems, and quasi-d methods, each with different capabilities and limitations. Impact methods provide the highest signal dynamics, but require advanced wave modelling. Pneumatic generators are more stable and repeatable but operate in a lower frequency range. Piston-cylinder systems are characterized by high geometric accuracy but limited dynamics. Quasi-d methods, on the other hand, allow for a very wide frequency band, which is particularly advantageous in the testing of high-pressure sensors [5-8][10-11].

The drop-weight method, one of the most promising directions in dynamic metrology, involves generating a pressure pulse by striking a freely falling mass against a piston placed in a measuring chamber immersed in liquid. At the same time, thermodynamic phenomena that occur in the pressure chamber during compression, including adiabatic and isothermal changes, which affect the shape and stability of the pulses obtained, are being analysed in Germany. This makes the drop-weight method one of the most promising tools for the construction of future primary dynamic standards [9, 12].

1. Impulse pressure standard

It is worth noting at the outset the term commonly used to describe this calibration. The term ‘dynamic pressure’ is often used incorrectly; the term ‘dynamic pressure’ refers, in fact, to the pressure measured in a flow direction perpendicular to the flow velocity vector. Therefore, the correct name for the standard is the impulse pressure standard for the calibration of fast response pressure transducers.

The measurement system under analysis consists of the following:

- a free-fall mass mechanism on pneumatic bearings,
- a piston–cylinder assembly with a measuring chamber filled with working fluid,
- a laser drop velocity (LDV) measurement system,
- a high-precision AVL H114 pressure transducer in the measuring chamber.

A diagram of the measurement system is shown in Figure 1.

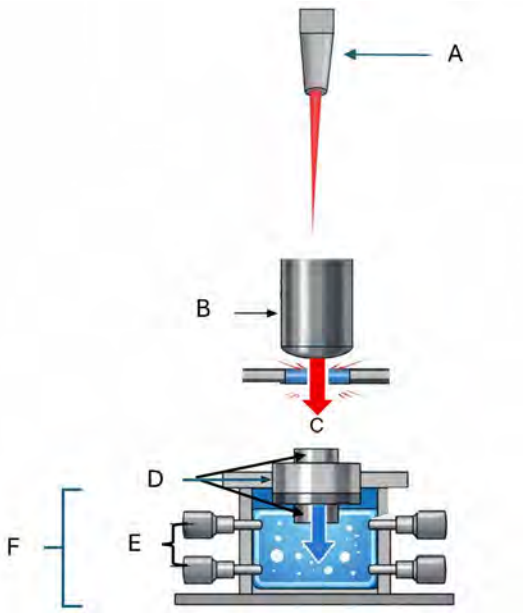


Figure 1 Diagram of the impulse pressure calibration bench [Source: own elaboration]. A – fibre optic head, B – drop mass, C – Impact area - Impact of the weight on the piston, D – piston, E – pressure sensors, F – chamber filled with glycerin, G – pressure generation caused by piston displacement in a liquid.

At the beginning of each measurement, a weight of 20.7631 [kg] is raised to a set height (10 to 400 [mm]) using a lifting mechanism controlled by a stepper motor. During the lifting process, the weight is held in place by an electromagnet, which then releases it, initiating the free fall. When released, the weight moves freely along a guide on the air bearings and strikes the upper surface of the piston of the piston–cylinder assembly. As a result of the impact, the piston moves downward, causing the liquid in the measuring chamber to be compressed and generating a pressure pulse. The duration of the pulse ranges from 0.003 to 0.008 seconds. The maximum depth of immersion of the piston in the liquid corresponds to the maximum induced pressure and is defined as the calibration value (reference). The direction of movement of the piston–weight assembly is then reversed and the weight is separated from the piston and captured again by the electromagnet. The recording of measurement signals is initiated at the moment the weight contacts the piston. This is detected on a change in electrical conductivity between the mechanical components. Contact detection simultaneously triggers the acquisition of the interferometric signal and the output signal from the pressure transducer. The measurement of weight displacement was carried out using LDV (Laser Doppler Velocimetry) from Polytec. The velocity is measured directly at a sampling rate of 50 kHz and then processed numerically to determine the acceleration of the weight. The maximum acceleration allows the reference pressure value to be calculated. At the same time, the response of the pressure transducer is recorded; during the impulse, this generates an electrical charge proportional to the induced pressure. This signal is amplified using a Kistler 5018A1000 charge amplifier, converted to a voltage signal, and recorded digitally by the data acquisition system. Due to the presence of mechanical vibrations caused by the impact, the entire system has been mounted on a solid granite base weighing approximately 550 kg, rigidly connected to the ground. Additionally, LDV signal filtering

was applied to reduce high-frequency interference. The acceleration waveform is calculated on the filtered signal, followed by the reference pressure waveform. Finally, the maximum pressure value determined from the equations of mechanics is compared with the value measured by the transducer under test, which allows impulse calibration. In this way, the height and mass of the falling weight are used to apply the pressure, in accordance with the requirements of the calibration procedure.
Figure 2 shows the test rig measurement diagram for the dynamic calibration of pressure transducers. It comprises parallel signal sources:

- Pressure transducers – the test cylinder allows for the parallel mounting of a calibrated transducer and a reference transducer or two calibrated transducers. They generate a measurement signal p(t) in response to a pressure pulse. This signal is then sent to the signal conditioner, converter, and recorder.
- LDV – measures the velocity of a falling mass as a reference. Data from the LDV pass through the interface/signal conditioning and are sent to the data acquisition system.

Both signals (measurement and reference) are synchronized in the recorder / DAQ, enabling accurate dynamic analysis of the pressure transducers. From the data logger / DAQ, the data is transferred to a PC, where further analysis and data processing take place. Due to synchronization in the DAQ, both signals share a common time base, allowing a direct comparison of the transducer response with the LDV reference signal and the determination of dynamic characteristics. Figure 2 show Electrical diagram of the measurement circuit for the test bench used for the dynamic calibration of pressure transducers.

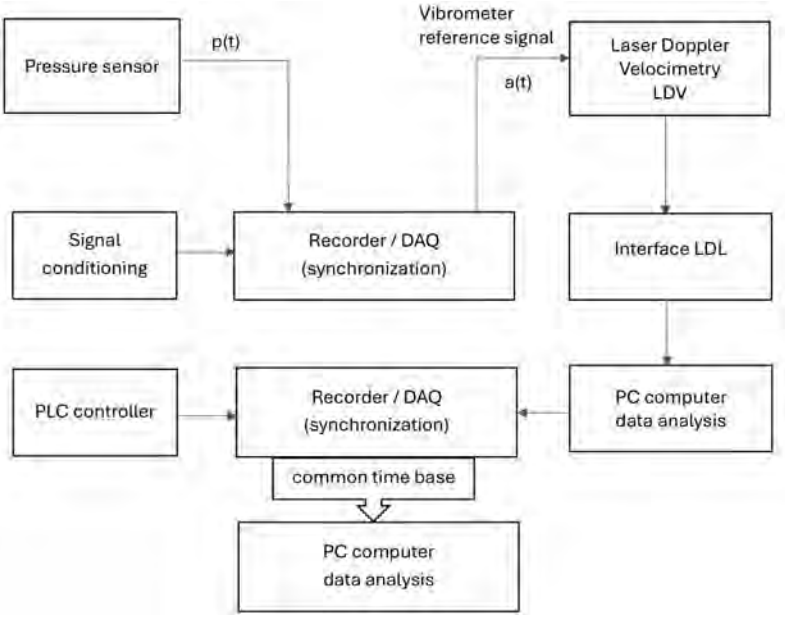


Figure 2 Electrical diagram of the measurement circuit for the test bench used for the dynamic calibration of pressure transducers [Source: own elaboration].

Figure 3 shows a photograph of a pressure transducer calibration bench in operation.

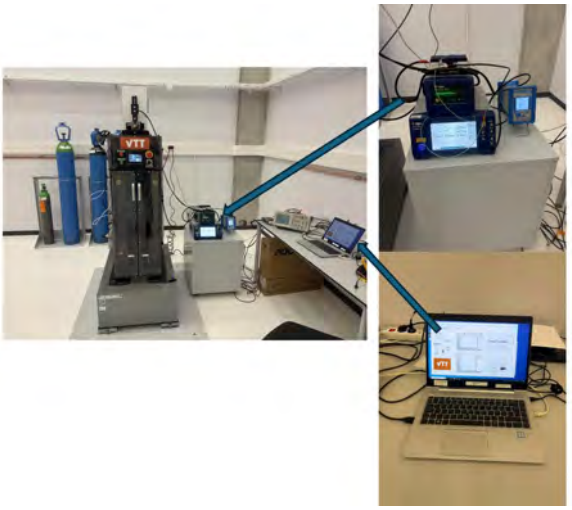


Figure 3 View of the reference test rig for impulse pressure [Source: own elaboration].

To calculate the pressure generated by a given weight at a specific height, one can use formulas derived from the principle of conservation of energy when the potential energy is converted into kinetic and elastic energy. Maximum pressure can be calculated using the following formula (equations 1):

$$p_{max} = \sqrt{\frac{2m_1 g \beta L}{V_0}} \tag{1}$$

The width of the pulse is described by the formula (equations 2):

$$\tau = \frac{\pi}{A}\sqrt{\frac{m_1 V_0}{\beta}} \tag{2}$$

The effective area of the piston-cylinder assembly, as well as the mass of the weight, can be determined by geometric measurements and precise weighing on a comparator.

Equations (1) and (2) are used to provide a preliminary estimate of the pressure obtained; however, they cannot be used as reference values, as it is difficult to determine the volumetric compressibility coefficient K with sufficient measurement uncertainty. Therefore, direct measurement of velocity and calculation of acceleration have been adopted as the standard method.

1.1 Standard uncertainty estimation

The basis for determining the impulse pressure standard is the measurement of velocity using LDV at a sampling frequency of 50 kHz. On this basis, acceleration and force are calculated according to Newton's laws of motion.

To estimate the measurement uncertainty, one must consider the variables that contribute to it. The main components of the uncertainty of the impulse pressure standard are related to the following.

- impact mass,
- effective piston-cylinder area,
- velocity and time-step measurement, from which acceleration is derived,

• deformation of the weight and piston,
• axial errors,
• friction forces,
• experimental uncertainties associated with the deviation of the calibration results.

These standard calculations were carried out by the device designers and are presented in publication [1].

Table 1 Preliminary uncertainty budget for the calibration carried out using the VTT MIKES primary dynamic pressure standard [1].

Uncertainty factor	Value
Weight deformation	0,17%
Piston deformation	0,08%
Piston friction	0,06%
LDV	0,25%
Effective PCU area	<0,01%
Impact weight mass	<0,01%
Axial and alignment errors	<0,01%
Total standard uncertainty	0,44%
Extended uncertainty	0,9%

1.2 Extended uncertainty in the determination of acceleration

The laser Doppler vibrometer (LDV), which is used in the pulsed pressure standard system, enables non-contact measurement of the velocity of a falling weight. Acceleration is not measured directly, but is determined from the velocity signal by differentiating it. This approach ensures consistency with the traceability requirements to the SI system. The determination of acceleration, which is defined as the derivative of velocity with respect to time, is described by the general equation 3:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \tag{3}$$

The average deceleration during a collision with a fluid having a very high bulk modulus is described by the general equation 4:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{4}$$

The pulse duration Δt, derived directly from the velocity signal waveform, was used to determine the acceleration. This difference therefore corresponds to the duration of the dynamic pulse, which in the case under analysis is approximately 4.5 ms. The initial velocity was taken as the maximum velocity prior to impact, in this case 3 m/s, whilst the final velocity corresponds to the mass coming to rest, i.e. 0 m/s. Therefore, substituting the data into the formula, the result for acceleration was obtained, the absolute value of which is: a(t) = 666.7 m/s².

Determining acceleration based on velocity measurements involves the propagation of measurement uncertainties. In the case under analysis, the main sources of uncertainty are:

- velocity measurement uncertainty,
- time sampling uncertainty

Acceleration is defined as the ratio of the change in velocity to time (equation 5).

$$a = \frac{v_0 - v_1}{t_2 - t_1} \tag{5}$$

In the case under consideration, the beginning of the velocity at the impact beginning was measured $v_0 = 3\ m/s$, velocity at the end of impact $v_1 = 0$ m/s. Impulse time: $t_2 - t_1 \approx 4{,}5$ ms, therefore the deceleration $666{,}7\ m/s^2$.

Sampling frequency $f_s = 50$ kHz results in the sampling time $\Delta t = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ s, which gives uncertainty in time.

The uncertainty in the acceleration was estimated using the uncertainty propagation rule for a function dependent on velocity and time. Following the transformations, a compact form of the relationship was obtained as shown in equation 6:

$$u(a) = \frac{1}{|t_2 - t_1|}\sqrt{u^2(v_1) + u^2(v_2) + a^2[u^2(t_1) + u^2(t_2)]} \tag{6}$$

Estimated standard uncertainty results in $u(a) = 4{,}81$ m/s^2, and the expanded uncertainty (for $k = 2$) $U(a) = 9{,}62$ m/s^2. This corresponds to a relative uncertainty of approximately 0.72%. The results obtained indicate that the accuracy of the acceleration measurement is high, and that the final uncertainty is most significantly influenced by the velocity measurement parameters and the time resolution of the data acquisition system.

1.3 A differential model of impact mechanics

A mass m_1 falls freely from height L and strikes a plunger-piston of mass m_2 submerged in a closed cylinder filled with fluid (bulk modulus β). The impact is perfectly inelastic: after collision m_1 and m_2 move together, compressing the fluid. The fluid acts as a nonlinear spring (and optionally a damper), building up pressure that ultimately reverses the plunger motion and produces a rebound.

The figure 4 shows the three phases of motion and the key physical quantities. Phase 0 is the free fall of m_1 from height L. Phase 1 is the instantaneous perfectly inelastic impact. Phase 2 is the combined motion of (m_1+m_2) compressing the fluid, followed by rebound driven by hydraulic pressure.

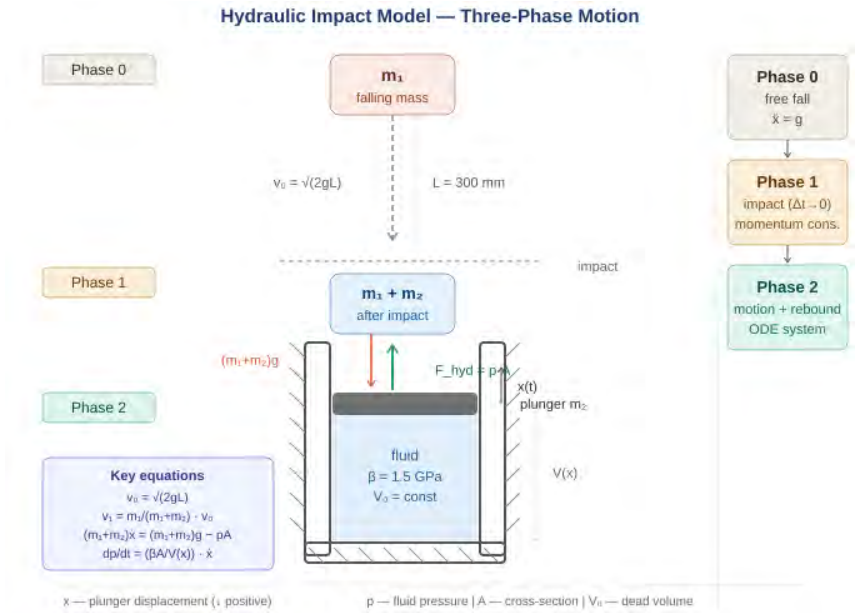


Figure 4 Hydraulic impact model — three-phase motion schematic [own elaboration]

Phases of Motion

The problem is split into three consecutive phases:

- Phase 0 — Free fall of m_1 (no fluid interaction)
- Phase 1 — Perfectly inelastic collision (instantaneous, momentum conserved)
- Phase 2 — Combined motion of (m_1+m_2) compressing the fluid, followed by rebound

Table 2 Phases of Motion [own elaboration].

Aspect	Phase 0 — Free fall	Phase 1 — Impact	Phase 2 — Rebound
Duration	$t = \sqrt{(2L/g)}$	$\Delta t \to 0$	until $\dot{x} = 0$
Key equation	$v_0 = \sqrt{(2gL)}$	$v_1 = m_1 \cdot v_0/(m_1+m_2)$	3-equation ODE system
Conservation	Energy (E_k)	Momentum only	Energy + bulk modulus
Init. cond.	x=L, v=0	v_1 from Phase 0	x(0)=0, $\dot{x}(0)=v_1$, p(0)=0

Phase 0 — Free Fall

Mass m_1 falls from rest under gravity. Neglecting air resistance (equation 7):

$$\ddot{z}_1 = g \tag{7}$$

Integrating, the impact velocity at the moment of contact is described by the equation 8:

$$v_0 = \sqrt{(2 \cdot g \cdot L)} \quad (initial\ condition\ for\ Phase\ 1) \tag{8}$$

(For L = 0.300 m and g = 9.81 m/s² $v_0 \approx 2.43$ m/s)

Phase 1 — Perfectly Inelastic Impact

The collision duration $\Delta t \to 0$, so hydraulic and gravitational impulses are negligible. Conservation of linear momentum gives equation 9 and 10:

$$m_1 \cdot v_0 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot v_1 \tag{9}$$

$$v_1 = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \cdot v_0 \quad (velocity\ after\ impact) \tag{10}$$

Kinetic energy lost during impact (converted to heat/deformation) described by equation 11:

$$\Delta E_k = \frac{(1/2) \cdot m_1 \cdot m_2}{(m_1+m_2)} \cdot {v_0}^2 \tag{11}$$

Phase 2 — Combined Motion and Fluid Rebound

Coordinate: x(t) = downward displacement of plunger from initial position.

($x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_1$, $p(0) = 0$)

Equation of motion for ($m_1 + m_2$)

Forces acting on the combined mass:

- Weight (downward) (equation 12):

$$(m_1 + m_2) \cdot g \tag{12}$$

- Hydraulic reaction (upward) (equation 13 and 14):

$$p(t) \cdot A \tag{13}$$

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} = (m_1 + m_2) \cdot g - p(t) \cdot A \quad (14)$$

Fluid pressure equation (bulk modulus)

The instantaneous fluid volume as the plunger moves (equation 15):

$$V(x) = V_0 - A \cdot x(t) \quad (15)$$

From the definition of bulk modulus β = −V · dp/dV, differentiating with respect to time (equation 16):

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(\beta \cdot A)}{(V_0 - A \cdot x)} \cdot \dot{x}(t) \quad (no\ damping) \quad (16)$$

With fluid damping (viscous dissipation)

If the fluid exhibits viscous relaxation, add a pressure decay term (equation 17)::

$$\frac{dp}{dt} = \frac{(\beta \cdot A)}{V(x)} \cdot \dot{x} - \frac{p}{\tau} \quad (17)$$

$(where\ \tau = \frac{\eta}{\beta})$

State-Space Form (for ODE Solvers)

Define state variables: $x_1 = x$ (displacement), $x_2 = \dot{x}$ (velocity), $x_3 = p$ (pressure).

Table 3 State-Space Form (for ODE Solvers) [own elaboration].

Variable	Represents	ODE
$x_1 = x$	displacement	$dx_1/dt = x_2$
$x_2 = \dot{x}$	velocity	$dx_2/dt = g - (x_3 \cdot A) / (m_1+m_2)$
$x_3 = p$	fluid pressure	$dx_3/dt = (\beta \cdot A) / (V_0 - A \cdot x_1) \cdot x_2$

Initial conditions (equation 18):

$$x_1(0) = 0,\ x_2(0) = v_1 = m_1 \cdot \sqrt{\frac{(2gL)}{(m_1+m_2)}},\ x_3(0) = 0 \quad (18)$$

Nonlinearity note:

The hydraulic stiffness k_hyd = $\frac{\beta \cdot A^2}{V(x)}$ increases as the fluid is compressed (V decreases). This makes the system a nonlinear oscillator: the restoring force grows faster than linear, producing asymmetric oscillations and a shorter compression half-period compared to the rebound.

Rebound Condition

The plunger reverses direction when the net force becomes upward, described by this equation 19:

$$p(t) \cdot A > (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \ddot{x} < 0 \quad (19)$$

The maximum compression depth x_max is reached when $\dot{x} = 0$, one obtains equation 20:

$$\dot{x}(t*) = 0 \Rightarrow x_max = x(t*) \quad (20)$$

1.4 SimulationX implementation

The SimulationX software package is used to analyse transient physical phenomena in 0D, 1D and, to a limited extent, 2D, though without structural analysis. However, it does allow for the simulation of the models shown in Figure 5, from a purely mechanical and hydraulic-mechanical perspective.

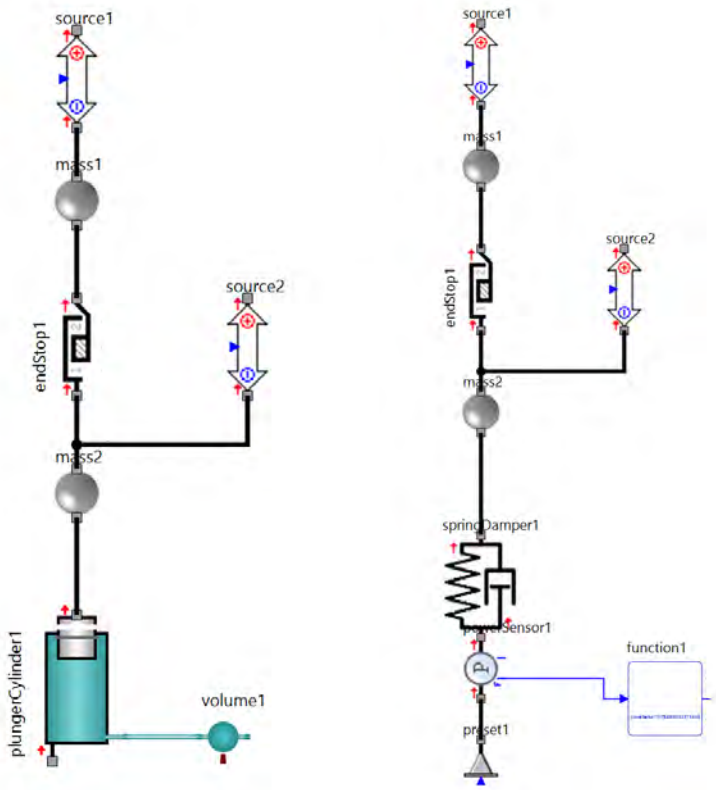


Figure 5 Mechanical and mechanical-hydraulic model for calibrating impulse pressure in SimulationX [own elaboration].

In a purely mechanical context, the plunger-piston element is mounted on a damping-spring system with high stiffness and resistance resulting from the calculated fluid viscosity. In the mechanical-hydraulic system, a hydraulic element is introduced with a specified bulk modulus of the fluid.

An important feature of SimulationX is the ability to incorporate a highly nonlinear compressibility modulus model, which is crucial for Glycerol98 because this modulus is 4.4 [GPa] at ambient conditions, whereas at a pressure of 300 [MPa] it rises to 6.7 [GPa]. The model implemented in SimulationX allows this variability to be taken into account.

Glycerol (propane-1,2,3-triol) with a purity of 98% has a density of 1261 kg/m³ at 20°C, a high dynamic viscosity of 1412 mPa·s, and an isothermal bulk modulus of 4.39 GPa at 21°C, making it an excellent transfer medium in dynamic pressure calibration systems. A key feature is the non-linear relationship between the bulk modulus and pressure, described by the Tait equation 21:

$$B(P) = B_0 + B' * P \quad (21)$$

$B_0 = 4{,}39$ GPa
$B' = 7{,}8$ (dimensionless coefficient)

Thermal correction shown equation 22, for 21°C equation 23 and 24.

$$\partial B/\partial T \approx -0.010\ GPa/°C \text{ (from Brillouin scattering)} \quad (22)$$

$$\text{For 21°C: } B_0(21°C) = 4.35 + (-0.010) \times (21 - 25) = 4.39\ GPa \quad (23)$$

$$\beta = 1/B = 1 / [(E_0 \cdot E_2 \cdot exp(E_3 \cdot T)) + E_1 \cdot (p_Abs - p_Ref)] \quad (24)$$

Where:
$E0 = 1.0 * 10^9\ Pa$
$E1 = 7.8$ (dimensionless)
$E2 = 8.5968$ (dimensionless)
$E3 = -0.002288\ 1/K$
$pRef_E_T = 1.01325\ bar$

A comparison of the bulk modulus B values calculated from the non-linear equation with data from the literature is presented in Table 4.

Table 4 Comparison of calculated bulk modulus values with literature data at various temperatures for selected pressures [own elaboration].

t (°C)	p (bar)	B calculated (GPa)	B literature data (GPa)	Discrepancy (%)
20	1	4,3954	4,4000	-0,1
21	1	4,3854	4,3900	-0,1
25	1	4,3454	4,3500	-0,1
25	1000	5,1246	5,1300	-0,1
25	3000	6,6846	6,6900	-0,1
21	1500	5,5546	5,5600	-0,1

The kinematic viscosity v(T) has a strong nonlinear dependence on temperature describes the equation 25:

$$\nu = C_1 * \exp\left(\frac{C_2}{\vartheta + 95°C}\right) \exp(C_3 * (p_{abs} - p_{ref})) \quad (25)$$

$C_1 = 0{,}02351$ mm²/s
$C_2 = 1266{,}51$ °C
$C_3 = 0{,}002$ (1/bar).

The effect of pressure (up to 300 bar) on viscosity is negligible. Table 5 compares measured viscosity values with calculated viscosity values for various temperatures. The agreement within the range of 10–80°C has a discrepancy of ≤ 5%.

Table 5 Comparison of measured viscosity values with calculated viscosity values at different temperatures [own elaboration].

t (°C)	v measured (mm²/s)	v calculated (mm²/s)	Discrepancy (%)
10	3900	4071	+4,4
20	1410	1426	+1,1
25	945	901	-4,6
30	612	591	-3,5
50	144	146	+1,4
60	81,3	83,1	+2,3
80	32,8	32,7	-0,4

The equation system maps directly to the following SimulationX elements shows in table 6.

Table 6 The equation system maps directly to the following SimulationX elements [own elaboration].

Element	Parameter	Implements
Mass (m_1)	$m = m_1$, $x(0) = L$, $v(0) = 0$	Phase 0 free fall
End Stop	c = contact stiffness, d = damping	Phase 1 impact model
Mass (m_2)	$m = m_2$, $x(0) = 0$, $v(0) = 0$	Plunger inertia
Plunger Cylinder	diameter d → $A = \pi d^2/4$	$Q = A \cdot \dot{x}$, $F = p \cdot A$
Hydraulic Volume	beta = 1.5e9 Pa, V_0 = 2500 ml	dp/dt equation, fluid spring
Force (gravity)	$F = (m_1+m_2) \cdot g$	Gravitational load on plunger

The simulation results are shown alongside the results recorded on the test bench in Figures 6 and 7. Time shifts are visible; these are irrelevant to amplitude measurement but result from the data filtering method employed by the device designers. The pressure values obtained are consistent and fall within the measurement uncertainty.

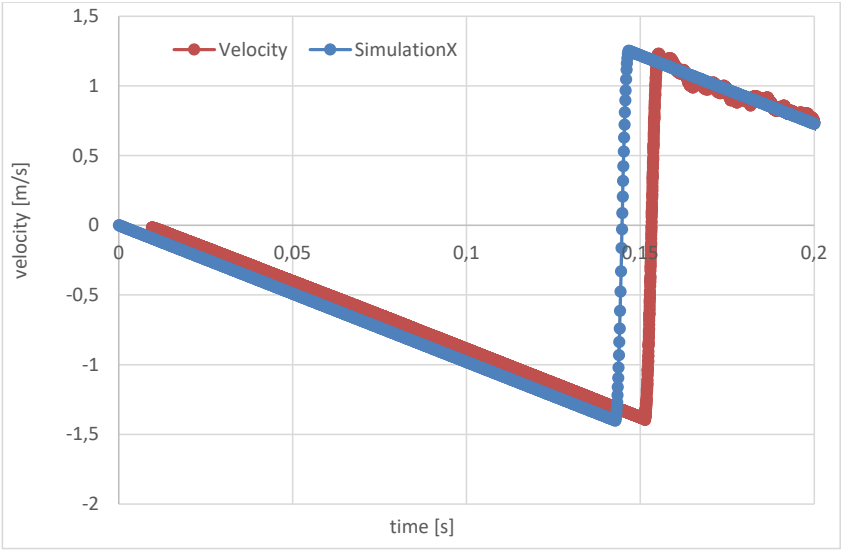


Figure 6 A comparison of the measured velocity waveforms (post-filtering) and the SimulationX simulation results [own *elaboration].*

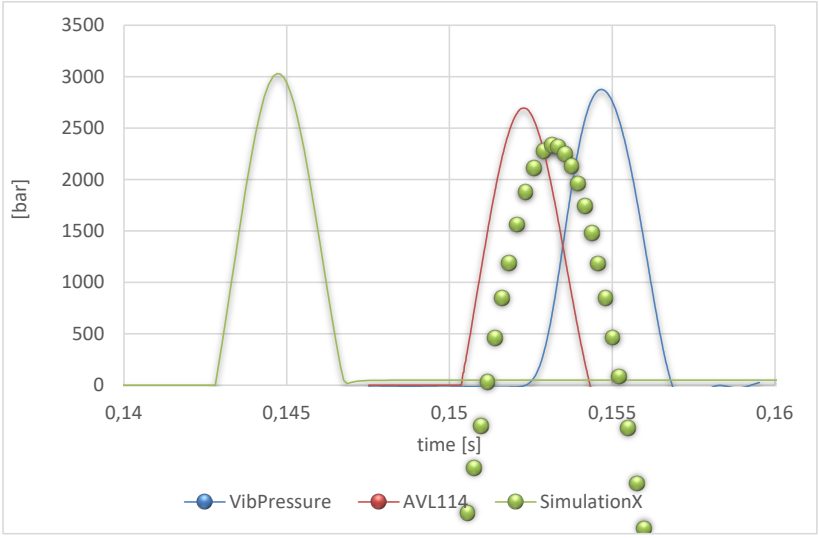


Figure 7 A comparison of the resulted pressure waveforms (post-filtering) and the SimulationX simulation results [own elaboration].

2. CFD implementation in FLUENT

The SimulationX results are one-dimensional and, as shown, agree very well with the experiment. The velocity profiles obtained in this way were used as boundary conditions for the CFD simulation. For this purpose, a fluid volume model was developed comprising several zones, where the cylinder acted upon by the piston absorbing the mass impact was meshed with a conformal mesh, as the movement of the piston surface was modelled within a moving mesh. In turn, the side channels leading to the calibrated pressure transducers were meshed with an unstructured mesh. The entire fluid domain comprises approximately 750,000 mesh elements (Fig. 8). The fluid was modelled as a highly compressible liquid with a compressibility of 5.5 [GPa]. This is a combination of solid-body motion simulation using SimulationX and 3D fluid simulation in FLUENT.

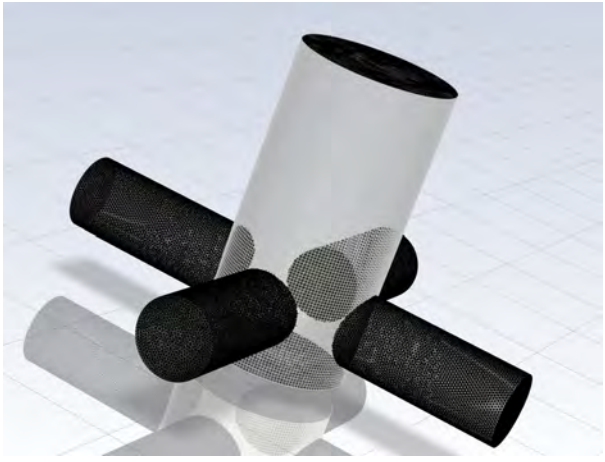


Figure 8 Computational mesh for FLUENT [own elaboration].

The physical models used a viscous fluid model with the SST k-omega model; the energy equation was taken into account and the simulation covered a transient process. A dynamic mesh was applied to the upper surface with specified velocities, as shown in Figure 6. The numerical algorithm used was SIMPLE with standard FLUENT settings.

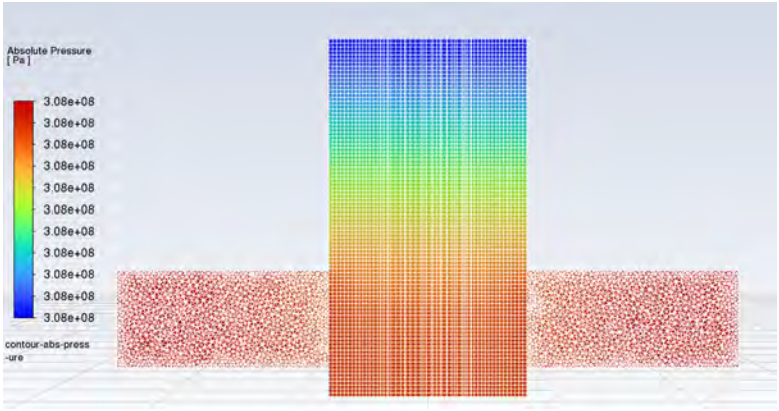


Figure 9 Results of a simulation of pressure values upon impact with a liquid [own elaboration].

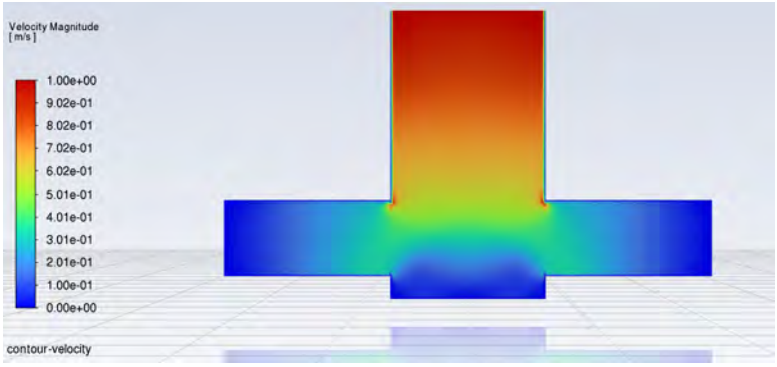


Figure 10. Results of a simulation of velocity values upon impact with a liquid [own elaboration].

Figures 9 and 10 shows the results of a simulation of a collision with a liquid involving a standard weight drop from a height of 100 mm. The current results differ in terms of pressure from the results shown above for measurements and simulations by approximately 8%. These simulations still require refinement, as the assumed values of liquid compressibility are constant in these simulations without taking into account nonlinear increases at high pressures. Once the accuracy of the 3D simulations and impact models has been refined, it will be possible to achieve agreement at the level of measurement uncertainty.

Summary and conclusions

The main challenge with any standard is to determine the uncertainty of the measurement and identifying the influence of both physical phenomena and material properties on the measurement results. In the case of the highly complex issue of the impulse pressure standard, the direct

measurement uncertainty calculated by the manufacturer, VTT, is below 1%. However, there are several factors that need to be estimated more precisely: energy loss during impact, energy dissipation in the liquid, and viscous friction. Furthermore, the method of determining the measurement uncertainty of the deceleration in the liquid is based on filtering the measurement results of absolute velocity values, which also requires further analysis. The simulations shown in the article reflect the actual process of collisions between solids and a fluid with a high bulk modulus quite well. This will enable the measurement uncertainty to be determined at a later stage, taking into account all elements of the process.

Acknowledgments

The work results were obtained in studies co-financed supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Poland - VI edition DWD/6//0092/2022.

Nomenclature

A	plunger cross-sectional area (m2)
ΔE_k	Kinetic energy (J)
g	gravitational acceleration (9,81 m × s – 2)
L	drop height of m_1 (m)
m_1	falling mass (kg)
m_2	plunger (submerged piston) mass (kg)
p(t)	fluid pressure (gauge) (Pa)
V_o	volume of the measuring chamber (m3)
v_o	velocity of m_1 just before impact (m × s – 1)
v_1	velocity of combined mass just after impact (m × s – 1)
V(x)	instantaneous fluid volume $V_o - A \cdot x$ (m3)
x(t)	plunger displacement (positive downward) (m)
β	bulk modulus of fluid (GPa)
η	fluid damping coefficient (optional) (Pa × s)
τ	pressure relaxation time constant (η/β) (s)
x(0)	plunger displacement
ẋ(0)	plunger velocity
p(0)	pressure
$\ddot{x}$	plunger acceleration
t_1	the moment of impact (s)
t_2	the time after which the mass comes to a halt upon impact (s)
T,t	temperature (K),(°C)

Bibliography

1. Högström, R., Lakka, A., Hämäläinen, J., Salonen, L., Brzozowski, A. (2024). *Novel primary standard for dynamic pressure up to 500 MPa*. In Proceedings of the XXIV IMEKO World Congress "Think Metrology",Germany. https://doi.org/10.1016/j.measen.2024.101686

2. Salminen, J., Saxholm, S., Hämäläinen, J., & Högström, R. (2020). Advances in traceable calibration of cylinder pressure transducers. *Metrologia, 57*. DOI 10.1088/1681-7575/ab8fb9

3. Durgut Y., Akşahin E., Bağcı E., Fank S., İnce A.T., Aydemir B (2015). Preliminary dynamic pressure measurement system at UME. *Measurement in Research and Industry*.
4. Durgut, Y., Akşahin E., Bağcı E., İnce A.T., Aydemir B U. Uslukılıç (2018). Development of dynamic calibration machine for pressure transducers. *Journal of Physics*. DOI 10.1088/1742-6596/1065/16/162013
5. Svete, A., Štefe, M., Maček, A., Kutin, J., Bajsić, I. (2016). Dynamic pressure generator for dynamic calibrations at different average pressures based on a double-acting pneumatic actuator. *Sensors and Actuators A: Physical, 247*, 136–143. https://doi.org/10.1016/j.sna.2016.05.031
6. Svete, A., Bajsić, I., & Kutin, J. (2018). Investigation of polytropic corrections for the piston-in-cylinder primary standard used in dynamic calibrations of pressure sensors. *Sensors and Actuators A: Physical, 274*. https://doi.org/10.1016/j.sna.2018.03.019
7. Gu, T., Kong, D., Shang, F., Chen, J. (2018). A calculation and uncertainty evaluation method for the effective area of a piston rod used in quasi-static pressure calibration. *Measurement Science and Technology*. *29*(4), 045015. https://doi.org/10.1088/1361-6501/aaa7f8
8. Zhang, Y., Zu, J., Zhang, H.Y. (2012). Dynamic calibration method of high-pressure transducer based on quasi-d function excitation source. *Measurement, 45*. http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2012.04.024
9. Salminen, J., Högström R, Saxholm S., Lakka A, Riski K., Heinonen M. (2018). Development of a primary standard for dynamic pressure based on drop weight method covering a range of 10 MPa–400 MPa. *Metrologia, 55*. DOI 10.1088/1681-7575/aaa847
10. Downes S., Knott A., Robinson I. (2014). Towards a shock tube method for the dynamic calibration of pressure sensors. *Philosophical Transactions of the Royal Society A, 372*, 20130299. DOI: 10.1098/rsta.2013.0299
11. Diao, K., Yao Z., Wang Z., Liu X., Wang C., Shang Z. (2019). Investigation of vibration effect on dynamic calibration of pressure sensors based on shock tube system. *Measurement*. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.107015
12. Slanina, O., Quabis, S., Derksen, S., Herbst, J., Wynands, R. (2020). Comparing the adiabatic and isothermal pressure dependence of the index of refraction in a drop-weight apparatus. *Applied Physics B*. https://doi.org/10.1007/s00340-020-07519-z

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_77

Modelowanie ruchu azotu w kriosaunie za pomocą CFD

SZYMON KNAP[1], PIOTR CYKLIS[2]
[1] JUKA Sp. z o.o. Sp. K.
Poland, 32-005 Niepołomice, ul.Fabryczna 4
[1] e-mail: szymon.knap@doktorant.pk.edu.pl

[2] Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny Katedra Inżynierii Cieplnej i Procesowej
al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków
[2] piotr.cyklis@pk.edu.pl

Słowa kluczowe: sauna kriogeniczna, kriosauna, CFD kriogeniczne, kriogeniczna weryfikacja eksperymentalna

Kriosauny są coraz częściej stosowanymi urządzeniami wspomagającymi leczenie różnych dolegliwości. Zabieg krioterapii częściowej w kriosaunie polega na zanurzeniu ciała pacjenta w oparach azotu o temperaturze do -140 [ºC] przy jednoczesnym utrzymaniu głowy powyżej poziomu oparów dla zapewnienia możliwości swobodnego oddychania. Czas zabiegu wynosi 2–3 minuty, dlatego konieczne jest rozwiązanie kilku istotnych kwestii, aby zapewnić prawidłową pracę urządzenia. Podczas wchodzenia i wychodzenia pacjenta z komory drzwi pozostają otwarte, co skutkuje ubytkiem odparowanego azotu, a co ważniejsze wzrostem temperatury. W rezultacie pacjent rozpoczyna ekspozycję w temperaturze wyższej od założonej, a część czasu zabiegu obejmuje fazę ponownego obniżenia i stabilizacji temperatury, co skraca efektywny czas właściwej ekspozycji terapeutycznej. Celem przedstawianej pracy jest model symulacyjny stosujący narzędzie CFD FLUENT do analizy ruchu azotu doprowadzonego do sauny. Modele takie są opracowane również w literaturze, ale tu nowością jest sposób weryfikacji i przygotowanie opracowanej metody do optymalizacji kształtu nowego urządzenia. W przeprowadzonych symulacjach jest potrzeba uzyskania odpowiedzi również dla procesu nieustalonego, czyli wchodzenia i wychodzenia pacjenta z kriosauny. Opracowanie modelu obejmuje dobór odpowiednich metod numerycznych, siatki, modeli domykających. Trudność polega na tym, że właściwie nie analizujemy przepływu, który jest tu ograniczony, a raczej ruch azotu o temperaturze -140 [ºC], co ważniejsze rozkład temperatury na powierzchni ciała pacjenta. Problem doboru metod numerycznych w takich warunkach połączenia dostarczania azotu i konwekcji swobodnej w otwartej przestrzeni (kriosauna ma otwartą górę) jest trudny i wymaga potwierdzenia doświadczalnego, aby można było przystąpić do optymalizacji geometrii sauny i nawiewu azotu. W tym celu zbudowane zostało stanowisko pomiarowe oparte na aktualnej konstrukcji kriosauny. Do stanowiska został wprowadzony manekin postaci pacjenta dla umożliwienia analizy rozkładu prędkości i temperatury dookoła ciała. Ponadto rejestrowano też rozkład azotu widocznego na wypływie górą z kriosauny, podczas zabiegu. Jednym z ważnych warunków jest bowiem bezpieczeństwo pacjenta, który nie powinien wdychać azotu podczas zabiegu. W artykule przedstawiono metodykę symulacji wybraną dla uzyskania zgodności z wynikami pomiarów. Przedstawiono też stanowisko pomiarowe wraz z wynikami badań i weryfikacją eksperymentalną na obecnym etapie prac.

1. Analiza literatury

Modelowanie przepływu azotu w kriosaunach stanowi obecnie jeden z kluczowych kierunków rozwoju badań nad optymalizacją urządzeń do krioterapii częściowej. Złożoność zjawisk zachodzących wewnątrz komory obejmujących turbulentny przepływ medium kriogenicznego, intensywną wymianę ciepła oraz oddziaływanie strugi z geometrią urządzenia powoduje, że podstawowym narzędziem analitycznym stają się metody obliczeniowej mechaniki płynów CFD. Jednocześnie poprawność modeli numerycznych stosowanych do analizy przepływów kriogenicznych zależy od właściwego doboru modeli fizycznych oraz oceny granic stosowalności założenia ośrodka ciągłego. W tym kontekście szczególne znaczenie mają analizy porównawcze CFD (Computational Fluid Dynamics) i DSMC (Direct Simulation Monte Carlo) dla przepływów o obniżonej gęstości, które wskazują potencjalne ograniczenia klasycznych modeli continuum w warunkach silnego rozprężania i niskich temperatur [1].

Eksperymentalne badania warunków pracy kriokomór wskazują, że rzeczywiste rozkłady temperatury w przestrzeni zabiegowej odbiegają od wartości nominalnych, co wynika ze specyfiki pracy tego typu urządzeń. Savic i in. wykazali, że temperatura medium chłodzącego w kriokabinie charakteryzuje się znaczną niejednorodnością przestrzenną, co prowadzi do nierównomiernej ekspozycji użytkownika. [2]. Wyniki te znajdują potwierdzenie w badaniach termowizyjnych wykorzystywanych do oceny bezpieczeństwa zabiegów krioterapeutycznych, gdzie wskazano istotne zróżnicowanie chłodzenia powierzchni skóry nawet przy pozornie stabilnych parametrach pracy urządzenia [3]. Zjawisko to ma szczególne znaczenie w kriosaunach, gdzie otwarta geometria urządzenia sprzyja powstawaniu lokalnych stref stagnacji i recyrkulacji przepływu. Na warunki termiczne panujące wewnątrz kriosauny istotny wpływ mają również rozwiązania konstrukcyjne ograniczające straty chłodu. W badaniach eksperymentalnych wykazano, że zastosowanie izolacyjnego pokrycia górnej części kriokabiny poprawia stabilność termiczną urządzenia i ogranicza niekontrolowaną ucieczkę zimnego medium [4]. Znaczenie tego typu modyfikacji konstrukcyjnych potwierdza fakt, że nawet niewielkie zmiany geometrii komory mogą istotnie wpływać na lokalny rozkład temperatury i prędkości gazu. Najbardziej kompleksową analizę sprzężonych zjawisk przepływu i wymiany ciepła w kriosaunie przedstawili Burkov i współautorzy, opracowując eksperymentalnie zwalidowany model CFD urządzenia [5]. Autorzy wykazali dobrą zgodność wyników numerycznych z pomiarami eksperymentalnymi, co potwierdziło przydatność metod CFD do analizy rozkładów temperatury i pola przepływu w kriosaunach. Z tego względu praca ta stanowi obecnie jedno z podstawowych odniesień dla późniejszych badań numerycznych dotyczących kriostymulacji częściowej. Znaczenie parametrów eksploatacyjnych związanych z doprowadzeniem medium chłodzącego do komory potwierdzono również w badaniach nad regulacją dopływu azotu do kriosauny. Wykazano, że zmiana warunków zasilania wpływa bezpośrednio na stabilność pola temperatury oraz równomierność chłodzenia użytkownika [6]. Oznacza to, że warunki brzegowe na wlocie medium chłodzącego należą do najważniejszych parametrów wejściowych w modelach CFD kriosaun. Cennych danych do walidacji modeli numerycznych dostarczają także badania termograficzne porównujące efektywność chłodzenia urządzeń typu whole-body i partial-body cryotherapy. Polidori i in. wykazali, że Kriosauny zapewniają mniej jednorodne chłodzenie powierzchni ciała niż klasyczne kriokomory zamknięte [7]. Potwierdza to potrzebę szczegółowej analizy pól przepływu oraz lokalnych warunków konwekcyjnych w tego typu urządzeniach. Ważnym źródłem danych eksperymentalnych są również długoterminowe badania eksploatacyjne kriokomór, które pokazują, że parametry pracy urządzeń mogą zmieniać się wraz z czasem użytkowania [8]. Informacje te są szczególnie przydatne przy analizie procesów niestacjonarnych oraz ocenie stabilności pracy systemu. Istotny wkład w rozwój modelowania kriosaun wniosły także badania numeryczne dotyczące optymalizacji konstrukcji komór kriogenicznych. Yerezhep i współautorzy wykazali, że odpowiednia modyfikacja geometrii komory może poprawić jednorodność pola temperatury oraz zwiększyć efektywność chłodzenia [9]. Podobne podejście stosuje się również w innych układach kriogenicznych, gdzie wykazano możliwość ograniczenia zużycia ciekłego azotu poprzez optymalizację parametrów pracy instalacji [10]. Kluczowym zagadnieniem w modelowaniu przepływu azotu pozostaje właściwe odwzorowanie warunków doprowadzenia medium do komory. Analizy CFD przepływu ciekłego azotu przez dysze rozpylające wykazały, że zjawiska kawitacji i gwałtownego rozprężania mają istotny wpływ na strukturę strugi oraz rozkład pędu medium

chłodzącego [11]. Oznacza to, że zbyt uproszczone założenia dotyczące warunków brzegowych mogą prowadzić do istotnych błędów w symulacjach numerycznych. Badania eksperymentalne reakcji organizmu na ekspozycję kriogeniczną pokazują ponadto, że nawet przy pozornie jednorodnych warunkach chłodzenia temperatura powierzchni ciała zmienia się nierównomiernie [12]. Zjawisko to należy uwzględniać podczas interpretacji wyników symulacji CFD oraz oceny skuteczności urządzeń krioterapeutycznych. Podstawy technologiczne i klasyfikację współczesnych urządzeń do krioterapii przedstawiono w pracach przeglądowych dotyczących krioterapii częściowej i całego ciała [13]. Wskazano w nich, że różnice konstrukcyjne pomiędzy kriokomorami zamkniętymi a kriosaunami otwartymi prowadzą do odmiennych mechanizmów przepływu i wymiany ciepła, co bezpośrednio wpływa na efektywność chłodzenia [7], [13]. Znaczenie geometrii i układu przepływowego potwierdzono również w badaniach walidacyjnych komór krioterapeutycznych opartych na wymuszonej konwekcji [14]. Najnowsze analizy termo-aerodynamiczne wskazują, że lokalne strefy recyrkulacji i stagnacji przepływu mają duży wpływ na jednorodność ekspozycji użytkownika [15]. Wyniki te pozostają zgodne z wcześniejszymi badaniami CFD kriosaun [5], [9] i potwierdzają, że dalszy rozwój modeli numerycznych powinien koncentrować się na dokładniejszym odwzorowaniu niestacjonarnego charakteru przepływu oraz rzeczywistych warunków doprowadzenia medium chłodzącego. Podsumowując, literatura wskazuje, że modelowanie przepływu azotu w kriosaunach wymaga uwzględnienia sprzężonych zjawisk przepływu turbulentnego, wymiany ciepła, rozprężania medium kriogenicznego oraz wpływu geometrii urządzenia na strukturę pola przepływu. Mimo znaczącego postępu w tym obszarze nadal brakuje modeli obejmujących jednocześnie szczegółową geometrię układu zasilania oraz dynamiczne oddziaływanie przepływu z użytkownikiem, co wskazuje na potrzebę dalszego rozwoju metod numerycznych stosowanych w projektowaniu kriosaun.

2. Wymagania stawiane kriosaunie

Warunki przepływu oraz dystrybucji par azotu w przestrzeni roboczej kriosauny są jednym z kluczowych czynników wpływających na skuteczność oraz bezpieczeństwo zabiegów krioterapii. Medium chłodzące powstające w wyniku odparowania ciekłego azotu jest wprowadzane do wnętrza kabiny, gdzie miesza się z powietrzem i ulega transportowi konwekcyjnemu. Ze względu na dużą różnicę temperatur pomiędzy gazem kriogenicznym a otoczeniem oraz większą gęstością zimnych par azotu w porównaniu z powietrzem, w przestrzeni kabiny mogą występować zjawiska stratyfikacji termicznej oraz powstawanie pionowych gradientów temperatury. W związku z tym system dystrybucji azotu powinien zapewniać takie warunki przepływu, które umożliwią stabilne utrzymanie wymaganych parametrów zabiegowych.

Podstawowym parametrem procesu krioterapii jest temperatura medium chłodzącego oraz czas ekspozycji pacjenta na działanie niskiej temperatury. W kriosaunach wykorzystujących ciekły azot temperatura gazu w przestrzeni zabiegowej mieści się zazwyczaj w zakresie od około −100 °C do −140 °C, natomiast czas pojedynczego zabiegu wynosi najczęściej od 2 do 3 minut. Tak dobrane parametry umożliwiają wywołanie intensywnego bodźca termicznego oddziałującego na receptory skórne, przy jednoczesnym ograniczeniu głębokości penetracji chłodu w tkankach. Istotnym wymaganiem konstrukcyjnym jest zapewnienie możliwie jednorodnego rozkładu temperatury w całej objętości kabiny. Niejednorodność pola temperatury może prowadzić do powstawania lokalnych obszarów o znacznie niższej temperaturze, które zwiększają ryzyko miejscowych odmrożeń skóry. Z drugiej strony mogą również występować strefy o temperaturze wyższej od wymaganej temperatury zabiegowej, w których oddziaływanie zimna jest niewystarczające do wywołania oczekiwanego efektu kriogenicznego. W takich obszarach skuteczność zabiegu może być ograniczona, ponieważ bodziec termiczny nie osiąga wartości koniecznych do wywołania reakcji fizjologicznych charakterystycznych dla krioterapii. Uzyskanie możliwie jednorodnego pola temperatury zależy w dużym stopniu od układu doprowadzenia azotu oraz geometrii samej kriokabiny, które wpływają na charakter przepływu gazu oraz intensywność jego mieszania w przestrzeni roboczej.

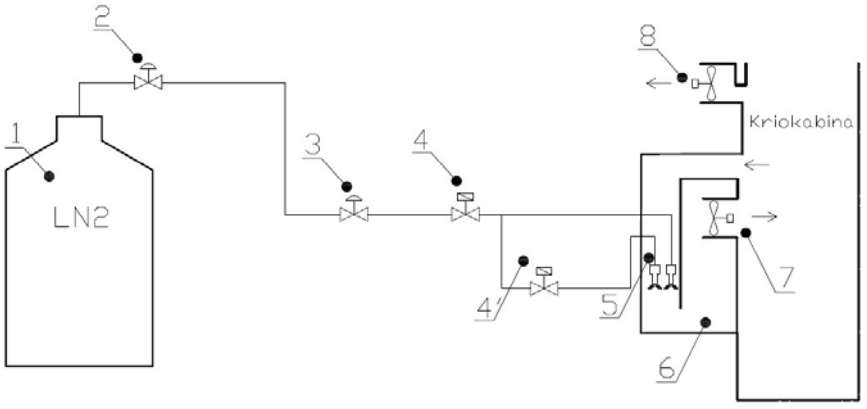
Z punktu widzenia eksploatacji urządzenia istotne znaczenie ma czas osiągnięcia temperatury zabiegowej po rozpoczęciu dopływu gazu kriogenicznego. W praktyce przed rozpoczęciem zabiegu konieczne jest otwarcie drzwi kabiny w celu umożliwienia wejścia pacjenta do jej wnętrza. W trakcie otwierania drzwi dochodzi do częściowej utraty zimnego gazu zgromadzonego w przestrzeni roboczej, co powoduje napływ powietrza z otoczenia i wzrost temperatury wewnątrz kabiny. W rezultacie po

zamknięciu drzwi proces chłodzenia rozpoczyna się w warunkach zbliżonych do temperatury otoczenia, a osiągnięcie właściwej temperatury kriogenicznej następuje dopiero po pewnym czasie od rozpoczęcia dopływu azotu. W praktyce temperatura zabiegowa uzyskiwana jest zazwyczaj dopiero po około jednej minucie pracy urządzenia. Zjawisko to powoduje, że przez część czasu trwania zabiegu pacjent przebywa w warunkach odbiegających od docelowych parametrów kriogenicznych, co może ograniczać skuteczność oddziaływania terapeutycznego. Z tego względu istotnym zagadnieniem konstrukcyjnym jest skrócenie czasu potrzebnego do osiągnięcia wymaganej temperatury w przestrzeni roboczej kriokabiny. Można to osiągnąć poprzez odpowiednią modyfikację geometrii samej komory, optymalizację układu doprowadzenia ciekłego azotu oraz właściwe rozmieszczenie elementów wprowadzających gaz do wnętrza kabiny. Należy jednak uwzględnić ograniczenia wynikające z charakteru pracy instalacji kriogenicznej. Zbyt duża ilość ciekłego azotu wprowadzona w krótkim czasie może nie ulec całkowitemu odparowaniu przed kontaktem z pacjentem, co stwarza ryzyko miejscowych uszkodzeń skóry o charakterze oparzeń kriogenicznych. Z tego względu istotną rolę odgrywa również system sterowania urządzeniem, który powinien zapewniać odpowiednią regulację dopływu azotu oraz kontrolę parametrów pracy w trakcie całego zabiegu.

W trakcie ekspozycji pacjenta zachodzi intensywna wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią ciała, a zimnym gazem wypełniającym kabinę. Strumień ciepła przekazywany z organizmu powoduje lokalny wzrost temperatury medium chłodzącego, co w przypadku niewystarczającej cyrkulacji gazu może prowadzić do pogorszenia warunków zabiegowych. Z tego względu system dystrybucji azotu powinien zapewniać ciągłe odnawianie zimnego medium oraz stabilizację pola temperatury w trakcie całej ekspozycji.

3. Zerowymiarowy opis działania układu doporowadzenia azotu do kriosauny

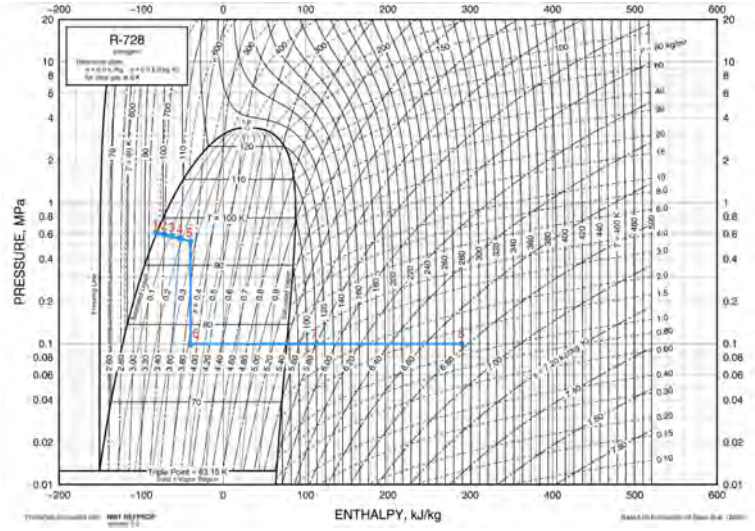
Na rysunku 1. przedstawiono schemat instalacji zasilania kriosauny ciekłym azotem wraz z układem jego odparowania oraz dystrybucji zimnego gazu w przestrzeni roboczej kabiny. Ciekły azot magazynowany jest w kriogenicznym zbiorniku magazynowym (1), z którego doprowadzany jest do instalacji zasilającej urządzenie. Transport czynnika pomiędzy poszczególnymi elementami instalacji realizowany jest za pomocą rurociągów kriogenicznych, najczęściej izolowanych próżniowo, których zadaniem jest ograniczenie zysków ciepła z otoczenia oraz minimalizacja strat wynikających z niekontrolowanego parowania ciekłego azotu w trakcie przepływu.



Rysunek 1. Schemat chłodniczy kriosauny jednoosobowej zasilanej azotem. 1-Zbiornik ciekłego azotu, 2-Zawór odcinający zbiornika LN2, 3- Zawór odcinający kriosauny, 4- Elektrozawór główny, 4'- Elektrozawór pomocniczy, 5- Zespół dysz rozpylających, 6- Zbiornik odparowania azotu, 7- Wentylator cyrkulacyjny, 8- Wentylator zużytego azotu. „Źródło: opracowanie własne"

Zarówno zbiornik magazynowy (1), jak i instalacja kriosauny wyposażone są w zawory odcinające (2–3), umożliwiające izolację poszczególnych części układu podczas eksploatacji oraz w

trakcie prowadzenia prac serwisowych. Sterowanie dopływem ciekłego azotu do dalszej części instalacji realizowane jest przy użyciu dwóch elektrozaworów (4). Elektrozawór główny odpowiada za zasadniczy dopływ ciekłego azotu do układu odparowania podczas pracy kriosauny i stanowi podstawowy element sterujący przepływem czynnika kriogenicznego. Drugi elektrozawór pełni funkcję zaworu pomocniczego i wykorzystywany jest w warunkach obniżonego ciśnienia w zbiorniku magazynowym lub w instalacjach charakteryzujących się znaczną długością rurociągów zasilających. W takich przypadkach zwiększone opory przepływu mogą powodować ograniczenie strumienia czynnika doprowadzanego do instalacji, dlatego uruchomienie zaworu pomocniczego umożliwia zapewnienie odpowiednich warunków zasilania układu odparowania. Po przejściu przez układ zaworów ciekły azot kierowany jest do zespołu dysz rozpylających i rozprężających (5). W dyszach zachodzi proces dławienia izentalpowego, któremu towarzyszy gwałtowny spadek ciśnienia oraz intensywne odparowanie ciekłego azotu. W wyniku rozprężenia oraz rozpylenia czynnika następuje praktycznie całkowite przejście azotu do fazy gazowej, co prowadzi do wytworzenia strumienia bardzo zimnego gazu kriogenicznego. Powstały gaz kierowany jest następnie do zbiornika odparowania (6), w którym zachodzi końcowy etap odparowania ewentualnych pozostałości fazy ciekłej oraz stabilizacja parametrów termodynamicznych czynnika przed jego wprowadzeniem do przestrzeni roboczej kabiny. Zbiornik odparowania pełni funkcję separatora i stabilizatora przepływu gazu kriogenicznego doprowadzanego do kriokabiny. Wytworzony zimny gaz wprowadzany jest do przestrzeni roboczej kriokabiny, gdzie miesza się z powietrzem znajdującym się wewnątrz urządzenia. Obieg gazu w kabinie przedstawiono w punktach (7) i (8). Cyrkulacja gazu w przestrzeni roboczej prowadzi do intensywnej wymiany ciepła pomiędzy chłodnym medium, a powierzchnią ciała pacjenta, co powoduje obniżenie temperatury powietrza w kabinie do wartości wymaganych podczas zabiegu krioterapii. W wyniku odbioru ciepła gaz ulega stopniowemu ogrzewaniu, po czym usuwany jest z kabiny i odprowadzany poza pomieszczenie (8). Rozwiązanie to zapobiega akumulacji azotu w przestrzeni roboczej oraz zapewnia bezpieczne warunki eksploatacji urządzenia.



Rysunek 2. Wykres log p-h dla azotu z przemianami zachodzącymi w kriosaunie.

Na wykresie log p–h (rys. 2) przedstawiono przebieg przemian termodynamicznych azotu zachodzących podczas jego przepływu przez poszczególne elementy instalacji kriosauny. Zaznaczone punkty odpowiadają kolejnym stanom czynnika w charakterystycznych miejscach układu.

W punkcie 1 azot znajduje się w zbiorniku magazynowym w stanie cieczy nasyconej przy ciśnieniu magazynowania. W odcinku 2–4 czynnik przepływa przez rurociągi oraz armaturę instalacji wskutek dopływu ciepła z otoczenia następuje wzrost entalpii oraz częściowe odparowanie ciekłego azotu, co prowadzi do powstania mieszaniny dwufazowej. W punkcie 5 w zespole dysz zachodzi

proces dławienia izentalpowego, któremu towarzyszy gwałtowny spadek ciśnienia oraz intensywne odparowanie czynnika. W punkcie 6 odpowiadającym zbiornikowi odparowania następuje dalsze odparowanie pozostałej fazy ciekłej oraz wyrównanie parametrów termodynamicznych gazu. W punkcie 7 gazowy azot przepływa przez przestrzeń roboczą kriokabiny, gdzie w wyniku wymiany ciepła z otoczeniem i powierzchnią ciała pacjenta następuje wzrost jego entalpii przy niewielkiej zmianie ciśnienia. W punkcie 8 ogrzany gazowy azot jest odprowadzany z kabiny poza pomieszczenie.

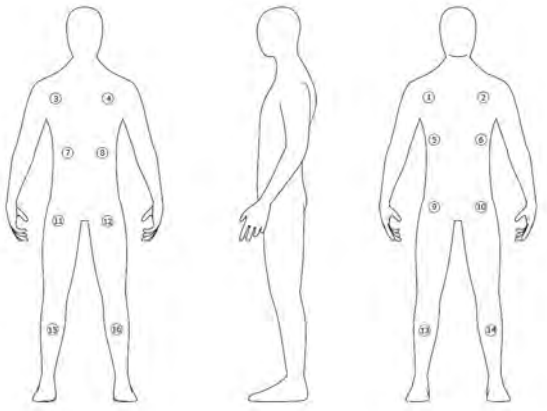
4. Stanowisko pomiarowe do badania kriosauny

Celem zbudowanego stanowiska badawczego było określenie jakości zabiegu w stanie aktualnym oraz na tej podstawie celowości udoskonalenia konstrukcji na bazie wyników symulacji. Stanowisko badawcze umożliwia rejestrację rozkładu temperatury wewnątrz kriosauny podczas prowadzenia zabiegów krioterapii miejscowej typu PBC oraz pomiar rozkładu prędkości powietrza wewnątrz urządzenia z wyłączonym dopływem ciekłego azotu. Centralnym elementem stanowiska jest kriosauna jednoosobowa firmy JUKA model 0104-1, w której zainstalowano układ pomiarowy oparty na 16 termoparach typu T oraz 8 termoanemometrach LAB-EL.

Poniżej przedstawiono dane techniczne wykorzystanych elementów pomiarowych:

- Rejestrator COMET MS6D z zakresem pomiarowym dla termopar typu T -200 [˚C] ÷ 400 [˚C] oraz dokładnością pomiaru ±0,3 [%] odczytu +1,5 [˚C].
- Termopara typu T firmy CZAH o oznaczeniu 02-1T-1-1000-316-1,0-Z1-T1-2500-TT201 wykonana w klasie 1 o zakresie pomiarowym -185 [˚C] ÷ 300 [˚C] dla pracy ciągłej oraz -250 [˚C] ÷ 400 [˚C] dla pracy krótkotrwałej.
- Rejestrator LAB-EL LB-480 z wykorzystaniem cyfrowej pętli prądowej S300 do podłączenia czujników.
- Termoanemometr LB-802 z zakresem pomiaru prędkości 0,1 [m/s] ÷ 50 [m/s] oraz rozdzielczością pomiaru 0,01 [m/s] dla zakresu 0,1 [m/s] ÷ 5 [m/s].

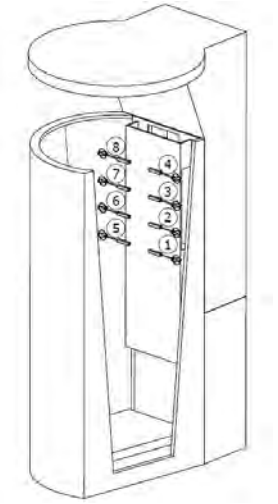
Termopary umieszczono na czterech poziomach odpowiadających wysokościom manekina badawczego, po cztery czujniki na każdym poziomie. Takie rozmieszczenie pozwala na uzyskanie reprezentatywnych wartości temperatury w poszczególnych strefach oraz ocenę równomierności rozkładu chłodnego medium w kriokabinie.



Rysunek 3. Schemat rozmieszczenie szesnastu termopar na manekinie wykorzystywanym do pomiaru rozkładu temperatury. „Źródło: opracowanie własne”

Do pomiaru prędkości powietrza wykorzystano termoanemometry rozmieszczone na czterech poziomach równolegle do kanału wydmuchowego (rys.4). Pomiar rozkładu prędkości powietrza

przeprowadzono w temperaturze otoczenia 22 [°C], ze względu na ograniczenia eksploatacyjne termoanemometrów uniemożliwiające ich pracę w rzeczywistych temperaturach odpowiadających warunkom zabiegu krioterapii.

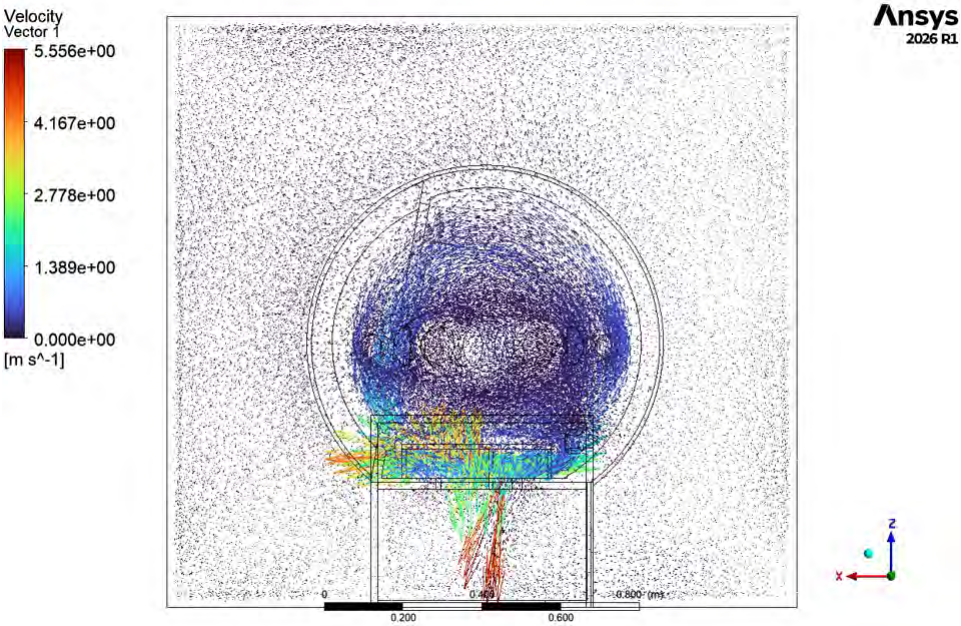


Rysunek 4. Schemat rozmieszczenie ośmiu termoanemometrów wykorzystywanych do pomiaru rozkładu prędkości powietrza w kriosaunie. „Źródło: opracowanie własne”

Na rysunku 5. przedstawiono stanowisko badawcze wykorzystywane podczas realizacji eksperymentów pomiarowych. Manekin pomiarowy został wyposażony w układ czujników temperatury rozmieszczonych na powierzchni jego ciała zgodnie z przyjętą metodyką badawczą. Fotografia po prawej stronie ilustruje warunki prowadzenia eksperymentu podczas zabiegu krioterapii, w trakcie którego obserwowano intensywne opary azotu generowane w strefie zabiegowej.



Rysunek 5. Widok stanowiska badawczego podczas realizacji eksperymentów: manekin pomiarowy z zainstalowanym układem pomiaru temperatury oraz warunki przepływu kriogenicznego medium w komorze zabiegowej. „Źródło: opracowanie własne”



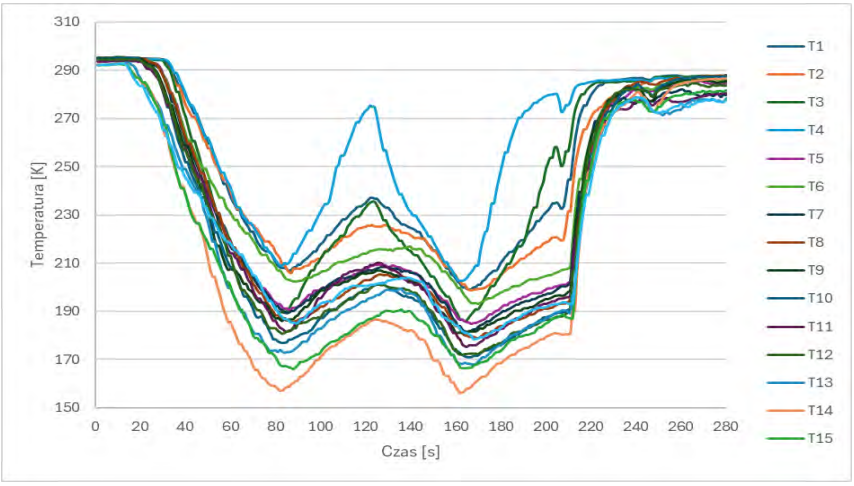
Rysunek 6. Wynik symulacji CFD FLUENT ruchu azotu w kriosaunie. „Źródło: opracowanie własne"

W celu weryfikacji poprawności działania stanowiska badawczego oraz rejestracji warunków panujących wewnątrz kriosauny przeprowadzono serię pomiarów z wykorzystaniem zainstalowanych termopar typu T. Uzyskane wyniki umożliwiły obserwację zmian temperatury w funkcji czasu oraz ocenę rozkładu temperatury w przestrzeni roboczej urządzenia. Istotnym warunkiem poprawności prowadzenia pomiarów było zapewnienie, aby manekin w momencie rozpoczęcia eksperymentu znajdował się w temperaturze pokojowej. Tylko w takich warunkach możliwe jest wierne odwzorowanie rzeczywistego rozkładu temperatur podczas zabiegu krioterapii. W trakcie wcześniejszych prób, podczas których manekin pozostawał stale zainstalowany w komorze i poddawany był kolejnym pomiarom bez pełnego ogrzania do temperatury otoczenia, uzyskiwane wyniki okazywały się niemiarodajne. Rejestrowano wówczas istotnie niższe wartości temperatur, wynikające z wcześniejszego wychłodzenia materiału manekina oraz nagromadzenia szronu na powierzchni czujników.

Na poniższym wykresie przedstawiono przebiegi temperatury zarejestrowane podczas 3-minutowego zabiegu krioterapii. Analiza uzyskanych danych wskazuje na niejednorodność rozkładu temperatury powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny. Widoczne są istotne różnice pomiędzy wartościami rejestrowanymi przez czujniki zlokalizowane na różnych wysokościach, przy czym sensory umieszczone w górnych partiach komory wskazują wyższe temperatury niż czujniki położone niżej. Świadczy to o występowaniu pionowego gradientu temperatury, wynikającego z niejednorodnej dystrybucji medium kriogenicznego oraz ograniczonej intensywności mieszania przepływu w objętości komory.

W początkowej fazie zabiegu obserwowany jest gwałtowny spadek temperatury we wszystkich punktach pomiarowych, odpowiadający rozpoczęciu doprowadzania medium kriogenicznego do przestrzeni zabiegowej. Następnie, po osiągnięciu lokalnych minimów temperatury widoczny jest przejściowy wzrost wartości rejestrowanych przez część czujników, związany z okresowym zamknięciem dopływu ciekłego azotu przez układ sterowania. Powoduje to chwilowe ograniczenie ilości medium kriogenicznego doprowadzanego do komory, a w konsekwencji częściowe ogrzanie powietrza w przestrzeni zabiegowej. Szczególnie wyraźna reakcja wybranych czujników na ten proces wskazuje na lokalne różnice w dynamice zmian temperatury oraz potwierdza niejednorodność warunków termicznych wewnątrz komory. Po zakończeniu zabiegu obserwowany

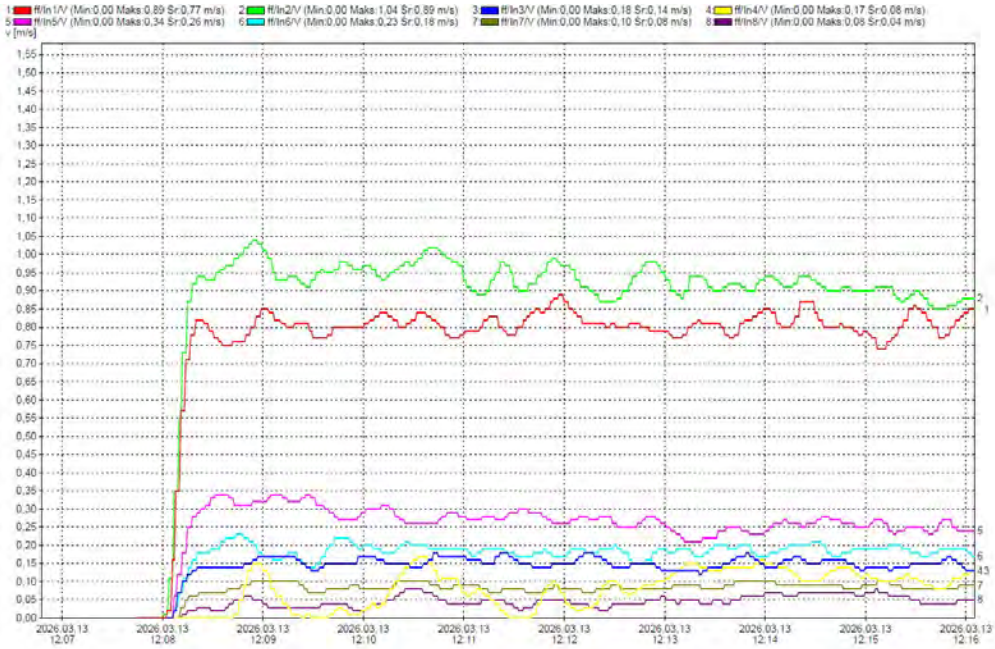
jest gwałtowny wzrost temperatury we wszystkich punktach pomiarowych związany z otwarciem drzwi kriosauny i napływem cieplejszego powietrza z otoczenia do przestrzeni roboczej urządzenia. Uzyskane wyniki potwierdzają, że aktualna konstrukcja układu nawiewno-dystrybucyjnego nie zapewnia jednorodnych warunków termicznych w całej objętości roboczej kriosauny, co może prowadzić do nierównomiernego rozkładu obciążeń cieplnych oddziałujących na ciało użytkownika podczas zabiegu. Należy podkreślić, że zjawisko to ma charakter ogólny dla współczesnych urządzeń dostępnych na rynku, co znajduje potwierdzenie w literaturze.



Rysunek 7. Zmiany temperatury powietrza w funkcji czasu zarejestrowane w 16 punktach pomiarowych podczas zabiegu krioterapii o czasie trwania 3 min. „Źródło: opracowanie własne”

Na rysunku 8. przedstawiono rozkład prędkości przepływu powietrza zmierzony w wybranych punktach przestrzeni roboczej kriosauny podczas pracy układu nawiewnego bez wtrysku azotu, przy temperaturze medium wynoszącej 22 [°C]. Uzyskane wyniki wskazują na istotne zróżnicowanie prędkości przepływu w zależności od lokalizacji punktu pomiarowego względem kanału nawiewnego. Najwyższe wartości prędkości odnotowano w punktach pomiarowych 1 i 2, gdzie średnia prędkość przepływu osiągała odpowiednio około 0,8 [m/s] oraz 1,0 [m/s]. Punkty te zlokalizowane były najbliżej kanału wydmuchowego, co stanowi bezpośredni efekt koncentracji strumienia powietrza w strefie wylotowej i wynika z aktualnej geometrii układu nawiewnego oraz konstrukcji przestrzeni roboczej kriosauny. W pozostałych obszarach komory rejestrowano istotnie niższe wartości prędkości, najczęściej nieprzekraczające 0,3 [m/s], co wskazuje na nierównomierną dystrybucję medium w objętości roboczej urządzenia.

Zaobserwowane fluktuacje chwilowych wartości prędkości wynikają z niestacjonarnego charakteru przepływu oraz lokalnych zaburzeń turbulentnych generowanych przez układ nawiewny. Dodatkowym czynnikiem mogącym wpływać na deformację pola przepływu jest obecność tekstylnej wykładziny wewnętrznej komory, której rozwinięta chropowatość powierzchni sprzyja powstawaniu lokalnych zaburzeń przepływu oraz intensyfikacji mieszania strugi przyściennej. Uzyskane wyniki potwierdzają występowanie znacznej niejednorodności pola przepływu powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny, co może bezpośrednio przekładać się na nierównomierny rozkład warunków cieplnych oddziałujących na użytkownika podczas zabiegu. W świetle przeprowadzonych pomiarów zasadne wydaje się rozważenie modyfikacji konstrukcji układu dystrybucji medium roboczego, obejmujących w szczególności zmianę geometrii kanału nawiewnego, zastosowanie elementów rozpraszających strugę lub optymalizację rozmieszczenia otworów wylotowych w celu poprawy jednorodności przepływu w komorze.



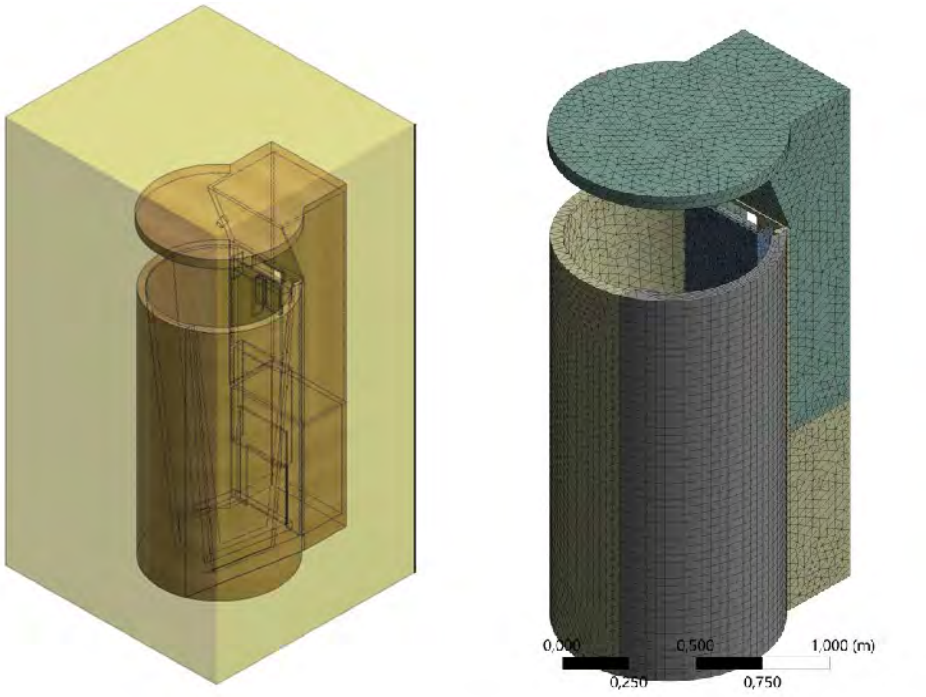
Rysunek 8. Przebieg zmian prędkości powietrza w punktach pomiarowych kriosauny podczas pracy układu nawiewnego zmierzone dla przepływu samego powietrza. „Źródło: opracowanie własne”

Uzyskane wyniki pomiarów bezpośrednich wskazują na możliwości poprawy działania kriosauny. Do najistotniejszych problemów należą skrócenie czasu uzyskiwania niskiej temperatury w trakcie zabiegu, wyrównanie przebiegów temperatur w trakcie zabiegu w czasie i w całej objętości kriosauny. W tym celu sporządzono model symulacyjny komory w programie FLUENT. Celem pierwszych wykonanych symulacji było uzyskanie wyników 3D zgodnych z wynikami pomiarów.

5. Model symulacyjny CFD

Na potrzeby analizy numerycznej przygotowano model CAD kriosauny, który posłuży jako baza do przeprowadzenia symulacji CFD. Model ten odwzorowuje geometrię urządzenia wraz z przestrzenią roboczą, co umożliwia odwzorowanie warunków przepływu i rozkładu temperatury w komorze podczas pracy. Model geometryczny został opracowany w programie Autodesk Inventor, a następnie wyeksportowany w formacie STEP, co umożliwiło jego bezpośredni import do środowiska ANSYS Fluent. Na rysunku przedstawiono opracowany model geometryczny, będący punktem wyjścia do dalszych obliczeń numerycznych. Na potrzeby dalszych obliczeń numerycznych w środowisku ANSYS Fluent wygenerowano siatkę obliczeniową z wykorzystaniem adaptacyjnego zagęszczania w programie ANSYS Meshing. Model zawiera 1338841 elementów i 2356235 węzłów. Zastosowano siatkę nieustrukturyzowaną z dominacją elementów czworościennych oraz lokalnymi elementami heksagonalnymi i klinowymi. Jakość siatki oceniono na podstawie współczynników skewness i orthogonal quality. Większość elementów charakteryzuje się dobrą jakością (skewness < 0,5, orthogonal quality > 0,5), a nieliczne elementy o gorszych parametrach występują lokalnie i nie wpływają istotnie na stabilność obliczeń. Proces siatkowania obejmował całą domenę przepływową kriosauny, wraz jej otoczeniem. Dla właściwego odwzorowania warunków brzegowo-początkowych, zapewniając poprawne odwzorowanie warunków przepływu oraz wymiany ciepła w komorze roboczej. Wygenerowana siatka, przedstawiona na rysunku 9. stanowiła podstawę do przeprowadzenia symulacji CFD. Dodatkowo w modelu geometrycznym zdefiniowano jeden wlot oraz dwa wyloty,

które symulują dopływ mieszaniny par azotu i powietrza oraz jej cyrkulację i usuwanie z wnętrza komory podczas zabiegu krioterapii.



Rysunek 9. Model CAD kriosauny jednoosobowej JUKA „Źródło: opracowanie własne”

W celu odwzorowania rozkładu prędkości przepływu powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny wykonano symulację numeryczną w środowisku ANSYS Fluent z wykorzystaniem solvera typu pressure-based. Warunki brzegowe przedstawione w poniższej tabeli pochodzą z pomiarów przeprowadzonych na urządzeniu. Pomiar prędkości przepływu powietrza przeprowadzono z wykorzystaniem termoanemometru LAB-EL LB-802 z zakresem pomiaru prędkości 0,1 [m/s] ÷ 50 [m/s] oraz rozdzielczością pomiaru 0,01 [m/s] dla zakresu 0,1 [m/s] ÷ 5 [m/s]. Pomiar ciśnienia różnicowego wykonano za pomocą manometry różnicowego TESTO 510i o zakresie pomiarowym -150 [hPa] ÷ 150 [hPa] oraz dokładności ± 0,05 [hPa] dla zakresu pomiaru 0 [hPa] ÷ 1 [hPa].

Tabela 1. Warunki brzegowe dla symulacji przepływu powietrza w kriosaunie

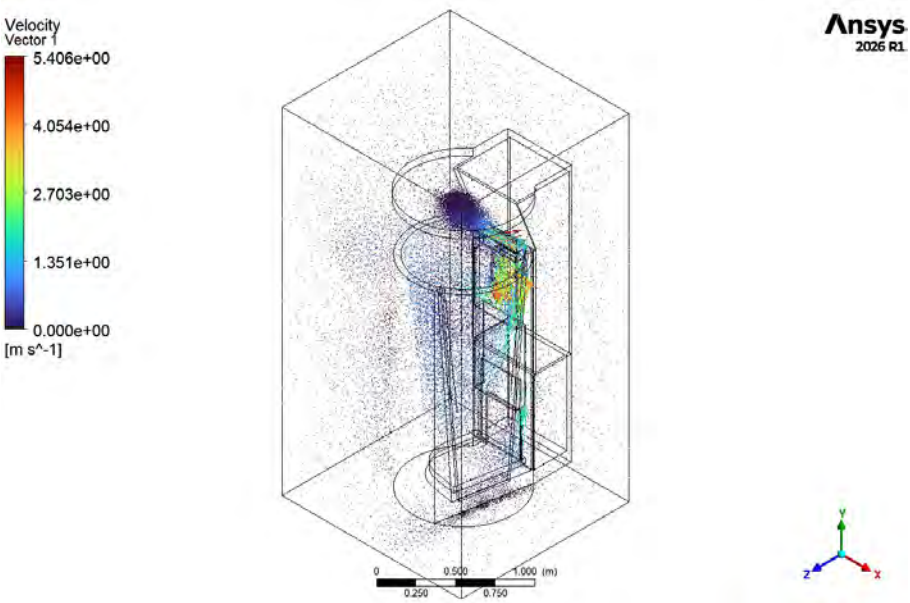
Prędkość powietrza w kanale nawiewowym	3,5 [m/s]
Ciśnienie w kanale wywiewnym 1	-65 [Pa]
Ciśnienie w kanale wywiewnym 2	-35 [Pa]
Temperatura medium podczas symulacji	22 [˚C]
Model symulacji	Transition k-kl-omega (3eqn)
Schemat numeryczny	SIMPLE

Na podstawie opracowanego modelu numerycznego wyznaczono rozkład prędkości przepływu powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny. Uzyskane wyniki umożliwiły ocenę jednorodności pola przepływu oraz identyfikację obszarów występowania lokalnych stref zwiększonej i zmniejszonej prędkości, mogących wpływać na rozkład warunków cieplnych podczas pracy urządzenia. Na poniższym rysunku (rys.10) przedstawiono rozkład prędkości przepływu powietrza w analizowanej geometrii kriosauny.



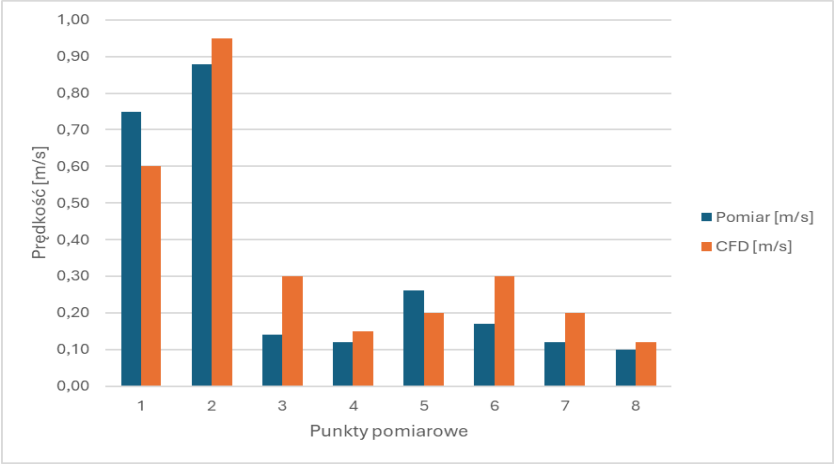
Rysunek 10. Rozkład prędkości przepływu powietrza na płaszczyźnie przekroju pionowego kriosauny uzyskany w wyniku symulacji numerycznej. „Źródło: opracowanie własne”

Analiza uzyskanego rozkładu prędkości wskazuje na koncentrację najwyższych wartości przepływu w obszarze bezpośrednio przylegającym do kanału nawiewnego, co wynika z lokalnego skupienia strumienia powietrza w strefie wlotowej. W miarę oddalania się od kanału nawiewnego obserwowany jest stopniowy spadek prędkości przepływu, prowadzący do powstawania obszarów o ograniczonej intensywności ruchu medium. Uzyskany rozkład pola prędkości potwierdza występowanie istotnej niejednorodności przepływu w przestrzeni roboczej kriosauny, co może przekładać się na nierównomierny rozkład warunków cieplnych podczas pracy urządzenia (rys.11).



Rysunek 11. Rozkład wektorów prędkości obrazujący kierunki przepływu powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny. „Źródło: opracowanie własne”

W celu weryfikacji poprawności opracowanego modelu numerycznego przeprowadzono porównanie wyników symulacji z rezultatami pomiarów eksperymentalnych wykonanych na rzeczywistym urządzeniu. Analizie poddano wartości prędkości przepływu powietrza zarejestrowane w punktach pomiarowych odpowiadających lokalizacjom przyjętym w modelu numerycznym. Porównanie wyników umożliwia ocenę stopnia zgodności modelu obliczeniowego z rzeczywistymi warunkami pracy urządzenia oraz stanowi podstawę do oceny poprawności przyjętych założeń modelowych. Na poniższym wykresie (rys.12) przedstawiono zestawienie wartości uzyskanych w pomiarach eksperymentalnych i symulacji numerycznej.

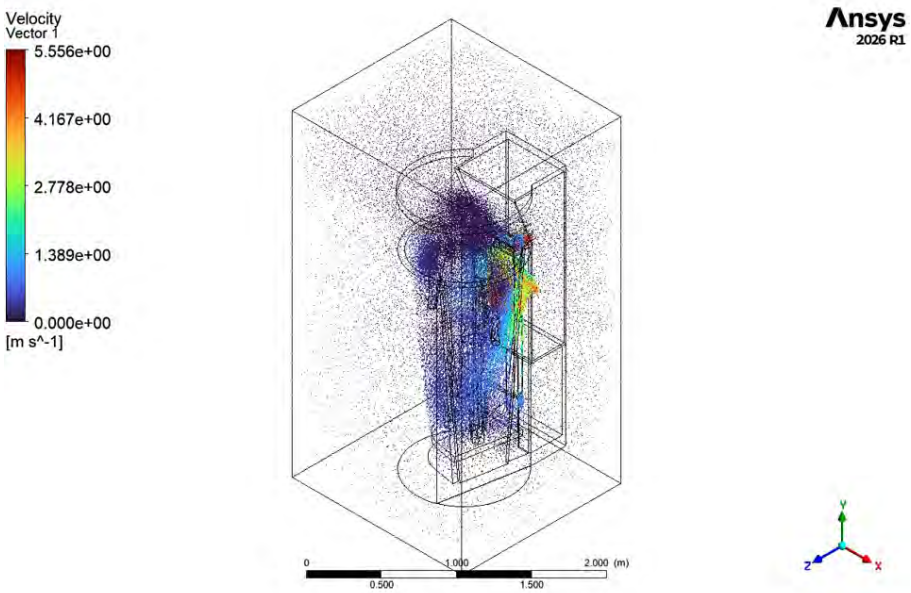


Rysunek 12. Porównanie wartości prędkości przepływu powietrza uzyskanych eksperymentalnie oraz numerycznie dla poszczególnych punktów pomiarowych. „Źródło: opracowanie własne”

Po zweryfikowaniu modelu CFD w zakresie odwzorowania pola przepływu powietrza, kolejnym etapem badań była ocena jego poprawności w analizie cieplnej. W tym celu przeprowadzono analizę numeryczną z uwzględnieniem zmiennej w czasie temperatury powietrza na wlocie do analizowanego obszaru wyzaczonej na podstawie eksperymentu. Dodatkowo w modelu uwzględniono obecność manekina, odwzorowującego warunki rzeczywiste podczas pomiaru. Nie uwzględniono wymiany ciepła przez przegrody. Wyniki symulacji porównano z danymi pomiarowymi, analizując przebiegi czasowe temperatury w wybranych punktach pomiarowych oraz zgodność dynamiki zmian temperatury.

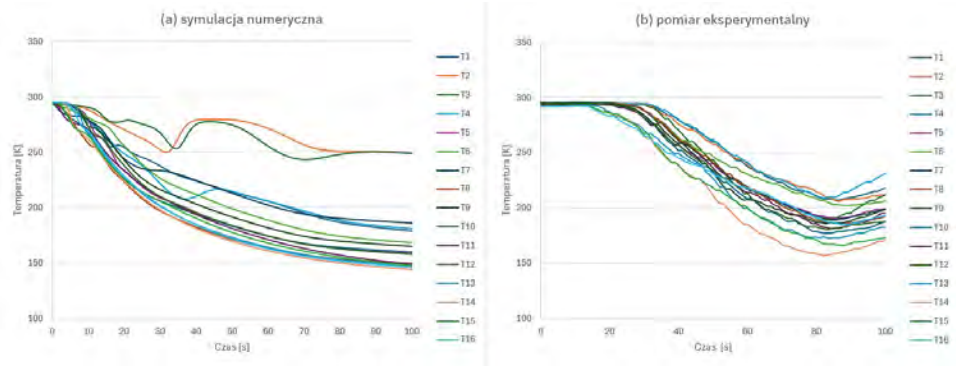
Tabela 2. Warunki brzegowe dla symulacji przepływu chłodzonego powietrza w kriosaunie

Prędkość powietrza w kanale nawiewowym	3,5 [m/s]
Ciśnienie w kanale wywiewnym 1	-65 [Pa]
Ciśnienie w kanale wywiewnym 2	-35 [Pa]
Temperatura medium podczas symulacji	133 [K] + 162 [K] * exp(-(flow_time)/(22 [s])) [°C]
Model symulacji	Transition k-kl-omega (3eqn)
Schemat numeryczny	SIMPLE



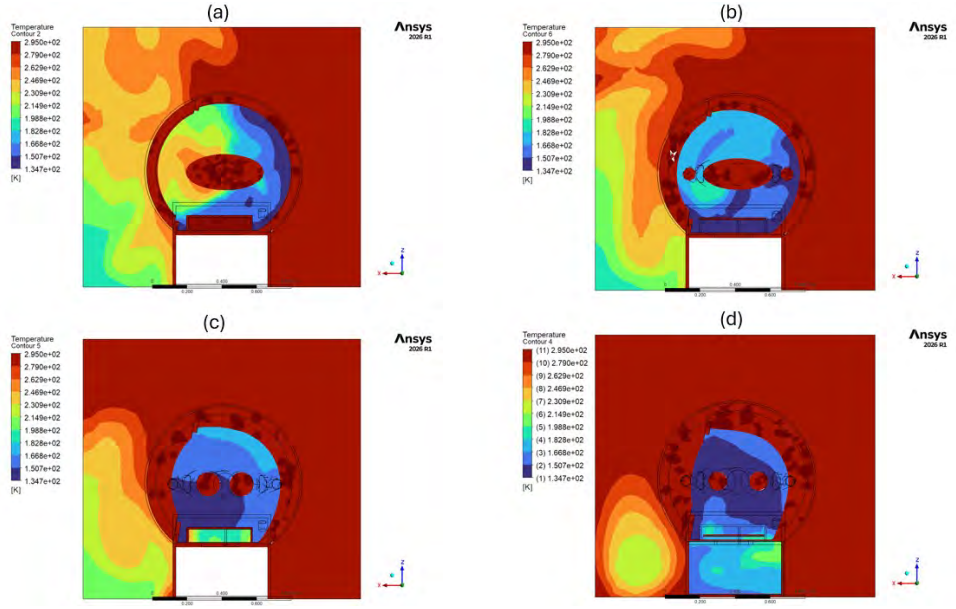
Rysunek 13. Rozkład wektorów prędkości obrazujący kierunki przepływu powietrza w przestrzeni roboczej kriosauny w symulacji z manekinem. „Źródło: opracowanie własne”

Porównanie wyników symulacji z danymi pomiarowymi (rys.14) wskazuje na zgodność jakościową przebiegu zmian temperatury w czasie, w szczególności w zakresie początkowej fazy chłodzenia. W obu przypadkach obserwuje się wyraźny spadek temperatury, jednak symulacja wykazuje bardziej wygładzony przebieg oraz mniejsze zróżnicowanie między punktami pomiarowymi. Różnice ilościowe, zwłaszcza w późniejszej fazie procesu, mogą wynikać z uproszczeń modelu numerycznego, takich jak przyjęte warunki brzegowe lub model turbulencji. Dodatkowo, w danych eksperymentalnych widoczne są lokalne niestabilności, które nie są w pełni odwzorowane w symulacji.



Rysunek 14. Porównanie przebiegów temperatury w czasie uzyskanych z symulacji numerycznej (a) oraz z pomiarów eksperymentalnych (b) w punktach T1–T16. „Źródło: opracowanie własne”

Na podstawie przedstawionych przebiegów czasowych przeprowadzono dalszą analizę przestrzenną pola temperatury. Wyznaczone płaszczyzny poziome (rys.15) odpowiadają bezpośrednio lokalizacji czujników pomiarowych (T1–T16), co umożliwia spójne porównanie wyników symulacji z danymi eksperymentalnymi. Dla czterech poziomów wykonano wizualizacje typu contour, przedstawiające rozkład temperatury w przekrojach poziomych. Takie podejście pozwala na ocenę niejednorodności pola temperatury oraz identyfikację wpływu warunków przepływu na rozkład termiczny w analizowanej przestrzeni.



Rysunek 15. Rozkład temperatury w płaszczyznach poziomych odpowiadających lokalizacji czujników pomiarowych: (a) poziom T1–T4, (b) poziom T5–T8, (c) poziom T9–T12, (d) poziom T13–T16. „Źródło: opracowanie własne”

6. Podsumowanie i wnioski końcowe

Uzyskane wyniki wskazują na zadowalającą zgodność jakościową pomiędzy rezultatami pomiarów eksperymentalnych a wynikami symulacji numerycznej, mimo występowania lokalnych rozbieżności wartości prędkości w poszczególnych punktach pomiarowych. Zaobserwowane odchylenia mogą wynikać z uproszczeń przyjętych w modelu numerycznym oraz trudności w pełnym odwzorowaniu rzeczywistych warunków geometrycznych wnętrza kriosauny. Istotny wpływ na charakter przepływu może mieć w szczególności obecność tekstylnej tapicerki wewnętrznej, której nieregularna struktura powierzchni powoduje lokalne zaburzenia przepływu oraz zwiększa stopień turbulizacji strugi. Dodatkowo niewielkie różnice pomiędzy rzeczywistą i zamodelowaną geometrią układu nawiewno-wywiewnego mogą wpływać na lokalny rozkład pola prędkości.

W przypadku rozkładu temperatury również zaobserwowano dobrą zgodność jakościową pomiędzy symulacją a pomiarami, szczególnie w zakresie ogólnych trendów zmian w czasie oraz przestrzennego zróżnicowania pola temperatury. Niewielkie różnice ilościowe mogą wynikać m.in. z uproszczonego modelowania wymiany ciepła na powierzchniach wewnętrznych, nieuwzględnienia pełnych właściwości materiałowych elementów wyposażenia oraz niejednorodności rzeczywistych warunków początkowych. Pomimo tego model numeryczny poprawnie odwzorowuje charakter procesu chłodzenia oraz rozkład temperatury w analizowanej przestrzeni i może stanowić narzędzie do dalszej analizy oraz optymalizacji konstrukcji urządzenia.

Informacja o finansowaniu:
Artykuł został wykonany w ramach projektu DWD/8/0015/2024

Bibliografia

[1] S. K. Peravali *et al.*, „Accuracy and performance evaluation of low density internal and external flow predictions using CFD and DSMC”, *Comput. Fluids*, t. 279, s. 106346, lip. 2024, doi: 10.1016/j.compfluid.2024.106346.

[2] M. Savic, B. Fonda, i N. Sarabon, „Actual temperature during and thermal response after whole-body cryotherapy in cryo-cabin”, *J. Therm. Biol.*, t. 38, nr 4, s. 186–191, maj 2013, doi: 10.1016/j.jtherbio.2013.02.004.

[3] A. Dębiec-Bąk, A. Skrzek, i H. Podbielska, „Application of thermovision for estimation of the optimal and safe parameters of the whole body cryotherapy”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, t. 111, nr 3, s. 1853–1859, mar. 2013, doi: 10.1007/s10973-012-2741-4.

[4] M. De Nardi *et al.*, „Effectiveness and safety of a thermal insulating coverage on the top of the cryo-cabin during a partial-body cryostimulation”, *J. Therm. Biol.*, t. 97, s. 102901, kwi. 2021, doi: 10.1016/j.jtherbio.2021.102901.

[5] I. A. Burkov, L. M. Kolishkin, A. V. Pushkarev, A. V. Shakurov, D. I. Tsiganov, i A. A. Zherdev, „Experimental and computational thermal analysis of partial-body cryotherapy”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, t. 183, s. 122194, luty 2022, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122194.

[6] V. A. Voronov, L. M. Kolyshkin, A. V. Shakurov, i A. A. Zherdev, „Experimental evaluation of partial body cryotherapy unit with gas supply regulation”, *Int. J. Refrig.*, t. 155, s. 105–113, lis. 2023, doi: 10.1016/j.ijrefrig.2023.08.001.

[7] G. Polidori *et al.*, „Infrared thermography for assessing skin temperature differences between Partial Body Cryotherapy and Whole Body Cryotherapy devices at −140 °C”, *Infrared Phys. Technol.*, t. 93, s. 158–161, wrz. 2018, doi: 10.1016/j.infrared.2018.07.025.

[8] Z. Slanina, V. Otevrel, i J. Kolarik, „Long-Term Experiment in Cryogenic Chamber”, *IFAC-Pap.*, t. 49, nr 25, s. 194–199, 2016, doi: 10.1016/j.ifacol.2016.12.033.

[9] D. Yerezhep, A. F. Minikaev, i A. Yu. Baranov, „Numerical Analysis of Full Body Cryotherapy Efficiency with Cryochamber Design Modification”, w *2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*, Sochi: IEEE, wrz. 2018, s. 1–6. doi: 10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501714.

[10] A. D. Werkhausen i H. Hey, „Temperature transition optimization in cryogenic systems: Application to liquid nitrogen expenditure reduction in a thermal vacuum chamber case study”, *Appl. Therm. Eng.*, t. 236, s. 121863, sty. 2024, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2023.121863.

[11] R. Xue, Y. Ruan, X. Liu, F. Cao, i Y. Hou, „The influence of cavitation on the flow characteristics of liquid nitrogen through spray nozzles: A CFD study”, *Cryogenics*, t. 86, s. 42–56, wrz. 2017, doi: 10.1016/j.cryogenics.2017.07.003.
[12] T. Westerlund, J. Oksa, J. Smolander, i M. Mikkelsson, „Thermal responses during and after whole-body cryotherapy (−110°C)”, *J. Therm. Biol.*, t. 28, nr 8, s. 601–608, lis. 2003, doi: 10.1016/j.jtherbio.2003.08.006.
[13] R. Bouzigon, F. Grappe, G. Ravier, i B. Dugue, „Whole- and partial-body cryostimulation/cryotherapy: Current technologies and practical applications”, *J. Therm. Biol.*, t. 61, s. 67–81, paź. 2016, doi: 10.1016/j.jtherbio.2016.08.009.
[14] R. Bouzigon, A. Arfaoui, F. Grappe, G. Ravier, B. Jarlot, i B. Dugue, „Validation of a new whole-body cryotherapy chamber based on forced convection”, *J. Therm. Biol.*, t. 65, s. 138–144, kwi. 2017, doi: 10.1016/j.jtherbio.2017.02.019.
[15] R. Elfahem *et al.*, „Whole-Body Cryostimulation: New Insights in Thermo-Aeraulic Fields inside Chambers”, *Inventions*, t. 8, nr 4, s. 81, cze. 2023, doi: 10.3390/inventions8040081.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_78

Doświadczalne badania charakterystyk aerozolu wodnego w poddźwiękowym tunelu aerodynamicznym do badań zjawisk oblodzeniowych w lotnictwie

ALEKSANDRA ZARUBAJKO[1,*], ŁUKASZ OMEN[1],
MICHAŁ FRANT[1], MACIEJ MAJCHER[1], ANDRZEJ J. PANAS[1,2]

[1] Wojskowa Akademia Techniczna im. Jarosława Dąbrowskiego, Wydział Mechatroniki Uzbrojenia i Lotnictwa
ul. gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa
[2]Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych
ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa
[*] e-mail: aleksandra.zarubajko@wat.edu.pl

Słowa kluczowe: przepływy wielofazowe, aerozol wodny, poddźwiękowy tunel aerodynamiczny, oblodzenie statków powietrznych, rozkład granulometryczny kropel, nawadnianie

Prezentowana praca dotyczy doświadczalnych badań nawadniania przepływu części pomiarowej tunelu aerodynamicznego małych prędkości w kontekście zjawisk oblodzeniowych statków powietrznych oraz badania układów technicznych eksploatowanych w omawianych warunkach. Zasadnicza część badawcza skoncentrowana była na ilościowym i jakościowym scharakteryzowaniu przepływu dwufazowego powietrze-woda obejmując analizę rozkładu przestrzennego kropli oraz charakterystyk granulometrycznych aerozolu. Nawadnianie części pomiarowej tunelu przy ustalonym ciśnieniu dynamicznym powietrza oraz masowym wydatku wody realizowano przy wykorzystaniu wtryskiwaczy z regulowanymi parametrami pracy, natomiast pomiary granulometryczne przeprowadzono wykorzystując analizator cząstek IPS SAM KAMIKA. Gros uwagi skupiono na analizie wyników rejestrowanych w centralnym punkcie przestrzeni pomiarowej. Wyniki badań eksperymentalnych pozwoliły na ilościowe oraz jakościowe scharakteryzowanie przestrzennego pola przepływu wody. Szczegółowa analiza potwierdziła ilościową przewagę liczbową małych kropel w przepływie i dominujący wpływ dużych kropel na objętość transportowanej wody. Wyznaczone lokalnie rozkłady różniczkowe i całkowe dla udziałów ilościowych oraz objętościowych wskazują pewne rozbieżności przy niskim stężeniu lub dużym rozproszeniu strugi aerozolu. Uzyskane wyniki badań są istotnym dopełnieniem danych dotyczących funkcjonowania wykorzystywanego tunelu aerodynamicznego oraz wypełniają lukę informacyjną na temat ilościowej fragmentacji strugi cieczy wprowadzanej w przepływ gazu. Stanowią także odniesienie do kalibracji modelu numerycznego przepływu dwufazowego powietrze – aerozol wody skondensowanej. Ponadto wyniki skłaniają również do podjęcia dodatkowych badań nawadniania w warunkach obniżonej wartości temperatury na potrzeby opisu efektów oblodzenia elementów konstrukcyjnych statku powietrznego. Wnioski pozwalają na dokonanie oceny niezgodności dotyczących odwzorowywania warunków atmosferycznych. Daje to możliwość oceny wiarygodności badań prowadzonych z wykorzystaniem tunelu w zakresie jakościowym, ale również wskazuje na brak możliwości pełnego odtworzenia pełnej gamy zjawisk atmosferycznych.

WSTĘP

Oblodzenie stanowi jedno z istotniejszych zagrożeń dla bezpieczeństwa i niezawodności eksploatacji statków powietrznych, wpływając zarówno na charakterystyki aerodynamiczne statków powietrznych, wydajność i sprawność układów napędowych, jak i na poprawność działania urządzeń pokładowych. Zagadnienie oblodzenia jest przedmiotem intensywnych badań już od początków rozwoju lotnictwa, kiedy to zaobserwowano istotne pogorszenie osiągów oraz stateczności samolotów operujących w warunkach zwiększonej wilgotności i obniżonej temperatury. Wraz z rozwojem techniki lotniczej konieczne stało się prowadzenie badań umożliwiających ilościową analizę mechanizmów powstawania omawianych zjawisk.

W połowie XX wieku podejmowano próby laboratoryjnego modelowania warunków atmosferycznych poprzez wprowadzanie przechłodzonych kropel wody do strugi powietrza i obserwację jej oddziaływania z nieogrzewanymi powierzchniami. Dość długo brakowało spójnego fizycznie modelu matematycznego zjawiska oblodzenia. Kluczowym krokiem w rozwoju tej tematyki była praca Bernarda Messingera [1], w której po raz pierwszy sformułowano jednolity opis bilansów masy i energii. Wprowadzona w niej koncepcja frakcji zamarzania umożliwiła ilościowe ujęcie, że jedynie część zderzającej wody ulega krystalizacji podczas gdy pozostała część może pozostawać w stanie ciekłym lub być usuwana z powierzchni. Model ten stał się fundamentem większości późniejszych badań wskazując znaczenie parametrów aerodynamicznych i termodynamicznych, jak i ograniczenia związane z odwzorowaniem naturalnych warunków atmosferycznych w laboratorium.

W kolejnych dekadach model Messingera był stopniowo rozszerzany i modyfikowany w celu uwzględnienia dodatkowych własności fizycznych, takich jak przewodnictwo cieplne czy nieustalony charakter narastania lodu na intensywność wymiany ciepła [2,5]. Przyjęte założenia dotyczące warunków brzegowych oraz parametrów pochodzących z badań tunelowych mogą prowadzić do istotnych różnic w przewidywanych kształtach narostów lodowych. Szczególnie wrażliwym elementem symulacji okazał się opis zderzeń kropel, silnie zależny od lokalnych własności aerozolu.

Równolegle rozwijane są modele oblodzenia powierzchni aerodynamicznych, wśród których szeroko stosowane są podejścia oparte na modelach Messingera. W modelach tych tempo narastania lodu wyznaczane jest na podstawie bilansów masy i energii, z uwzględnieniem takich parametrów, jak frakcja zamarzania czy chropowatość powstającego lodu. Wykazano, że przyjęty opis chropowatości istotnie wpływa na przewidywany kształt lodu oraz współczynniki wymiany ciepła między powierzchnią a przepływem [3].

Wraz z rozwojem modeli oblodzenia wzrosło znaczenie tuneli aerodynamicznych jako podstawowych narzędzi badań eksperymentalnych i walidacyjnych. Uwagę skupiono nie tylko na średnich wartościach parametrów chmury takich jak medianowa średnica objętościowa kropli (MVD – Median Volume Diamater) czy zawartość ciekłej wody (LWC – Liqiud Water Content) w osi przekroju pomiarowego, lecz również na ich zmienności przestrzennej [6]. Badania prowadzone w warunkach przechłodzonych dużych kropel (SLD – Supercooled Large Droplets) wykazały niejednorodność pola aerozolu w przestrzeni pomiarowej, wynikającą z oddziaływania sił aerodynamicznych i grawitacyjnych podczas transportu kropel. Duże krople, pomimo niewielkiego udziału liczbowego dominują w bilansie masowym wody i wykazują tendencję do sedymentacji oraz deformacji. Prowadzi to do rozbieżności pomiędzy położeniami maksimów MVD i LWC oraz utrudnia uzyskanie jednorodnej chmury [6]. Dodatkowo, ograniczenia metod pomiarowych parametryzowania i obrazowania fazy skondensowanej

(np. CPI – Cloud Particle Imaging; IPS – Infrared Particle Sizer) powodują istotną niepewność w opisie lokalnych charakterystyk chmury aerozolu [4,6]. W rezultacie pomiędzy założeniami modeli oblodzenia, a rzeczywistymi rozkładami kropel generowanymi w tunelach aerodynamicznych istnieje luka ilościowa, uzasadniająca prowadzenie badań nad szczegółową charakterystyką procesu nawadniania tunelu aerodynamicznego małych prędkości.

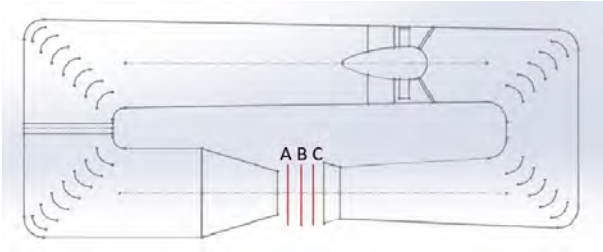
W tym kontekście szczególnie istotne staje się dokładne zaprojektowanie i scharakteryzowanie systemu nawadniania tunelu aerodynamicznego, stanowiącego etap wejściowy całego procesu badawczego. Niepewności w generowaniu aerozolu bezpośrednio przekładają się na prognozowanie kształtów lodu oraz ocenę skuteczności systemów przeciwoblodzeniowych. Połączenie analiz przepływu i rozkładów kropli w tunelu z zaawansowanymi modelami oblodzenia powierzchni, umożliwia nie tylko określenie wymaganych parametrów pracy tunelu, lecz także identyfikację jego ograniczeń. Większość dotychczasowych prac poświęconych problematyce oblodzenia koncentruje się na analizie procesu narastania lodu, jego kształtu oraz wpływu na charakterystyki aerodynamiczne i termodynamiczne. Znacznie mniejszą uwagę poświęca się samemu procesowi nawadniania tunelu aerodynamicznego w szczególności ilościowej i jakościowej charakterystyce parametrów nawadniania dla jak najwierniejszego odwzorowania warunków atmosferycznych sprzyjających powstawaniu oblodzenia. W praktyce parametry chmury traktowane są jako dane wejściowe bez szczegółowej analizy ich zmienności w zależności od zastosowanego systemu nawadniania. Powoduje to niepewności na etapie wytwarzania i kontroli paramentów kropli co bezpośrednio przekłada się na wiarygodność badań i jednoznaczną interpretację wyników. W związku z tym praca skupia się na ilościowej i jakościowej charakterystyce procesu nawadniania tunelu aerodynamicznego małych prędkości, traktując go jako kluczowy etap badań oblodzeniowych i punkt wyjścia do dalszych analiz badań eksperymentalnych i ich walidacji numerycznej.

Niniejsza praca dotyczy doświadczalnego określenia wybranych parametrów aerozolu wodnego przy ustalonych warunkach przepływu powietrza i wydatku wody z wykorzystaniem kontrolowanego systemu wtryskiwaczy oraz analizatora cząstek. W ramach realizacji badań przeprowadzono analizę zarejestrowanych charakterystyk granulometrycznych kropel wody oraz ich udziałów liczbowych, powierzchniowych i objętościowych. Szczególną uwagę poświęcono analizie wyników rejestrowanych w centralnym obszarze przestrzeni pomiarowej, traktowanym jako punkt referencyjny dla oceny jednorodności pola nawadniania. Na podstawie uzyskanych rozkładów różniczkowych i całkowych dokonano oceny dominujących mechanizmów transportu wody w przepływie w tym roli małych i dużych kropli w kształtowaniu lokalnych parametrów LWC i MVD. Uzyskane dane stanowią niezbędne uzupełnienie charakterystyk eksploatacyjnych badanego tunelu aerodynamicznego. Dzięki temu możliwa jest ocena jego ograniczeń oraz wskazanie kierunków dalszych badań.

1. METODYKA BADAŃ

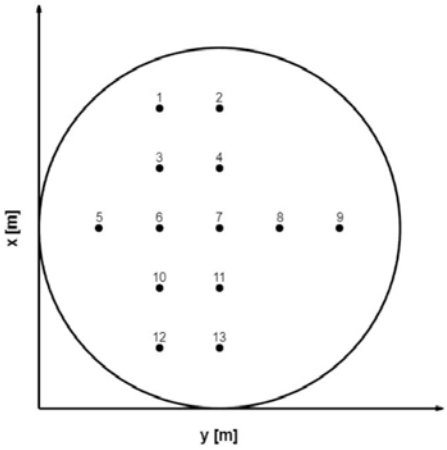
Kluczową role w badaniach odegrały wyniki określenia charakterystyk aerozolu kropel wody wykonane za pomocą analizatora optycznego cząstek IPS SAM KAMIKA [7]. Ponieważ analizator dokonuje pomiarów lokalnych, to do badań należało dobrać miejsca lokalizacji sondy. Miejsca – punkty sondowania dobrano lokalizując je symetrycznie względem osi symetrii przestrzeni pomiarowej tunelu. Pomiary realizowano początkowo w trzech płaszczyznach pomiarowych A, B i C, zlokalizowanych wzdłuż kierunku przepływu przedstawionych na rysunku 1. Główna płaszczyzna pomiarowa

znajdowała się w odległości 2,255 m od systemu generowania aerozolu wodnego, natomiast dwie dodatkowe płaszczyzny umieszczono odpowiednio 0,5 m przed oraz 0,5 m za płaszczyzną środkową.



Rysunek 1. Schemat poddźwiękowego tunelu aerodynamicznego z lokalizacją płaszczyzn pomiarowych
Źródło: opracowanie własne.

Do ustabilizowanego przepływu powietrza w tunelu aerodynamicznym wtryskiwano każdorazowo 130 g wody destylowanej podawanej w czasie 5 s. Pomiary realizowano przy stałej prędkości przepływu powietrza równej 17 $m \cdot s^{-1}$ (odpowiadającej ciśnieniu dynamicznemu 177 Pa) oraz temperaturze w przestrzeni pomiarowej wynoszącej 17 °C. Rejestrację cząstek prowadzono w czasie 30 s obejmujących około 5 s rejestracji przedwstępnej, czas dozowania i około 20 s czasu relaksacji dla każdego punktu pomiarowego, z wyjątkiem punktu centralnego. Dla centralnego punktu czas pomiaru wydłużono arbitralnie do 60 s w celu zwiększenia liczności próby dla obszaru referencyjnego. Procedurę powtórzono dla łącznie 13 punktów rozmieszczonych w obrębie środkowej płaszczyzny pomiarowej, na której punkty rozmieszczono symetrycznie w poziomych i pionowych odległościach od siebie wynoszących 0,2 m. Szczegółową lokalizację punktów pomiarowych przedstawiono na rysunku 2.



Rysunek 2. Schemat lokalizacji punktów pomiarowych
Źródło: opracowanie własne.

Podczas badań rejestrowano dane temperatury i ciśnienia dynamicznego w przepływie oraz każdorazowo uzyskiwane dane charakterystyki próbki aerozolu z rejestratora IPS SAM Kamika. Dane próbki obejmowały między innymi lokalną prędkość przepływu, objętość próbki powietrza

wilgotnego, liczbę zarejestrowanych cząstek aerozolu z danego zakresu pomiarowego średnic i indywidualne dane średnic. Na podstawie zarejestrowanej informacji możliwe było uzyskanie szeregu danych statystycznych próbki cząstek, w tym wyznaczenie rozkładów granulometrycznych liczbowych, liniowych (średnicowych) oraz objętościowych – zarówno tzw. różniczkowych jak i całkowych korzystając z poniższych wzorów (1-10).

Rozkład ilościowy:

$$(n_i)_{i=1,\ \ldots,\ k} \tag{1}$$

$$\left(\sum_{j=1}^{i} n_j\right)_{j=1,\ \ldots\ ,\ k} \tag{2}$$

gdzie:
n_i - liczba zarejestrowanych cząstek aerozolu przypadająca na i-tą klasę wymiarową,
n_j - liczba cząstek w j-tej klasie wymiarowej,
k - całkowita liczba klas wymiarowych.

Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy klas wymiarowych – udział procentowy:

$$A_i \ = \ \frac{n_i}{\sum_{j=1}^{k} n_j} \tag{3}$$

$$FA_i \ = \ \sum_{j=1}^{i} A_j \ = \ \frac{\sum_{j=1}^{i} n_j}{\sum_{j=1}^{k} n_j} \tag{4}$$

gdzie:
A_i - udział procentowy cząstek aerozolu w i-tej klasie wymiarowej,
FA_i – skumulowany udział procentowy cząstek aerozolu do i-tej klasy wymiarowej.

Średnia arytmetyczna i sześcienna średnic:

$$d_n \ = \ \sum_{i=1}^{k} A_i \ \frac{d_{i+1} - d_i}{2} \tag{5}$$

$$d_V \ = \ \sqrt[3]{\sum_{i=1}^{k} A_i \ \left(\frac{d_{i+1} - d_i}{2}\right)^3} \tag{6}$$

gdzie:
d_i - dolna granica średnicy i-tej klasy wymiarowej,
d_{i+1} – górna granica średnicy i-tej klasy wymiarowej.

Rozkłady średnicowe i objętościowe różniczkowe – udziały procentowe:

$$B_{n,i} \ = \ A_i \ \frac{1}{d_n}\left(\frac{d_{i+1} - d_i}{d_i}\right) \tag{7}$$

$$B_{V,i} = A_i \frac{1}{{d_V}^3}\left(\frac{d_{i+1} - d_i}{d_i}\right)^3 \quad (8)$$

Skumulowane rozkłady średnicowe i objętościowe całkowe – udziały procentowe:

$$FB_{n,i} = \sum_{j=1}^{i} B_{n,i} \quad (9)$$

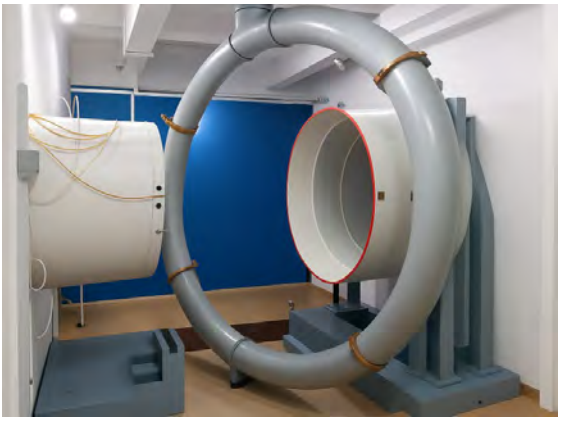
$$FB_{V,i} = \sum_{j=1}^{i} B_{V,i} \quad (10)$$

2. STANOWISKO BADAWCZE

Stanowisko badawcze przeznaczone do wyznaczania charakterystyk rozkładu ilości, wielkości i objętości cząstek aerozolu wodnego obejmowało poddźwiękowy tunel aerodynamiczny, system wtryskiwaczy aerozolu oraz aparaturę pomiarową IPS SAM KAMIKA.

2.1. Poddźwiękowy tunel aerodynamiczny małych prędkości

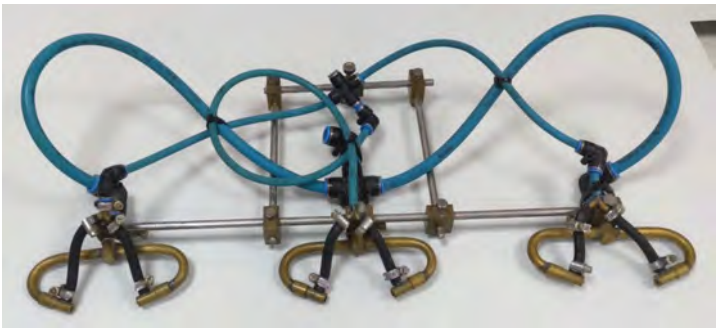
Badania przeprowadzono w przestrzeni pomiarowej poddźwiękowego tunelu aerodynamicznego o obiegu zamkniętym i średnicy przestrzeni pomiarowej 1,1 m, gdzie jednorodny niezaburzony przepływ stanowi 70 % powierzchni przepływu. Schemat i otwarta przestrzeń pomiarowa widoczne są odpowiednio na rysunku 1 i 3. Przepływ powietrza generowany jest przez wentylator o mocy 50 kW, który wyposażony jest w automatyczny systemem regulacji prędkości obrotowej pozwalający na osiąganie maksymalnej prędkości przepływu do 50 $m \cdot s^{-1}$. Tunel wyposażony jest w system pomiaru ciśnień oraz nie wykorzystywaną w niniejszych pomiarach wagę aerodynamiczną i system chłodzenia pozwalający na obniżenie temperatury przepływu do około –10°C. Prędkość przepływu w tunelu aerodynamicznym wyznacza się pośrednio na podstawie pomiaru różnicy ciśnienia statycznego i dynamicznego. Do pomiaru zastosowano przetwornik różnicy ciśnień APR-2000 firmy Aplisens o zakresie 0-10 kPa i sygnale wyjściowym 4-20 mA. Zgodnie z danymi producenta błąd podstawowy przetwornika wynosi +/- 0,1% pełnego zakresu pomiarowego, co odpowiada niepewności ±10 Pa. Podczas przeprowadzonych badań nie uwzględniano poprawki na zmianę gęstości powietrza. Związany z tym błąd pomiaru prędkości przepływu gazu, określony na podstawie maksymalnej możliwej różnicy temperatury w stosunku to wartości odniesienia, nie powinien być większy od 1,8 % w wartościach względnych. Dane temperatury określono na podstawie danych z aparatu IPS SAM KamiKa opisanym w jednym z następnych punktów.



Rysunek 3. Przestrzeń pomiarowa poddźwiękowego tunelu aerodynamicznego
Źródło: opracowanie własne.

2.2. System nawadniania

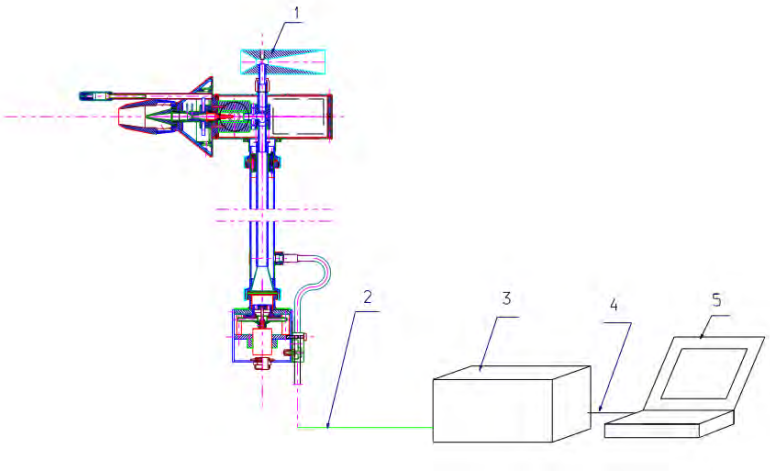
Przepływ powietrza w tunelu aerodynamicznym nawadniano za pośrednictwem zamontowanego ciśnieniowo wodnego systemu rozpylania aerozolu, który widoczny jest na rysunku 4. System składa się z metalowej ramy, na której zamontowane są trzy podwójne wtryskiwacze. Pojedynczy wtryskiwacz składa się z dwóch łukowatych ramion zakończonych otworami o średnicy 2 mm. Zespół jednego wtryskiwacza pozwala na generowanie aerozolu wodnego o kącie rozwarcia 60°. Jako czynnik roboczy do wytworzenia aerozolu wodnego wykorzystano wodę destylowaną. System rozpylania cieczy zasilany jest przez układ gazowych przewodów podatnych o średnicy 8 mm (na rysunku–przewody w kolorze niebielskim) transportujących powietrze do wlotu łukowatych ramion rozpylaczy. Mosiężne końcówki ramion, stanowiące dysze wtryskowe, wyposażone są w zestaw bocznych króćców, do których transportowana jest dozowana woda destylowana za pomocą przewodów (na rysunku – czarnych) o średnicy 6 mm. Woda wprowadzana jest do przepływu za pomocą wtryskiwacza, którego wylot usytuowany jest centralnie w każdej z 6 dysz systemu nawadniania. Całość jest instalowana w układzie pionowym w centrum dyszy wlotu do strefy pomiarowej.



Rysunek 4. System wtryskiwaczy wykorzystany do badania
Źródło: opracowanie własne.

2.3. Aparatura pomiarowa

System KamiKa IPS SAM nr 1098 przystosowany jest do pomiaru granulacji i koncentracji zawiesin stałych i aerozoli cieczowych w przepływie strumienia powietrza w tunelu aerodynamicznym. Schemat ideowy systemu widoczny jest na rysunku 5. Aparatura wykorzystuje optoelektroniczny pomiar parametrów rozpraszania światła na poszczególnych cząstkach aerozolu. Rozmiary cząstek są określane każdorazowo poprzez parametry zarejestrowanego impulsu elektrycznego proporcjonalne do rozmiaru cząstki. Dane wszystkich cząstek są natomiast klasyfikowane z podziałem na 256 klas wymiarowych. Analizator rejestruje cząsteczki w zakresie średnic od 0,5 do 300 μm. Maksymalna prędkość przepływu strumienia przy której możliwe jest poprawne wykonywanie pomiarów sięga 40 $m \cdot s^{-1}$ natomiast temperaturowy zakres pracy zawiera się w granicach od -10°C do 20°C. Według danych producenta system może pracować w warunkach dużej wilgotności otoczenia. Możliwy jest również pomiar parametrów powietrza opływającego analizator: temperatury, wilgotności względnej oraz prędkości przepływu. Przyrząd do pomiaru wielkości cząstek aerozolu jest kalibrowany przez producenta z wydaniem stosownego certyfikatu. W związku z tym głównym źródłem niepewności jest dyskretne kwalifikowanie zidentyfikowanej cząstki do danej klasy wymiarowej. Niedokładność można określić poprzez wyznaczenie stosunku szerokości pojedynczej klasy wymiarowej do długości całego przedziału. Ze względu na wyróżnianie ograniczonej liczby klas wymiarowych, wynoszącej 265, maksymalny błąd względny wynosi 1/256 [7]. Odrębnym problemem jest ograniczona szerokość maksymalna całego przedziału wszystkich klas wymiarowych. Cząstki przekraczające rozmiar maksymalny nie są kwalifikowane. Ich pominięcie skutkuje przede wszystkim zaniżeniem parametrów całkowych: dystrybuanty rozkładu i np. całkowitej masy wychwyconych cząstek. Schemat ideowy systemu pomiarowego IPS SAM Kamika - widoczny na rysunku 5 składa się z sondy pomiarowej (1), która połączona jest 20-metrowym przewodem (2) z elektronicznym blokiem pomiarowym (3). Do elektronicznego bloku pomiarowego podłączony jest komputer (5) za pośrednictwem kabla USB 2.0 (4) [7].



Rysunek 5. Schemat ideowy systemu pomiarowego IPS SAM Kamika
Źródło: [7].

3. WYNIKI BADAŃ

Analiza wstępnych wyników wykazała istotne rozbieżności oraz brak powtarzalności danych uzyskanych w płaszczyznach skrajnych A i C (por. rysunek 1), wynikające z nieustalonego charakteru transportu aerozolu w tych obszarach. Domniemana przyczyna obserwowanych efektów w przekroju A związana jest prawdopodobnie z kształtowaniem się przepływu aerozolowego, na który składają się sprzężone efekty cieplno-przepływowe takie jak wpływ efektu częściowego odparowania w procesie fragmentacji kropel i współistniejącej turbulencji przepływu. Osiągnięcie powtarzalności rejestrowanych parametrów granulometrycznych w płaszczyźnie B może świadczyć o quasi-ustalonym charakterze przepływu. Stąd gros uwagi położono na analizę wyników reprezentujących powierzchniowy rozkład przepływu aerozolowego dla powierzchni centralnej. Takie podejście pozwoliło ograniczyć wpływ zaburzeń oraz zapewnić wiarygodność porównań ilościowych.

Z uwagi na pokaźną ilość danych zarejestrowanych dla wszystkich punktów pomiarowych oraz konieczność zachowania czytelności prezentacji wyników, do szczegółowej analizy wybrano punkty reprezentatywne dla różnych obszarów płaszczyzny pomiarowej. Dobór obejmuje punkty położone w centralnej części oraz punkty zlokalizowane bliżej krawędzi obszaru pomiarowego, co umożliwia ocenę przestrzennej zmienności rozkładów cząstek.

W pierwszej kolejności omówione zostaną lokalne rozkłady różniczkowe i całkowe udziału liczbowego oraz procentowego udziału objętościowego cząstek aerozolu wodnego dla punktów pomiarowych 2, 4, 7, 6 i 5. Celem tej części analizy jest określenie podstawowej struktury aerozolu oraz identyfikacja różnic pomiędzy obszarem centralnym a strefami bocznymi. Kolejna część obejmuje porównanie rozkładów procentowych klas wymiarowych dla dwóch punktów 4 i 11 położonych bezpośrednio nad i pod centralnym punktem pomiarowym. Umożliwiło to bezpośrednie zestawienie udziałów liczbowych i objętościowych niezależnie od ich wartości bezwzględnych. W ostatniej części przedstawiono przestrzenny rozkład objętości aerozolu w płaszczyźnie pomiarowej, który pozwala na globalną ocenę jednorodności pola aerozolu. Zestawienie to stanowi uzupełnienie lokalnych histogramów, umożliwiając interpretację wyników w kontekście przestrzennego rozkładu aerozolu w badanym przekroju. Najważniejsze parametry ilościowe opisujące poszczególne dane z punktów pomiarowych takich jak wartości D_{mod} określającej średnicę cząstek najbardziej znaczących w rozkładzie i D_{med} określającej średnicę cząstek wyznaczającej dokładnie 50% rozkładu, liczby zliczonych cząstek oraz objętości transportowanej wody zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie najistotniejszych parametrów dla każdego z pomiarów

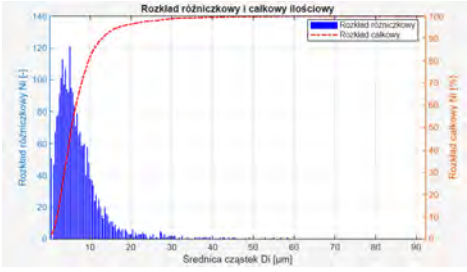
Lokalizacja punktu pomiarowego	D_{mod} [µm]	D_{med} [µm]	Liczba cząstek [szt.]	Objętość wody V [kg]
1	3,7	4,1	149	$8{,}87 \cdot 10^{-13}$
2	5,2	5,9	2505	$2{,}28 \cdot 10^{-12}$
3	3,0	5,2	1001	$1{,}15 \cdot 10^{-12}$
4	5,9	6,6	8713	$1{,}12 \cdot 10^{-11}$
5	1,2	4,1	40	$9{,}49 \cdot 10^{-14}$
6	3,0	5,5	855	$1{,}25 \cdot 10^{-12}$
7	5,9	6,6	4291	$1{,}19 \cdot 10^{-11}$
8	2,7	5,2	443	$1{,}15 \cdot 10^{-12}$
9	1,2	5,5	69	$3{,}57 \cdot 10^{-15}$
10	4,1	5,5	464	$1{,}14 \cdot 10^{-12}$
11	4,1	5,5	4054	$2{,}32 \cdot 10^{-12}$

Lokalizacja punktu pomiarowego	D_{mod} [µm]	D_{med} [µm]	Liczba cząstek [szt.]	Objętość wody V [kg]
12	0,9	5,2	101	$4{,}15 \cdot 10^{-13}$
13	4,1	5,9	871	$1{,}59 \cdot 10^{-12}$

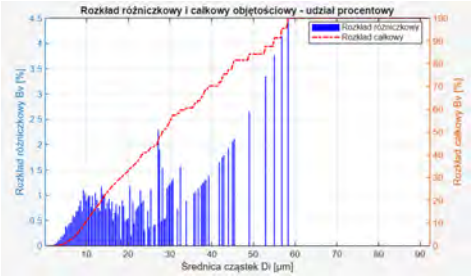
Źródło: opracowanie własne.

3.1. Lokalne rozkłady liczbowe i objętościowe w wybranych punktach pomiarowych

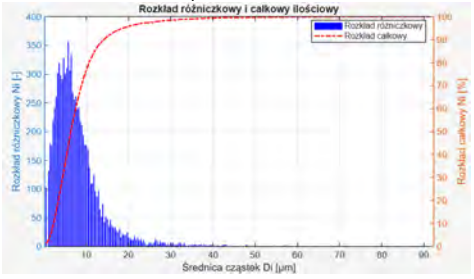
Do dalszej szczegółowej oceny przyjęto założenie, że dane z punktów 2, 4, 5, 6 i 7 są reprezentatywne dla centralnej oraz bocznej części płaszczyzny pomiarowej Umożliwiło to porównanie charakteru rozkładów w obszarach o odchyleniu pionowym i poziomym względem osi strugi. Charakterystyki przedstawiające rozkłady liczbowe i objętościowe rejestrowane dla punktów kolejno 2, 4, 5, 6 i 7 przedstawione są na rysunkach 6 - 15. Dla wybranych punktów analizowane rozkłady liczbowe wykazywały dominację drobnych kropli, których największy udział występował w zakresie najmniejszych średnic. Jednocześnie rozkłady objętościowe wskazywały, że mimo niewielkiej liczebności, większe krople miały istotny wpływ na lokalny udział objętościowy cieczy. Najbardziej jednorodne rozkłady uzyskano w punktach 2, 4 i 7, zlokalizowanych pionowo na płaszczyźnie pomiarowej natomiast w punktach 5 i 6, zlokalizowanych skrajnie, liczba rejestrowanych cząstek była mniejsza, a przebieg rozkładów miał bardziej rozproszony i nieregularny charakter. Zgodnie z danymi zestawionymi w tabeli 1 dla punktów centralnych 2, 4 i 7 wartości charakterystycznych średnic wynoszą $D_{mod} \approx 5{,}2 - 5{,}9$ µm oraz $D_{med} \approx 5{,}9 - 6{,}6$ µm przy jednocześnie największej liczbie zarejestrowanych cząstek i objętości transportowanej wody. Natomiast dla wartości w punktach bocznych 5 i 6 zaobserwowano znacznie mniejsze liczby zarejestrowanych cząstek i obniżony udział objętościowy transportowanej cieczy.



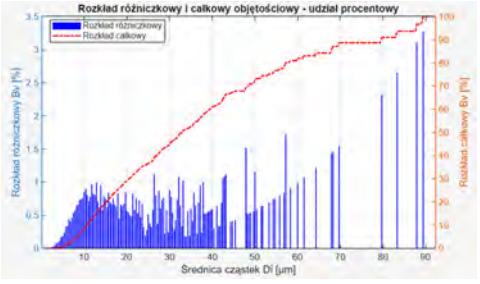
Rysunek 6. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 2 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



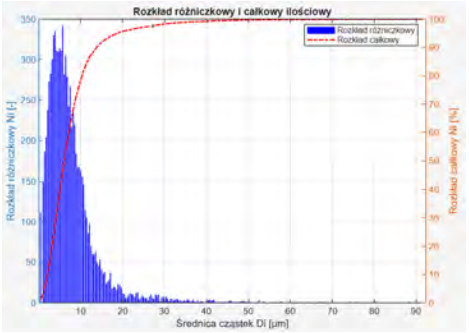
Rysunek 7. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 2 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.



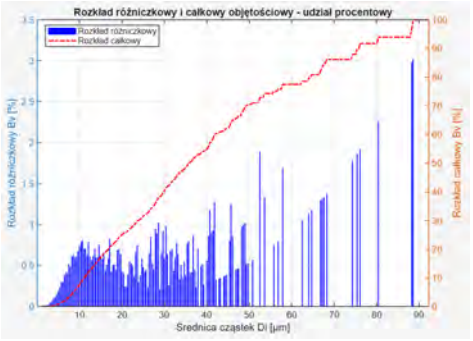
Rysunek 8. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 4 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



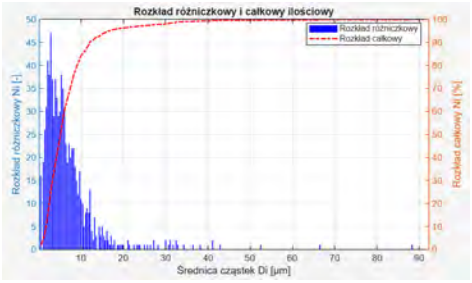
Rysunek 9. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 4 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.



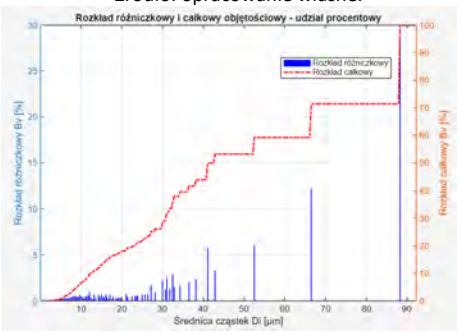
Rysunek 10. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 7 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



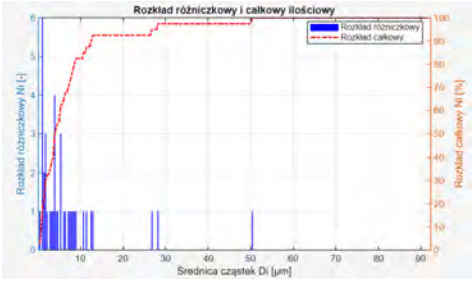
Rysunek 11. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 7 punktu pomiarowego – udział procentowy
Źródło: opracowanie własne.



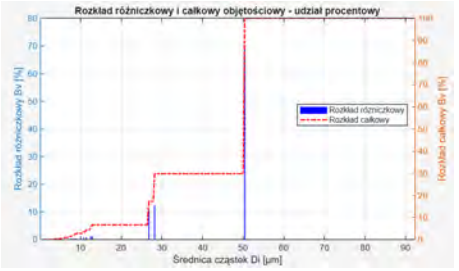
Rysunek 12. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 6 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 13. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 6 punktu pomiarowego – udział procentowy
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 14. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 5 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.

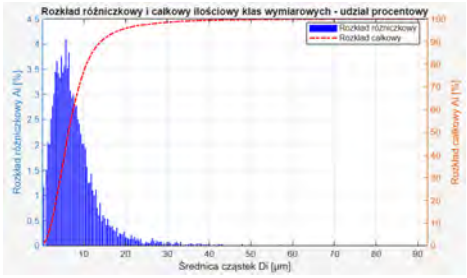


Rysunek 15. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 5 punktu pomiarowego – udział procentowy
Źródło: opracowanie własne.

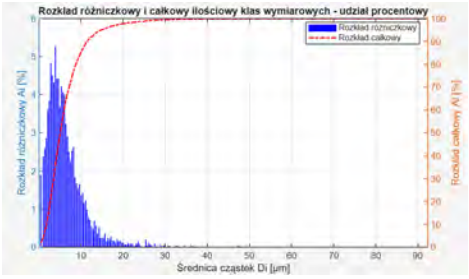
3.2. Porównanie rozkładów procentowych dla punktów 4 i 11

Na rysunkach 16-21 przedstawiono dane umożliwiające porównanie rozkładów całkowych i różniczkowych dla punktów pomiarowych 4 i 11. Obejmują one zarówno rozkłady liczbowe oraz procentowe klas wymiarowych, jak i rozkłady objętościowe. W obu punktach rozkłady

procentowe zachowywały wysoki udział liczbowy cząstek drobnych o średnicach charakterystycznych $D_{mod} \approx 4{,}1 - 5{,}9\ \mu m$ i $D_{med} \approx 5{,}5 - 6{,}6\ \mu m$ oraz wyraźne przesunięcie udziału objętościowego ku większym średnicom. Otrzymany rozkład ilościowy dla punktu 4 wykazywał ciągły charakter, natomiast rozkład objętościowy cząstek charakteryzował się szerokim zakresem średnic, obejmującym krople o rozmiarach od kilkunastu do kilkudziesięciu µm. Dane zarejestrowane w punkcie 11 wskazują na wyraźną dominację kropli o małych średnicach w rozkładzie liczbowym, przy czym zasadniczy udział liczbowy przypadał na cząstki o średnicach do około 10 µm. Natomiast rozkład objętościowy miał wyraźnie skokowy charakter, wynikający z dominującego udziału pojedynczych klas kropli o średnicach w przedziale kilkudziesięciu µm w szczególności powyżej 30–40 µm, które w decydujący sposób kształtowały całkowity udział objętościowy cieczy. Porównanie rozkładów dla punktów 4 i 11 pokazuje, że nawet przy podobnej ogólnej strukturze aerozolu lokalne rozkłady procentowe mogą różnić się przebiegiem i koncentracją udziałów w poszczególnych klasach wymiarowych.



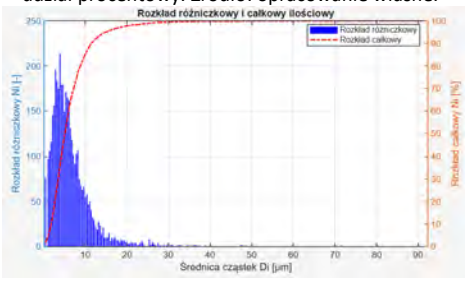
Rysunek 16. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy klas wymiarowych dla 4 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.



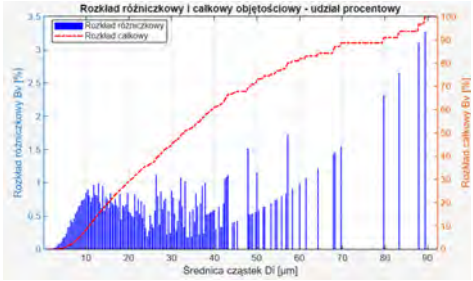
Rysunek 17. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy klas wymiarowych dla 11 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.



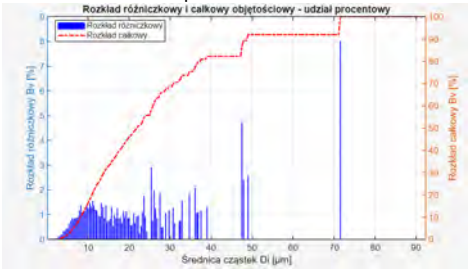
Rysunek 18. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 4 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 19. Rozkład różniczkowy i całkowy ilościowy dla 11 punktu pomiarowego
Źródło: opracowanie własne.



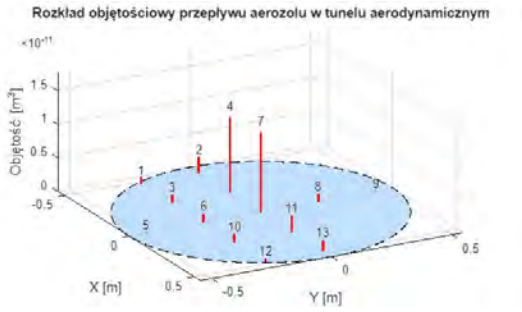
Rysunek 20. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 4 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 21. Rozkład różniczkowy i całkowy objętościowy dla 11 punktu pomiarowego – udział procentowy. Źródło: opracowanie własne.

3.3. Przestrzenny rozkład objętości aerozolu w płaszczyźnie pomiarowej

Przeskalowane do jednakowych czasów dozowania dane objętości wychwyconej wody dla wszystkich pomiarów zestawiono na rysunku 22. Możliwa jest dzięki temu ocena skali niejednorodności gęstości strumienia fazy skondensowanej w obrębie analizowanego przekroju poprzecznego. Największe wartości objętości aerozolu zarejestrowano w punktach 4 i 7 położonych w osi generowanego aerozolu, natomiast w punktach bardziej oddalonych od osi strugi objętość wody była wyraźnie mniejsza.



Rysunek 22. Rozkład objętościowy przepływu aerozolu wodnego w tunelu aerodynamicznym.
Źródło: opracowanie własne

ZBIORCZA ANALIZA PORÓWNAWCZA

Głównym wnioskiem analizy szczegółowej jest stwierdzenie, że zasadnicza część objętości cieczy nie była przenoszona przez krople dominujące liczbowo, lecz objętościowo. Dotyczy to w szczególności okolicy osi symetrii przestrzeni pomiarowej. Dla tej strefy modalna średnica liczbowa wynosiła około 5,9 µm, a mediana liczbowa około 6,6 µm jednocześnie modalna średnica objętościowa osiągała około 89,2 µm, a mediana objętościowa około 36,1 µm to uwydatnia, że największy udział w objętości aerozolu miały krople zdecydowanie większe.

Rozkłady rejestrowane w punktach 5 i 6 zlokalizowanych z lewej strony od osi wtrysku miały wyraźnie bardziej rozproszony charakter. Dla rozkładu w punkcie 6 nadal obserwowano obecność małych średnic kropli, jednak ich liczebność była znacznie niższa niż w obszarach centralnych. Z kolei rozkład objętościowy w tym punkcie wskazywał, że znaczący udział w całkowitej objętości cieczy pochodził od pojedynczych kropli o większych średnicach. Jeszcze silniej efekt ten zaznaczył się w danych dla punktu 5, gdzie rozkład liczbowy był bardzo ograniczony, natomiast udział objętościowy został niemal zdominowany przez pojedynczą klasę większych średnic kropli. Uwydatnia to, że w obszarach peryferyjnych transport cieczy był realizowany nie przez gęste pole małych średnic kropli, lecz przez sporadycznie pojawiające się krople o dużych średnicach.

Porównanie danych pomiaru z punktów 4 i 11 pozwala ocenić, w jaki sposób zmienia się struktura aerozolu pomiędzy obszarem położonym nad i pod punktem centralnym. Dla danych otrzymanych w punkcie 4 rozkład liczbowy jest bardziej rozwinięty i stopniowo malejący wraz ze wzrostem średnicy kropli. Krzywa całkowa osiąga wysokie wartości w zakresie małych średnic co uwydatnia, że większość cząstek liczbowo skupia się w dolnym zakresie rozmiaru średnic. Jednocześnie rozkład objętościowy ma charakter stosunkowo szeroki i ciągły, więc udział objętościowy jest rozłożony na większą liczbę

klas średnic, a nie skupiony wyłącznie w pojedynczych frakcjach. Dla danych otrzymanych w punkcie 11 rozkład liczbowy zachowuje podobny ogólny charakter, ale jest bardziej skoncentrowany w zakresie najmniejszych średnic. Krzywa całkowa osiąga wysoki udział szybciej niż dla rozkładu w punkcie 4 więc udział liczbowy cząstek drobnych przeważa. Jednocześnie rozkład objętościowy ma widoczny skokowy przebieg. Objętość cieczy w punkcie 11 jest kształtowana przez kilka wyraźnie zaznaczonych klas kropli o większych średnicach, co wskazuje na bardziej epizodyczny charakter transportu wody. Otrzymane różnice sugerują, że punkt 4 znajduje się w obszarze bezpośredniego oddziaływania rozwiniętej strugi aerozolu, natomiast punkt 11 reprezentuje strefę, w której pole aerozolu jest już bardziej rozrzedzone. W rezultacie udział objętościowy w punkcie 11 staje się silniej zależny od sporadycznego pojawienia się większych kropli.

Przestrzenny rozkład objętości aerozolu w płaszczyźnie pomiarowej wskazuje jednoznacznie, że pole nawadniania nie jest jednorodne. Największe wartości objętości zarejestrowano w punktach 4 i 7, natomiast wartości wyraźnie niższe odnotowano w punktach położonych dalej od centralnej części pola pomiarowego. Oznacza to, że zasadniczy rdzeń strugi aerozolu był skupiony w obszarze centralnym, podczas gdy na obrzeżach płaszczyzny pomiarowej następowało wyraźne rozrzedzenie przepływu aerozolu. Rozkład ten dobrze koreluje z wcześniej obserwowanymi lokalnymi histogramami. Punkty o największej objętości aerozolu to jednocześnie punkty, w których uzyskano najbardziej rozwinięte i stabilne rozkłady liczbowe i objętościowe. Z kolei punkty o niewielkiej objętości całkowitej charakteryzowały się mniejszą liczbą rejestrowanych kropli i większym wpływem pojedynczych cząstek na wynik objętościowy.

Rozkłady, które otrzymano w wyniku badań potwierdzają, że aerozol wodny generowany w tunelu aerodynamicznym charakteryzował się liczbową dominacją małych kropel, natomiast istotną rolę odgrywały krople większe, które mają znaczący udział w całkowitym transporcie wody. Taka rozbieżność pomiędzy rozkładem liczbowym i objętościowym była widoczna we wszystkich analizowanych punktach pomiarowych, jednak jej skala zależała od położenia punktu w płaszczyźnie pomiarowej.

Łączna analiza wszystkich przedstawionych wyników prowadzi do kilku podstawowych obserwacji. Aerozol wodny generowany w tunelu aerodynamicznym cechuje się stałą dominacją drobnych kropli w sensie liczbowym, niezależnie od lokalizacji punktu pomiarowego. Udział objętościowy cieczy jest w znacznym stopniu kontrolowany przez krople większe, których liczba jest niewielka, lecz znaczenie transportowe duże. Rozkłady lokalne i rozkład przestrzenny objętości wskazują na istotną niejednorodność pola aerozolu w obrębie analizowanej płaszczyzny. Oznacza to, że charakterystyka aerozolu wodnego nie może być poprawnie opisana jedynie przez pojedynczy parametr liczbowy ani wyłącznie przez pomiar wykonany w jednym punkcie. Dla oceny jakości nawadniania oraz możliwości odwzorowania warunków oblodzeniowych konieczne jest równoczesne uwzględnienie lokalnych rozkładów liczbowych, objętościowych oraz ich zmienności przestrzennej.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzono badania doświadczalne charakterystyk aerozolu wodnego. Ze względu na charakter badanego zjawiska były one czasochłonne i wymagały opracowania procedur pozwalających na uzyskanie wiarygodnych danych charakterystyki pola przepływu z danych pomiarów punktowych. Jednak dzięki temu uzyskano niezbędne dane dopełniające charakterystykę tunelu aerodynamicznego do badania zjawisk oblodzeniowych. Dane te pozwolą na prowadzenie badań z możliwością

otrzymywania danych ilościowych w szerszym niż dotychczas zakresie. Do tej pory ograniczały się one głównie do badań jakościowych. Jest to ważne z punktu widzenia potrzeb techniki – nie tylko lotniczej, dlatego, że zjawiska te szczególnie często są czynnikami zagrażającymi bezpieczeństwu.

PODZIĘKOWANIA

Badania oraz przedstawione w niniejszym artykule wyniki zostały przeprowadzone w ramach Uniwersyteckiego Grantu Badawczego UGB 531-000113-W200-22 pt. „Badania parametrów wielofazowych struktur dyspersyjnych do opracowania metodyki pomiarów i modelowania numerycznego zjawisk cieplno-przepływowych".

NOMENKLATURA

MVD	Median Volume Diamater – medianowa średnica objętościowa,
LWC	Liqiud Water Content – zawartość ciekłej wody,
SLD	Supercooled Large Droplets – przechłodzone duże krople,
CPI	Cloud Particle Imaging – obrazowanie cząstek chmurowych,
IPS	Infrared Particle Sizer – optyczny miernik cząstek,
D_{mod}	średnica cząstek najbardziej znaczących w rozkładzie (μm),
D_{med}	średnica, poniżej której zawarte jest dokładnie 50% rozkładu (μm),
V	objętość (kg),
n_i	liczba zarejestrowanych cząstek aerozolu przypadająca na i-tą klasę wymiarową,
n_j	liczba cząstek w j-tej klasie wymiarowej,
k	całkowita liczba klas wymiarowych,
A_i	udział procentowy cząstek aerozolu w i-tej klasie wymiarowej,
FA_i	skumulowany udział procentowy cząstek aerozolu do i-tej klasy wymiarowej,
d_i	dolna granica średnicy i-tej klasy wymiarowej,
d_{i+1}	górna granica średnicy i-tej klasy wymiarowej.

BIBLIOGRAFIA

- artykuł w czasopiśmie:

[1] Messinger, B. L. (1953). *Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as a Function of Air Speed*. Journal of the Aeronautical Sciences, 20(1), 29–42. https://doi.org/10.2514/8.2520

[2] Myers, T. G. (2001). *Extension to the Messinger Model for Aircraft Icing*. AIAA Journal, 39(2), 211–218. https://doi.org/10.2514/2.1312

[3] Ignatowicz K., Morency, F., Beaugendre, H. (2019). *Numerical simulation of ice accretion using Messinger-based approach: effects of surface roughness*. Conference paper. https://inria.hal.science/hal-02409011

[4] Fallast A., Rapf A., Tramposch, A., Hassler, W. (2021). *Kinetic and thermal simulation of water droplets in icing wind tunnels*. CEAS Aeronautical Journal, 13, 181–198. https://doi.org/10.1007/s13272-021-00558-y

[5] Ahmed H., Shad A., Zgheib N., Sherif S. A., Balachandar S. (2025). *A rigorous framework for an improved Messinger/Myers model of ice accretion under conditions of variable property and unsteady*

aircraft icing Philosophical Transactions A.
https://doi.org/10.1098/rsta.2024.0367
[6] Zhang L., Wang B., Wu Y., Li S., Zhang Z., Guo X., Wu X., Xia Q., Liu Z. (2026). *Experimental Quantization of Droplet Spatial Distribution in Icing Wind Tunnel with HACPI*. Aerospace, 13(3), 274. https://doi.org/10.3390/aerospace13030274

- książka:

[7] Kamińska D., Kamiński S. (2008). *IPS SAM System Infrared Particle Sizer, Przyrząd do pomiaru wielkości cząstek zawieszonych w powietrzu.* Kamika Instruments

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_79

Badanie wpływu zmian grubości szczeliny powietrznej między ubraniem a skórą na tempo powstawania oparzeń przy radiacyjnym wymuszeniu cieplnym

JAKUB KOTYŃSKI, MATEUSZ WENDOŁOWICZ, ŁUKASZ CIEŚLIKIEWICZ, PIOTR ŁAPKA

Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa, Instytut Techniki Cieplnej
ul. Nowowiejska 21/25, 00-665 Warszawa
e-mail: jakub.kotynski.stud@pw.edu.pl

Słowa kluczowe: radiacyjne wymuszenie cieplne, ruchoma szczelina powietrzna, kryteria oceny oparzeń, ubrania ochronne

Na stanowisku do badania właściwości ochronnych ubrań specjalnych analizowano czasy powstawania oparzeń w warunkach radiacyjnego wymuszenia cieplnego. Badano czterowarstwowe pakiety ubrań ochronnych poddane dwóm gęstościom radiacyjnego strumienia cieplnego: 7.5 i $12.5\ kW/m^2$. Główny nacisk położono na sprawdzenie wpływu częstotliwości zmian szerokości szczeliny powietrznej znajdującej się pomiędzy podszewką materiału ochronnego a wymiennikiem ciepła lub imitatorem skóry. Zmiana szerokości szczeliny powietrznej wymuszana była z amplitudą $2.4\ mm$, oscylując wokół podstawowej grubości $3.2\ mm$. Uzyskane wyniki pomiarowe zostały przeanalizowane pod kątem dwóch wybranych kryteriów powstawania oparzeń: całki Henriquesa, krzywej Stoll oraz dodatkowo kryterium HTI (ang. Heat Transfer Index) określającego czas potrzebny na przepłynięcie zadanej ilości ciepła przez materiał ochronny.

Wstęp

Pożary od wieków stanowiły ogromne zagrożenie w miejscach, gdzie występowała znaczna koncentracja zabudowy. Naturalne zatem było powołanie służby publicznej, która odpowiadałaby za ich gaszenie. Najstarszą znaną w historii jednostką straży pożarnej byli rzymscy vigiles [1]. Środki ochrony osobistej strażaków nie były jednak przedmiotem zainteresowania nauki aż do lat 40. XX wieku, kiedy to w serii artykułów badacze Henriques i Moritz [2-4] zaproponowali matematyczny model pozwalający na stworzenie kryterium powstania oparzenia w oparciu o równanie Arrheniusa [4, 5]. Równanie to ma następującą postać:

$$\Omega = 3.1 \cdot 10^{98} \int_0^t \exp\left(\frac{-75000}{T_t}\right) dt \tag{1}$$

W czasach, w których opracowywano równanie (1), nie była jeszcze wyszczególniona pięciostopniowa skala klasyfikująca oparzenia stosowana obecnie. Autorzy przypisują zatem kryterium słowny opis. Zgodnie z nim dla $\Omega \leq 0.53$ dochodzi do nietrwałych, odwracalnych uszkodzeń skóry. W obecnej klasyfikacji jest to zatem pierwszy stopień oparzenia. Dla wartości $\Omega \geq 1$ następuje obumarcie naskórka, co odpowiada stopniowi 2b. Innym z powszechnie stosowanych kryteriów jest tzw. krzywa Stoll, opracowana w latach 60-tych XX wieku przez Stoll i Chiantę [6]. To kryterium oparte jest na ilości dostarczanej energii na $1\ cm^2$ powierzchni materiału symulującego skórę. Przyjmuje się, że oparzenie stopnia 2b powstaje, gdy temperatura skóry przyrasta szybciej niż temperatura zgodna z krzywą Stoll [5, 7]. Ostatnim z kryteriów użytym w trakcie badań było kryterium HTI24 (ang. Heat Transfer Index),

zdefiniowane jako czas potrzebny do wzrostu temperatury kalorymetru miedzianego o czystości 99%, masie $18\ g$ i średnicy $40\ mm$ o $24\ K$ [8], co odpowiada energii przekazanej przez pakiet ochronny wynoszącej 166.32 J.

W ocenie ryzyka powstania oparzeń u strażaków często pomija się kluczowy czynnik, jakim jest wpływ ruchu użytkownika na intensywność wymiany ciepła w ubraniu ochronnym [9]. Dynamiczne zmiany grubości szczeliny powietrznej między wewnętrzną stroną ubrania a skórą determinują zmienność jej oporu cieplnego. Rola samej szczeliny powietrznej była już wcześniej wielokrotnie opisywana w literaturze [10], a jedną z najczęściej cytowanych pozycji w tym obszarze jest praca Sawcyna i Torviego [11]. Autorzy ci wykorzystali w swoich badaniach palniki gazowe, które generowały strumień ciepła o gęstości $80 \pm 2\ kW/m^2$, wykazując na podstawie kryterium Stoll, że zwiększanie grubości szczeliny bezpośrednio koreluje z wydłużeniem czasu potrzebnego do powstania oparzeń. Wymiary badanych szczelin przyjmowano często w sposób arbitralny, z uwzględnieniem wartości granicznej wynoszącej $6.4\ mm$. Warto w tym miejscu nadmienić, że przedstawione zakresy zmian grubości szczeliny od $3.2\ mm$ do $19.1\ mm$ odpowiadają ułamkom cala powszechnie spotykanym w anglosaskiej literaturze technicznej ($1/8" - 3/4"$). Badania przeprowadzone przez Młynarczyk i in. [12] dowodzą jednak konieczności uwzględniania znacznie większych wymiarów szczelin niż te, które przyjmowano do tej pory.

W tym kontekście na szczególną uwagę zasługują wyniki uzyskane przez Udayraja i in. [9]. Autorzy ci zaprezentowali wyniki symulacji dla szczelin powietrznych w zakresie $6.4 - 19.1\ mm$ przy wymuszeniu cieplnym wynoszącym $80 \pm 2\ kW/m^2$. Praca ta w istotny sposób odnosi się również do międzynarodowych norm, m.in. ISO 9151 czy ISO 6942, zarzucając im brak uwzględnienia wpływu zmienności grubości szczeliny powietrznej pod materiałem ochronnym. Kluczowa dla tego zagadnienia okazuje się również publikacja Wanga i Wanga [13], która opisuje badania dotyczące zmiany grubości szczeliny powietrznej w ubraniach ochronnych strażaków występujące m.in. w trakcie chodzenia. Z analizy tej wynika, że podstawowa grubość szczeliny wynoszący $3.2\ mm$ stanowi możliwy do wystąpienia przypadek w warunkach rzeczywistych. Co więcej, badacze wykazali, że funkcja sinusoidalna jest dobrym przybliżeniem zmian grubości szczeliny.

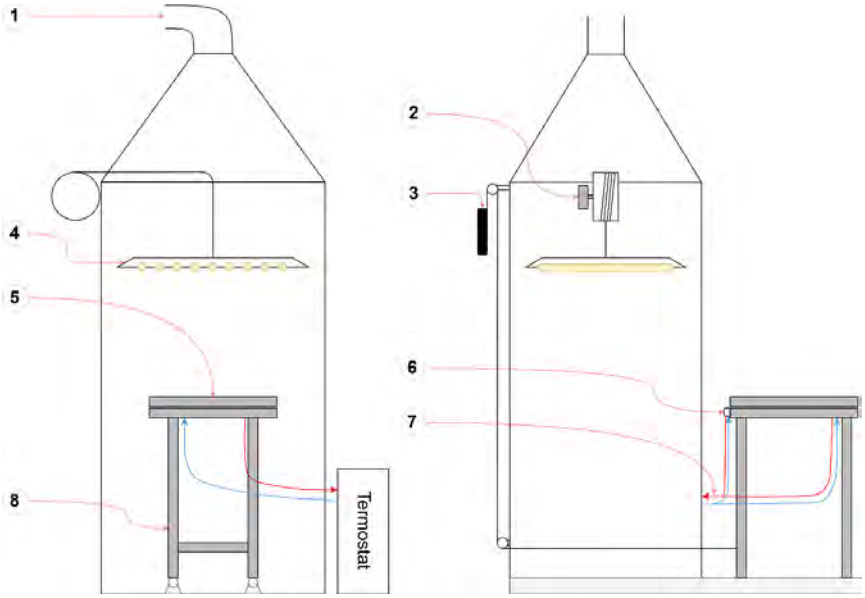
Wychodząc z tych założeń, w niniejszej pracy przedstawiono wyniki uzyskane dla zmiennej grubości szczeliny o amplitudzie $2.4\ mm$ wokół wartości podstawowej wynoszącej $3.2\ mm$ (przy częstotliwości wynoszącej od 0 do 0.5 Hz). Warto przy tym dodać, że wpływ konwekcji w analizowanym eksperymencie może zostać pominięty, co uzasadniają badania wskazujące na nieznaczną rolę tego mechanizmu w przypadku szczelin powietrznych o grubości mniejszej niż $6.4\ mm$ [10, 11, 14].

1. Stanowisko badawcze

1.1. Budowa stanowiska

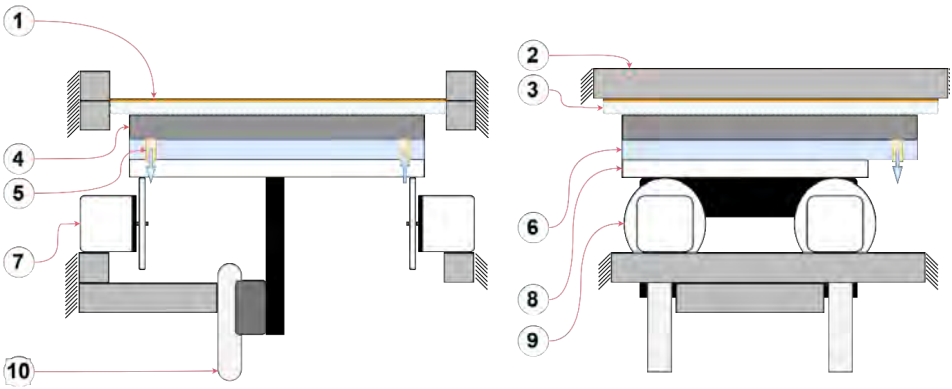
Do przeprowadzenia pomiarów wykorzystano stanowisko badawcze, pozwalające generować wymuszenie radiacyjne o maksymalnej mocy $18\ kW$. Właściwe pomiary były wykonywane przy dwóch wariantach wymuszenia, odpowiednio 7.5 i $12.5\ kW/m^2$. Ogólny schemat stanowiska przedstawiono na Rysunku 1. Widoczny jest na nim wózek (8), na którym umieszczana była próbka materiału (5). Do wózka przymocowany był zewnętrzny miernik gęstości strumienia ciepła (6) oraz węże doprowadzające wodę chłodzącą z łaźni cyrkulacyjnej z termostatem (7) – zarówno do samego miernika, jak i do wymiennika znajdującego się pod tkaniną. Promienniki (4) umieszczone były

na ruchomej ramie, której wysokość zawieszenia można było zmieniać za pomocą nawijania linki stalowej na kołowrotek (2). Do króćca wyciągu (1) podłączono wentylator wyciągowy, który usuwał dym powstający w wyniku rozkładu termicznego badanych materiałów. W celu zapewnienia powtarzalnego załadunku próbek do komory zdecydowano się na wykorzystanie systemu opartego na przeciwwadze (3), połączonej linką stalową przez układ bloczków do wózka.

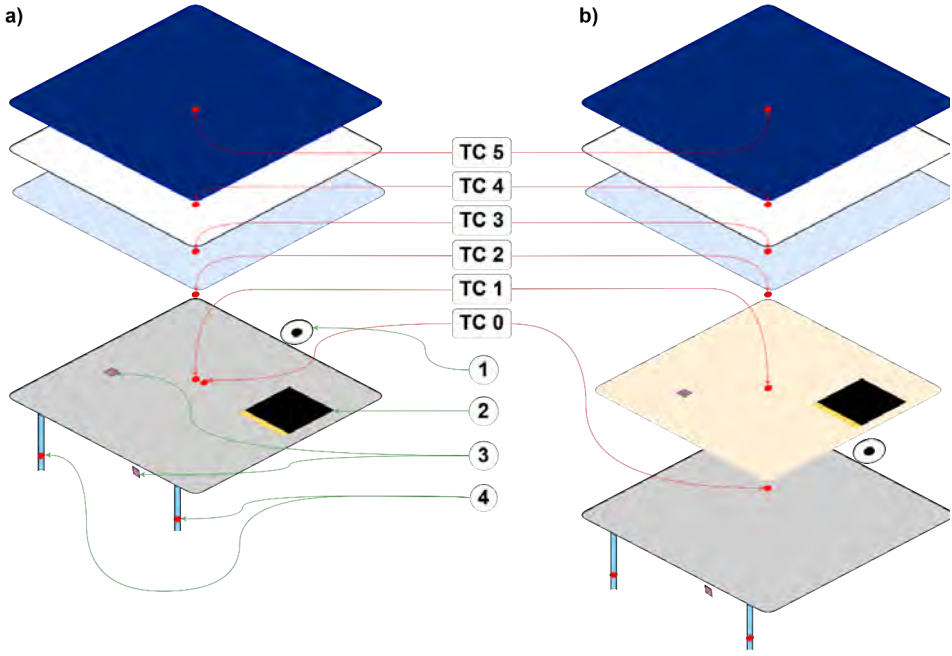


Rysunek 1. Schemat stanowiska badawczego.

Szczegółowy schemat układu ruchomej szczeliny pokazany jest na Rysunku 2. Widoczna tam szczelina powietrzna (3) ograniczona jest od góry materiałem ochronnym (1), od spodu wymiennikiem ciepła (4) w układzie bez imitatora skóry. W pomiarach, w których był wykorzystywano imitator skóry, był on umieszczany na powierzchni wymiennika. Aluminiowe profile konstrukcyjne (2) zostały wykorzystane do wykonania całego stanowiska. Przyłącza wody chłodzącej (5) zostały umieszczone pod wymiennikiem, który od dołu był zaizolowany przy użyciu płyty (6) z polistyrenu ekstrudowanego (XPS). Ruch sinusoidalny wymuszały cztery silniki krokowe (7), do których przyłączono krzywki (9) wykonane z politetrafluoroetylenu (PTFE). Wymiennik został umieszczony na blacie drewnianym (8) z uwagi na jego laminowaną powierzchnię oraz niski współczynnik tarcia w kontakcie z teflonem. Aby układ poruszał się wyłącznie w pionie, należało odebrać mu dwa stopnie swobody. W tym celu ruchome elementy zostały przytwierdzone do dwóch prowadnic liniowych (10), które będąc osadzone na stałe, umożliwiały ruch układu wyłącznie w pionie.



Rysunek 2. Szczegółowy schemat mechanizmu ruchomej szczeliny.



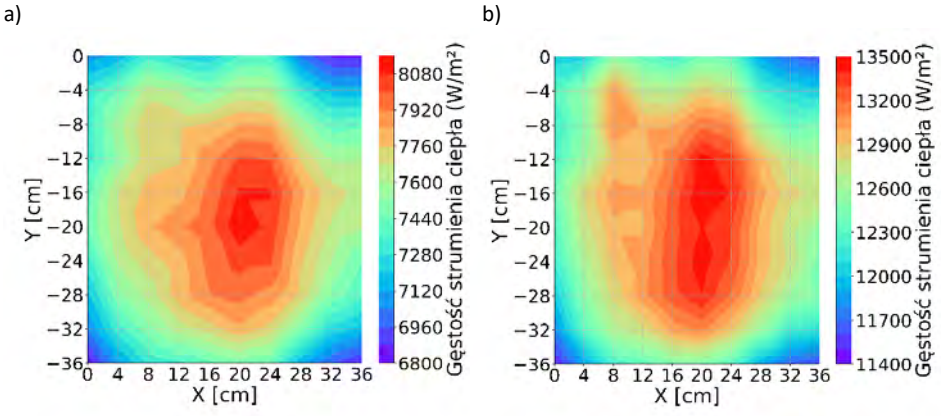
Rysunek 3. Lokalizacja czujników w układzie: a) bez imitatora skóry, b) z imitatorem skóry.

1.2. Układ pomiarowy

Układ pomiarowy składał się z sześciu termoelementów, których lokalizacja została zaznaczona kolejnymi numerami na Rysunku 3. Termoelementy TC3-TC5 były umieszczane każdorazowo w nowej próbce pakietu ubrań, przez co uzyskiwane z nich wyniki są szczególnie podatne na niepewności wynikające z niepowtarzalności ich położenia. Kolejne termoelementy typu K w pierwszej klasie wykonania mierzyły temperatury poszczególnych warstw: TC2 – szczelina powietrzna i podszewka, TC3 – termoizolacja i membrana paroizolacyjna, TC4 – membrana paroizolacyjna i warstwa wierzchnia.

Termoelement TC5 umieszczany był tuż nad warstwą wierzchnią. W celu obliczenia wartości kryterium Stoll i całki Henriquesa wykorzystywano wartości rejestrowane przez termoelement TC0. Do wyznaczania HTI wykorzystywano zaś dane uzyskane z wewnętrznego miernika gęstości strumienia ciepła (2, Omega HFS-6), podczas gdy miernik zewnętrzny (1, Huksefluks SGB1) służył do rejestrowania gęstości strumienia ciepła padającego na próbkę materiału.

Dodatkowo, za pomocą czujników PT100 (4), mierzono temperaturę zasilania i powrotu wody chłodzącej z wymiennika. Z kolei czujniki BME280 (3) służyły do rejestracji temperatury, wilgotności względnej (RH) oraz ciśnienia – odpowiednio w szczelinie i pod stanowiskiem. W badaniach wykorzystano dwa układy do akwizycji danych. Główny system oparto na karcie pomiarowej NI cDAQ-9183 współpracującej z komputerem i dedykowanym programem, która umożliwia odczyt danych na wszystkich kanałach z częstotliwością $95\ Hz$. Podłączone do niej zostały termoelementy TC0-TC4 oraz oba mierniki gęstości strumienia ciepła (wewnętrzny i zewnętrzny). Pozostałe dane były rejestrowane z częstotliwością $1\ Hz$ za pomocą układu zbudowanego w oparciu o mikrokontroler Raspberry Pi Pico W.



Rysunek 4. Mapa kalibracyjna przedstawiająca rozkład gęstości strumienia ciepła na powierzchni próbki przy wymuszeniu: a) $7.5\ kW/\ m^2$, b) $12.5\ kW/\ m^2$.

2. Materiały i metody

W literaturze jednym z kluczowych parametrów jest powierzchnia oddziaływania na badaną próbkę. Przykładowo, w pracy Tian i in. [10] próbka ma wymiary $150 \times 150\ mm^2$, jednak jej powierzchnia ogrzewana była znacznie mniejsza i wynosiła $100 \times 100\ mm^2$. Z kolei w pracy Sawcyna i Torviego [11] wymiary próbki wynosiły $102 \times 102\ mm^2$, a do obliczeń wykorzystano jedynie centralny fragment próbki o wymiarach $50.8 \times 50.8\ mm^2$. W obu wymienionych pracach źródłem obciążenia cieplnego był płomień. W niniejszej pracy, z uwagi na wymuszenie czysto radiacyjne, tym istotniejsza jest znajomość rozkładu promieniowania cieplnego padającego na próbkę, której wymiary były znacznie większe niż stosowane w literaturze i wynosiły $380 \times 420\ mm^2$, a obszar pomiarowy był wyznaczony przez wymiennik ciepła pod próbką, którego wymiary wynosiły $300\ \times 300\ mm^2$. Rozkład gęstości strumienia ciepła padającego na próbkę dla wymuszeń 7.5 i $12.5\ kW/m^2$ przedstawiają wykonane mapy kalibracyjne zaprezentowane na Rysunku 4. Wyraźnie widoczna jest tu różnica w strumieniu

ciepła docierającym do centralnego obszaru próbki względem obszarów skrajnych. Maksymalne odchylenia od wartości średniej wynoszą około 10%.

2.1. Materiały ochronne

Badaną próbkę stanowił pakiet ubrania ochronnego złożony z czterech warstw materiałów: podszewki zintegrowanej z izolacją cieplną, membrany paroizolacyjnej oraz warstwy wierzchniej (Rysunek 5). Materiały użyte do wykonania poszczególnych warstw zestawiono w Tabeli 1. Próbki przed pomiarem nie były kondycjonowane.



Rysunek 5. Zdjęcie pakietu ubrania ochronnego przed pomiarem.

Tabela 1. Parametry warstw ubrania ochronnego wykorzystywane w pomiarach.

Warstwa	Materiał	Grubość (mm)
Podszewka zintegrowana z izolacją cieplną	50% Meta-aramid, 50% Viscose	0.832
Membrana	80% Meta-aramid, 20% Para-aramid + ePTFE	0.209
Warstwa wierzchnia	75% Nomex, 23% Kevlar, 2% Antistatic P140	0.320

2.2. Imitacja skóry

Już w pracy Stoll i Chianty [6] wskazano na potrzebę wykorzystania materiałów imitujących skórę do testów odzieży ogniotrwałej. Przywołano w niej m.in. raport określający pożądane cechy dobrej imitacji [15], której ostateczny dobór został jednak podyktowany względami technologicznymi. W artykule początkowo podjęto próby z żywicami fotoutwardzalnymi z uwagi na ich właściwości cieplne (przewodność cieplna oraz dyfuzyjność cieplna) zbliżone do parametrów skóry [16, 17].

Przykłady takiego wykorzystania tych żywic można znaleźć w literaturze medycznej [18]. Wykonano kilka prototypów płyt o grubości $2\ mm$, które miały imitować skórę ludzką, przy czym grubość dobrano na podstawie wartości literaturowych [19]. Z uwagi na znaczne gradienty temperatury po obu stronach płyty występujące w trakcie testów, elementy żywiczne ulegały trwałym odkształceniom (wykraczającym poza zakres sprężysty). Podjęto zatem kolejne próby w celu znalezienia materiału, którego główną cechą byłaby odporność na tak znaczne gradienty temperatury, w wyniku czego wybrano silikon (Silicopat1®). Zgodnie z deklaracją producenta wykazuje on odporność temperaturową do $230°C$, co stanowiło zakres w pełni spełniający wymagania pomiarów.

Tabela 2. Wyniki pomiarów – czasy powstawania oparzeń bez użycia imitacji skóry.

Gęstość strumienia ciepła (kW/m^2)	**Częstotliwość (Hz)**	**HTI (s)**	**HTI SD (s)**	**H-M (s)**	**H-M SD (s)**	**Stoll (s)**	**Stoll SD (s)**
7.5	0	105.54	0.53	66.87	2.28	Brak	Brak
7.5	0.25	108.55	1.84	69.76	0.46	Brak	Brak
7.5	0.5	107.49	0.12	74.42	0.07	Brak	Brak
12.5	0	75.22	1.57	42.00	0.36	53.49	1.15
12.5	0.25	77.00	0.95	45.93	0.33	63.74	1.13
12.5	0.5	74.26	2.15	40.46	2.43	54.16	5.44

3. Wyniki

W celu uniknięcia błędów losowych każdy z punktów pomiarowych został przebadany dwukrotnie. W Tabeli 2 przedstawiono wyniki uzyskane w pomiarach, w których na wymienniku ciepła nie było imitacji skóry. Natomiast w Tabeli 3 zestawione zostały wyniki dla pomiarów, w których na wymienniku ciepła była warstwa silikonu. W obu tabelach podano również obliczone wartości odchylenia standardowego od średniej (ozn. SD) dla każdego z kryteriów. Czasy zestawione w obu tabelach zostały wyznaczone jako różnica pomiędzy momentem spełnienia poszczególnych kryteriów a chwilą wprowadzenia wózka do wnętrza stanowiska oraz rozpoczęcia pomiaru. W celu precyzyjnego wyznaczenia początku każdego pomiaru na wózku zamontowano kontaktron, który automatycznie rejestrował moment znalezienia się próbki w stanowisku.

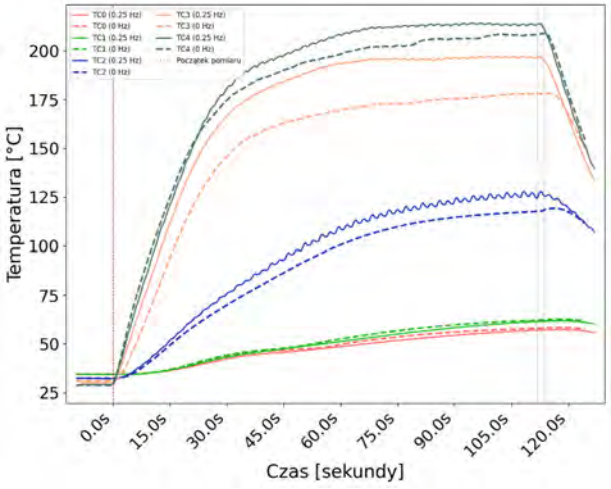
Tabela 3. Wyniki pomiarów – czasy powstawania oparzeń z użyciem imitacji skóry.

Gęstość strumienia ciepła (kW/m^2)	**Częstotliwość (Hz)**	**HTI (s)**	**HTI SD (s)**	**H-M (s)**	**H-M SD (s)**	**Stoll (s)**	**Stoll SD (s)**
7.5	0	117.28	1.29	149.52	2.22	Brak	Brak
7.5	0.25	119.08	0.09	144.40	2.20	Brak	Brak
7.5	0.5	121.40	1.44	159.96	1.85	Brak	Brak
12.5	0	79.39	0.00	90.82	4.86	Brak	Brak
12.5	0.25	83.44	0.56	95.19	3.25	Brak	Brak
12.5	0.5	81.40	0.67	91.30	4.69	Brak	Brak

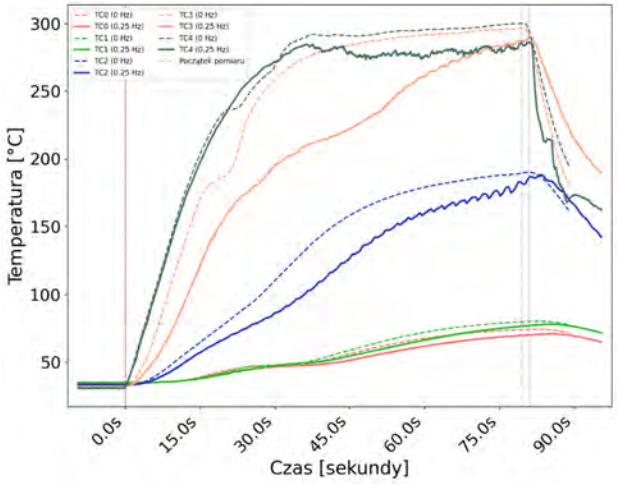
Trend czasów powstawania oparzeń w funkcji częstotliwości jest niejednoznaczny. Można jednak zaobserwować, że czas potrzebny do powstania oparzenia rośnie, gdy szczelina pod materiałem zmienia swoją grubość. Wniosek ten jest spójny zarówno dla pomiarów z jak i bez imitacji skóry. Czasy potrzebne do spełnienia kryterium HTI są zbliżone w obu konfiguracjach. Wyraźnie jednak różnią się czasy potrzebne do osiągnięcia kryterium Henriquesa. Wynika to wprost z umieszczenia termoelementu TC0 (na podstawie której obliczana jest wartość Ω) pod warstwą imitacji skóry.

W celu prezentacji wyników wybrano kilka przypadków charakterystycznych. Na przykład, Rysunek 6 przedstawia przebiegi temperatur z termoelementów TC0-TC4 dla pomiarów ze stacjonarną szczeliną powietrzną i ruchomą o częstotliwości $0.25\ Hz$ bez imitacji skóry przy wymuszeniu 7.5 i $12.5\ kW/m^2$.

a)



b)

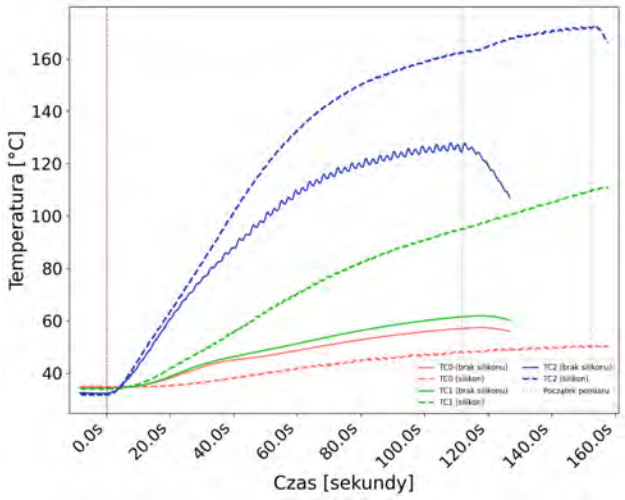


Rysunek 6. Porównanie przebiegu temperatur dla częstotliwości zmian grubości szczeliny równej 0.25 Hz przy wymuszeniu: a) 7.5 i b) 12.5 kW/m^2.

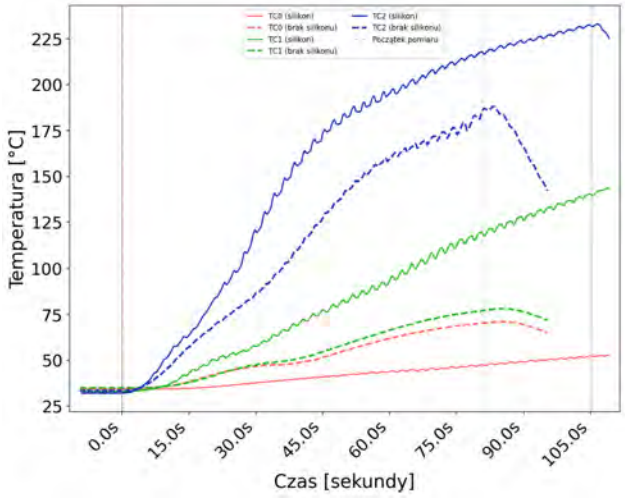
Charakterystyczna wspomniana wcześniej cecha pomiarów polegająca na niskiej powtarzalności wyników na termoelementach umieszczonych w górnych warstwach pakietów ochronnych jest tu bardzo widoczna. Mimo że termoelementy TC0-TC2 były zamontowane na stałe na powierzchni wymiennika i pomiędzy kolejnymi pomiarami w serii nie było zmieniane ich położenie, to powtarzalność wyników uzyskiwanych z termoelentu TC2 (mierzącego temperaturę na interfejsie podszewki i szczeliny powietrznej) jest niska w porównaniu do TC0 i TC1. Wyraźny jest jednak charakter oscylacji temperatury odpowiadający sinusoidalnej zmianie grubości szczeliny powietrznej. Warto ponadto zaznaczyć, że termoelementy TC0 i TC1 w układzie bez imitacji skóry były przymocowane bezpośrednio do powierzchni wymiennika ciepła, który był chodzony wodą o stałej temperaturze $35°C$. Stąd niewidoczny jest sinusoidalny charakter zmian grubości szczeliny powietrznej na wskazanych termoelementach. Rysunek 7 przedstawia porównanie przebiegu temperatur w czasie dla wymuszenia 7.5 i $12.5\ kW/m^2$ przy zastosowaniu nakładki silikonowej i bez niej. Wyraźnie widoczna jest różnica w długości czasów osiągnięcia kryteriów Stoll i wartości Ω. Ponadto w przypadku pomiaru z wykorzystaniem silikonu uwidocznił się sinusoidalny charakter ruchu szczeliny na odczycie z termoelementu TC1.

Rysunek 8 stanowi wizualizację przebiegu zmian wartości kryteriów HTI i całki Henriquesa. Charakter wyników obu kryteriów jest tu bardzo wyraźny. HTI stanowi sumę energii dostarczonej w czasie trwania pomiaru. Wyraźnie widoczny jest tu wniosek z artykułu Stoll i Chianty [6], który mówi o gwałtownym wzroście tempa powstawania oparzeń po przekroczeniu temperatury tkanki wynoszącej $50°C$. Wyniki przedstawiono dla pomiaru przy wymuszeniu 7.5 i $12.5\ kW/m^2$, z imitacją skóry i dla częstotliwości ruchu szczeliny wynoszącej $0.25\ Hz$. Rysunek 9 przedstawia zaś przebieg gęstości strumienia ciepła docierającego do powierzchni zewnętrznej próbki i do powierzchni wymiennika (wybrano pomiary o wymuszeniu 7.5 i $12.5\ kW/m^2$, z imitacji skóry i dla częstotliwości ruchu szczeliny wynoszącej $0.25\ Hz$.) Widoczna jest względna stałość gęstości strumienia ciepła docierającego do powierzchni próbki, przy ciągłym wzroście gęstości strumienia ciepła docierającego do powierzchni wymiennika. Proces zatem jest nieustalony, materiał ulega ciągłemu nagrzewaniu, może to być jedna z przyczyn trudności w uzyskaniu powtarzalnych wyników.

a)

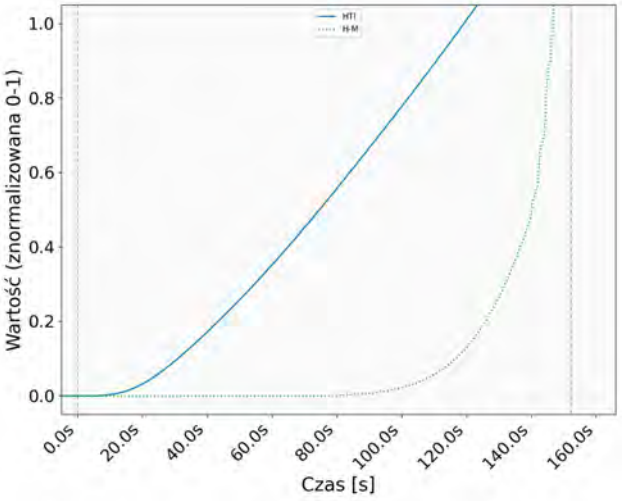


b)

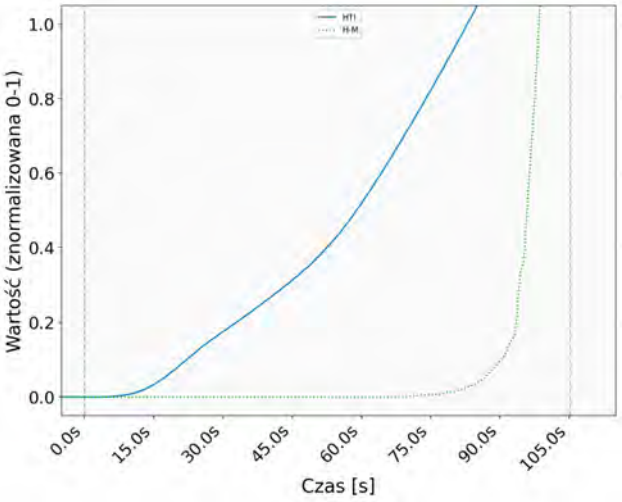


Rysunek 6. Porównanie przebiegów temperatury w obszarze wymiennika z wykorzystaniem imitacji skóry i bez niej przy wymuszeniach: a) 7.5 i b) 12.5 kW/m^2.

a)

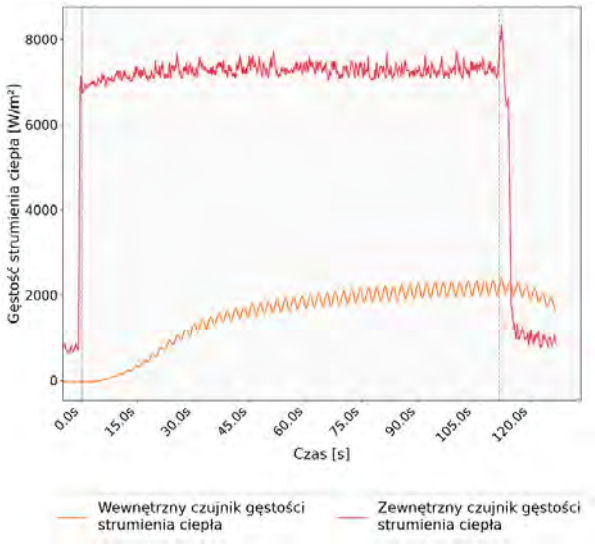


b)

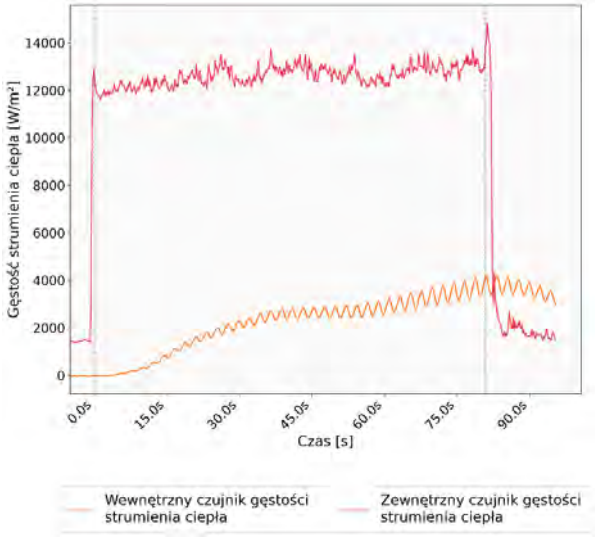


Rysunek 7. Porównanie czasów osiągania kryteriów HTI i Ω dla wymuszenia: a) 7.5 i b) 12.5 kW/m^2 dla przypadków z użyciem imitatora skóry.

a)



b)



Rysunek 8. Przebieg gęstości strumienia ciepła docierającego do próbki i powierzchni wymiennika przy wymuszeniu: a) 7.5 i b) 12.5 kW/m^2 dla przypadku bez użycia imitatora skóry.

Podsumowanie

Badania odzieży ognioodpornej stanowią bardzo skomplikowany pod względem technicznym problem eksperymentalny. Wpływ warunków brzegowych jest tu kluczowy, co w istotny sposób rzutuje na powtarzalność uzyskiwanych wyników. Pomiary wykonywane nawet w krótkim odstępie czasowym mogą charakteryzować się znacznymi rozbieżnościami rezultatów. Wygenerowanie wymuszenia

radiacyjnego o stałej, ściśle jednorodnej wartości na tak znacznym obszarze badawczym, jaki przyjęto w omawianym artykule, stanowi poważne wyzwanie techniczne.

Analiza uzyskanych danych prowadzi do wniosku, że kryterium Stoll, oparte na analizie tempa przyrostu temperatury tkanki, wykazuje najniższą powtarzalność. Sytuacja ta wynika w dużej mierze z faktu, że u podstaw opracowania tego kryterium założono idealny impuls prostokątny, który rzadko znajduje bezpośrednie odzwierciedlenie w rzeczywistych, dynamicznych warunkach testowych. Warunki brzegowe stają się przy tym istotniejsze, im wyższą dokładnością musi cechować się pomiar temperatury, co dotyczy w szczególności kluczowego termoelementu TC0. W praktyce pomiarowej przekładało się to na znaczne rozbieżności w czasach uzyskiwanych z obliczeń całki Henriquesa, gdzie nawet minimalna różnica temperatury początkowej między kolejnymi próbami, rzędu 0.2 K, skutkowała istotnymi fluktuacjami wyników. Fakt, że pomiary odbywały się w stanie nieustalonym, również odgrywał istotną rolę w kwestii powtarzalności. Postuluje się zatem, że najbardziej wiarygodnym wskaźnikiem w tego typu badaniach jest kryterium HTI, które bazuje na całkowitej ilości energii dostarczonej do powierzchni skóry. Przemawia za nim m.in. najniższa wartość odchylenia standardowego, odnotowywana konsekwentnie we wszystkich seriach pomiarowych, co jednoznacznie potwierdza większą stabilność tej metody oraz jej odporność na chwilowe fluktuacje eksperymentalne na źródle wymuszenia. Pomimo, że rośnie wartość odchylenia standardowego dla pomiarów całki Henriquesa w przypadku wykorzystania imitacji skóry, postuluje się wykorzystywanie tego kryterium w kolejnych pomiarach. Właściwości zbliżone do skóry ludzkiej pozwalają na dokładniejsze odtworzenie warunków brzegowych.

Podziękowania

Praca powstała dzięki finansowaniu Narodowego Centrum Nauki w ramach projektu nr 2020/37/B/ST8/04012.

Nomenklatura

Ω	wartość całki Henriquesa pozwalająca ocenić stopień oparzenia
t	czas
T_t	temperatura podstawy naskórka w danej chwili czasu

Bibliografia

[1] Jaczynowska, M. (1986). *Historia starożytnego Rzymu*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
[2] Henriques, F. C., Moritz, A. R. (1947). Studies of Thermal Injuries I. The Conduction of Heat to and Through Skin and the Temperatures Attained Therein. A Theoretical and Experimental Investigation. *The American Journal of Pathology*, 23(4), 530–549.
[3] Moritz, A. R., Henriques, F. C. (1947). Studies of Thermal Injuries II. The Relative Importance of Time and Surface Temperature in the Causation of Cutaneous Burns. *The American Journal of Pathology*, 23(5), 695–720.
[4] Henriques, F. C. (1947). Studies of thermal injury V. The predictability and the significance of thermally induced rate processes leading to irreversable episermal injury. *Archives of Pathology*, 43(5), 489–502.
[5] Sawcyn, C. (2003). *Heat transfer model of horizontal air gaps in bench top testing of thermal protective fabrics*. Master's thesis, University of Saskatchewan.
[6] Stoll, A. M., Chianta, M. A. (1969). Method and Rating System for Evaluation of Thermal Protection. *Aerospace Medicine*, 40(11), 1232–1238.

[7] Wiśniewski, T. S. (2016). *Wymiana ciepła w ochronach osobistych strażaków*. Wyd. Instytut Techniki Cieplnej.
[8] International Organization for Standardization. (2016). Protective clothing against heat and flame — Determination of heat transmission on exposure to flame (ISO Standard No. 9151:2016).
[9] Udayraj, Talukdar, P., Das, A., Alagirusamy, R. (2017). Numerical modeling of heat transfer and fluid motion in air gap between clothing and human body: Effect of air gap orientation and body movement. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 108, 271–291. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.12.016
[10] Tian, M., Wang, Q., Wang, Y., Ren, X., Li, J. (2024). Effects of air gap under clothing on heat transfer from fire environment to human skin: An experimental and numerical study for firefighter safety. *International Journal of Thermal Sciences*, 195, 108621. https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108621
[11] Sawcyn, C. M. J., Torvi, D. A. (2009). Improving Heat Transfer Models of Air Gaps in Bench Top Tests of Thermal Protective Fabrics. *Textile Research Journal*, 79(7), 632–644. https://doi.org/10.1177/0040517508093415
[12] Młynarczyk, M., Orysiak, J., Jankowski, J. (2025). Effect of Workwear Fit on Thermal Insulation: Assessment Using 3D Scanning Technology. *Materials*, 18(9), 2098. https://doi.org/10.3390/ma18092098
[13] Wang, S., Wang, Y. (2024). Determination of dynamic air gap thickness and analysis of its relationship with firefighters' joint movement. *International Journal of Occupational Safety and Ergonomics*, 30(2), 635–650. https://doi.org/10.1080/10803548.2024.2330240
[14] Su, Y., He, J., Li, J. (2018). A model of heat transfer in firefighting protective clothing during compression after radiant heat exposure. *Journal of Industrial Textiles*, 47(8), 2128–2152. https://doi.org/10.1177/1528083716644289
[15] Maggio, R. C. (1956). *A molded skin simulant with thermal and optical constants approximating those of human skin.* Naval Material Laboratory, N. Y.
[16] Dąbrowska, A. K., Rotaru, G. -M., Derler, S., Spano, F., Camenzind, M., Annaheim, S., Stämpfli, R., Schmid, M., Rossi, R. M. (2016). Materials used to simulate physical properties of human skin. *Skin Research and Technology*, 22(1), 3–14. https://doi.org/10.1111/srt.12235
[17] Qiu, L., Ouyang, Y., Feng, Y., Zhang, X., Wang, X. (2020). In vivo skin thermophysical property testing technology using flexible thermosensor-based 3ω method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 163, 120550. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120550
[18] Edris, A., Choi, B., Aguilar, G. (2003) Measurements of laser light attenuation following cryogen spray cooling spurt termination. *Lasers in Surgery and Medicine*, 32, 143–147. https://doi.org/10.1002/lsm.10151
[19] Wang, Y., Tian, M., Guo, R., Du, F., Qiu, L., Tang, Y. (2025). Quantification of normal skin thickness using very high-frequency ultrasound: A clinical study in Chinese adults. *Quantitative Imaging in Medicine and Surgery*, 15(6), 5218–5231. https://doi.org/10.21037/qims-2024-2637

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_80

Wpływ zestrojonego tłumika masowego, mocowanego wewnątrz rurociągu, na tłumienie pulsacji ciśnienia i wibracji rurociągu w instalacji sprężarki tłokowej

JAROSŁAW BŁĄDEK, PRZEMYSŁAW MŁYNARCZYK

Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny
Al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków
e-mail: jaroslaw.bladek@pk.edu.pl
e-mail:przemyslaw.mlynarczyk@pk.edu.pl

Słowa kluczowe: pulsacje ciśnienia, tłumienie drgań rurociągów, sprężarka wyporowa

Zjawisko pulsacji ciśnienia jest nieuniknione w sprężarce tłokowej, ze względu na cykliczną charakterystykę ssania/tłoczenia. Wynikająca z tego pulsacja ciśnienia zawiera wiele składowych harmonicznych prędkości sprężarki, co może być źródłem drgań o niskiej częstotliwości w instalacji rurowej. W pracy autorzy prezentują wyniki badań trzech tłumików pulsacji ciśnienia i wibracji w dwóch wariantach konstrukcyjnych: zestrojonego tłumika masowego oraz sztywnej geometrii. Tłumik sztywny jest w pełni wykonany za pomocą druku 3D, ma on za zadanie sprawdzenie wpływu samego kształtu wprowadzonego wewnątrz instalacji na badane parametry. Tłumiki oscylatorowe wykonane zostały w formie drgającej masy na sprężynach stalowych. Masy elementów i sztywności sprężyn zostały dobrane tak, aby dostroić konstrukcję do zadanej częstotliwości pulsacji pochodzącej od sprężarki dla trzech różnych scenariuszy jej pracy tj. 18,5 Hz, 27 Hz, 35 Hz. Następnie tłumiki były umieszczane wewnątrz instalacji i przeprowadzano pomiar dla każdego z nich dla trzech prędkości obrotowych bliskich wartościom: 1100 obr/min, 1600 obr/min i 2100 obr/min. Prezentowane badania mają na celu ocenę wpływu drukowanych elementów o złożonej geometrii na pulsacje ciśnienia oraz wibracje rurociągu. Zaletą tej koncepcji jest możliwość jednoczesnego tłumienia dominującej częstotliwości wynikającej z pracy sprężarki oraz redukcji pulsacji w szerokim zakresie częstotliwości. Umieszczenie takich elementów bezpośrednio wewnątrz rurociągu stanowi innowacyjne podejście, które łączy cechy klasycznych tłumików rezonansowych i elementów tłumiących o skomplikowanym kształcie, otwierając nowe perspektywy dla badań nad skuteczną redukcją drgań w instalacjach przemysłowych. Analiza uzyskanych wyników wskazuje, że zastosowanie zarówno tłumików o sztywnej geometrii, jak i tłumików oscylatorowych prowadzi do redukcji poziomu pulsacji ciśnienia oraz amplitudy drgań w każdym z rozpatrywanych przypadków, w zakresie od kilku do kilkunastu procent w porównaniu z instalacją bez tłumika. Dla kilku przypadków udało się zarejestrować znaczący wzrost poziomu tłumienia pulsacji ciśnień oraz drgań dla tłumika oscylatorowego względem tłumika sztywnego o takiej samej geometrii.

Wstęp

Układy sprężonego powietrza są powszechnie używane w przemyśle, gdzie pełnią bardzo ważną role w zasilaniu narzędzi pneumatycznych, systemów automatyki oraz instalacji technologicznych. Jednym z kluczowych problemów eksploatacyjnych takich układów jest występowanie pulsacji ciśnień, które mogą prowadzić do zwiększenia zużycia elementów instalacji, hałasu, powodować drgania instalacji, a także obniżenia efektywności pracy układu. Zjawisko pulsacji ciśnienia stanowi jedno z kluczowych zagadnień w eksploatacji układów sprężarkowych i rurociągowych.[1] Pulsacje te powstają głównie

w wyniku cyklicznej pracy elementów maszyn przepływowych tj. sprężarki tłokowe oraz oddziaływania dynamicznego przepływu gazu w instalacji. Ich obecność prowadzi do generowania fal akustycznych, które w przypadku nakładania się z częstotliwościami własnymi układu mogą wywoływać rezonans. W rezultacie dochodzi do znacznego wzrostu amplitudy drgań, co skutkuje nie tylko podwyższonym poziomem hałasu, lecz także poważnym obciążeniem zmęczeniowym rurociągów i armatury. Niekontrolowane pulsacje są jedną z głównych przyczyn awarii oraz skrócenia trwałości elementów instalacji.

Wraz z rozwojem systemów które dostosowują wydajność sprężarki do zapotrzebowania na sprężone medium pojawiła się potrzeba tłumienia pulsacji ciśnień w szerokim zakresie częstotliwości, gdyż tłumiki projektowane na zadaną częstotliwość przestały pełnić swoją rolę. Dotychczas z niekorzystnymi zjawiskami radzono sobie poprzez wykorzystanie rezonatorów Helmholtza, projektowanych na zadaną częstotliwość pulsacji oraz zestrojonych tłumików masowych montowanych na zewnątrz instalacji, które miały za zadanie odebrać energię drgań instalacji. Oba rozwiązania są elementami o znacznych gabarytach mocno ingerującymi w geometrie całego układu oraz sprawdzają się tylko dla projektowych założeń, zwykle dla maksymalnej wydajności sprężarki. Z tego powodu przeprowadzono badania mające na celu ocenę wpływu drukowanych elementów o złożonej geometrii na pulsacje ciśnienia oraz wibracje rurociągu. Zaletą tej koncepcji jest możliwość jednoczesnego tłumienia dominującej częstotliwości rezonansowej instalacji oraz redukcji pulsacji w szerokim zakresie częstotliwości. Umieszczenie takich elementów bezpośrednio wewnątrz rurociągu stanowi innowacyjne podejście, które łączy cechy klasycznych tłumików rezonansowych i elementów tłumiących o skomplikowanym kształcie, otwierając nowe perspektywy dla badań nad skuteczną redukcją drgań w instalacjach przemysłowych. [2-3]

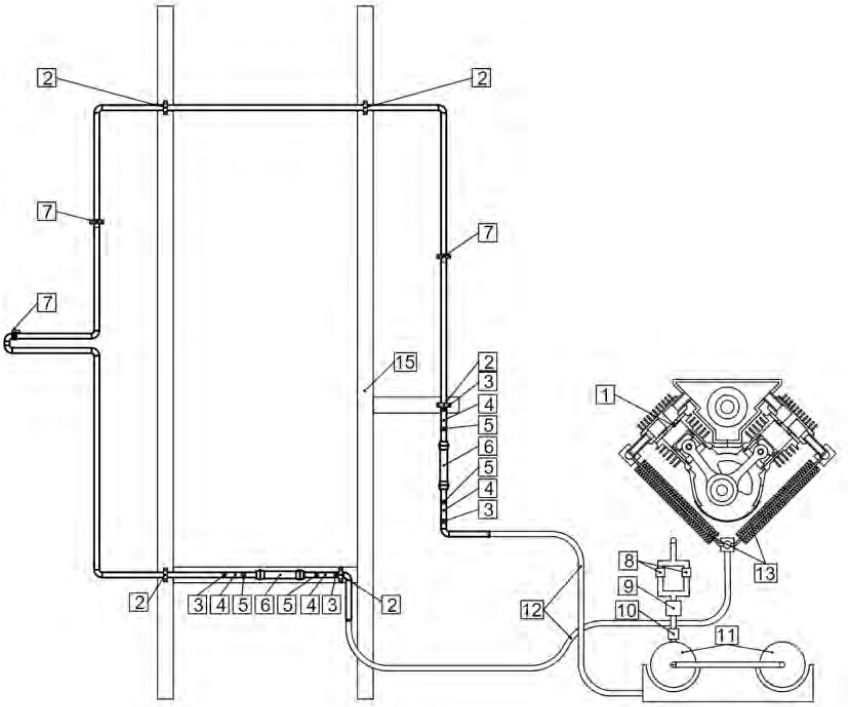
1. Metodyka i wyniki badań

Z definicji pulsacje ciśnień to wahania, czyli oscylacje ciśnienia, które występują w instalacjach tłocznych (zwykle pompowych oraz pneumatycznych). Zjawisko to powstaje na skutek działania niektórych mechanizmów np. napędu pompy lub kompresora i może powodować drgania przewodów, rur, a także ograniczyć płynność pracy różnych urządzeń wchodzących w skład instalacji. [4]

1.1. Opis stanowiska badawczego

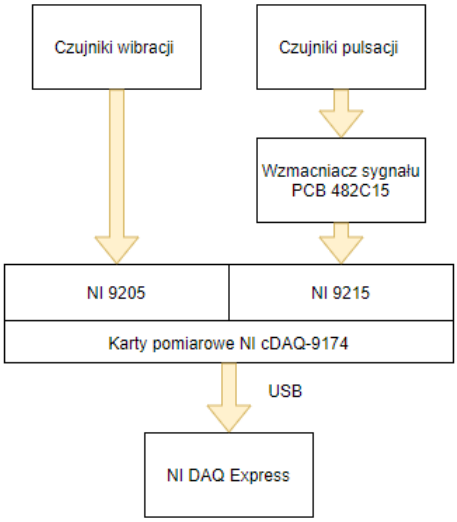
Stanowisko badawcze oparte jest na sprężarce dwucylindrowej w układzie widlastym. Za sprężarką znajduje się rurociąg o średnicy wewnętrznej 23 mm, którego geometrię przedstawiono na rysunku nr 1. W instalacji przewidziano możliwość montażu zwężek zarówno w pionie, jak i w poziomie. Ze względu na konieczność ich częstej wymiany, wprowadzono połączenie kołnierzowe typu spożywczego, które zapewnia szczelność układu, a jednocześnie umożliwia szybki montaż i demontaż elementów.

Przepływ powietrza w układzie odbywa się w następujący sposób: sprężarka tłoczy medium do instalacji, a następnie do zbiorników ciśnieniowych, z których następnie powietrze odprowadzane jest na zewnątrz. Całością pracy instalacji zarządza szafa sterownicza, która odpowiada zarówno za odczyt danych pomiarowych, jak i za sterowanie pracą sprężarki.



Rysunek 1. Instalacja pomiarowa. Numery odpowiednio przedstawiają: 1 – sprężarka; 2 – mocowania rurociągu; 3 – termopary; 4 – czujniki pulsacji; 5 – manometry różnicowe; 6 – element montażowy; 7 – czujniki wibracji; 8 – przepływomierze; 9 – zawór sterujący 10 – czujnik ciśnienia; 11 – zbiorniki na sprężone powietrze; 12 – wąż elastyczny; 13 – chłodnice.

W celu rejestracji pulsacji ciśnienia wykorzystano czujniki firmy PCB Piezotronics, modele 112A21 oraz 113B28. Pomiar wibracji prowadzono za pomocą analogowych akcelerometrów ADXL335 produkcji Analog Devices. Dane pomiarowe były gromadzone i analizowane przy użyciu oprogramowania National Instruments DAQ Express (dla pulsacji i wibracji), natomiast zapis wielkości takich jak moc, temperatura i przepływ realizowano w oparciu o skrypt przygotowany w języku Python. Rysunek 2 przedstawia schemat ideowy konfiguracji układu pomiarowego, obejmującego sposób podłączenia czujników pulsacji ciśnienia i drgań wraz z kartami akwizycji danych. Dla każdego punktu pomiarowego zostały wykonane dwa zapisy danych w odstępie czasowym, tak aby wyeliminować potencjalne błędy pomiarowe. Badania zostały przeprowadzone na poziomej części montażowej, która jest usytuowana na początku rurociągu podłączonego do sprężarki wężem elastycznym. Zarejestrowano pulsacje ciśnienia przed oraz za elementem tłumiącym, a także zebrano dane z akcelerometrów - umiejscowienie ich przedstawiono na rysunku nr 1.



Rysunek 2. Schemat podłączenia czujników pulsacji oraz wibracji do karty pomiarowej.

1.2. Elementy tłumiące

Założeniem projektowym było opracowanie trzech oscylatorowych tłumików pulsacji przedstawionych na rysunku 3, dostrojonych do charakterystycznych częstotliwości pracy sprężarki, wynoszących odpowiednio 18,5 Hz, 27 Hz oraz 35 Hz. W pierwszym etapie prac przystąpiono do modelowania geometrii elementu przepływowego w postaci dyszy o kształcie elipsoidalnym, przeznaczonej do wytworzenia w technologii druku 3D SLA z wykorzystaniem żywicy wysokotemperaturowej. Następnie zaprojektowano układy oscylatorowe, w których kluczowe parametry dynamiczne tj. masy elementów oraz sztywności sprężyn, dobrano w taki sposób, aby uzyskać dostrojenie konstrukcji do zadanych częstotliwości pulsacji generowanych przez sprężarkę dla trzech analizowanych scenariuszy jej pracy (18,5 Hz, 27 Hz oraz 35 Hz). W tym celu wykonano specjalne pierścienie osadcze, które pełniły jednocześnie funkcję elementu mocującego dla wydrukowanej dyszy oraz umożliwiały trwałe zamocowanie sprężyn po obu stronach układu. Konstrukcję pierścieni zaprojektowano w taki sposób, aby zapewnić wymaganą masę elementu oscylującego, niezbędną do uzyskania założonych parametrów dynamicznych tłumika. W ramach przygotowania stanowiska badawczego wydrukowano również prosty odcinek rury o średnicy wewnętrznej odpowiadającej średnicy rurociągu tj. 23mm. Element ten zamocowany w części montażowej instalacji, umożliwia przeprowadzenie pomiarów referencyjnych dla układu bez tłumika, bez lokalnego zwiększenia średnicy rurociągu. Uzyskane w ten sposób wyniki stanowiły bazę odniesienia dla dalszych analiz. Dodatkowo wykonano trzy tłumiki o sztywnej geometrii, odwzorowujące kształt tłumików oscylatorowych, co pozwoliło na bezpośrednie porównanie wpływu geometrii oraz właściwości dynamicznych na poziom pulsacji ciśnienia i drgań w instalacji.



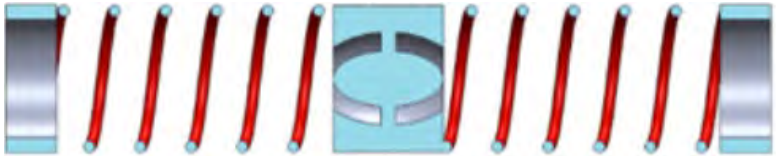
Rysunek 3. Przedstawia zestaw pomiarowy drukowanych dysz oraz mocowań a także pierścień nadający określoną masę zwężce.

1.3 Wyniki

Wykonano badania dla trzech tłumików dostrojonych do różnych częstotliwości, które przedstawiono na rysunku 5. Rysunek 4 przedstawia przekrój tłumika sztywnego, który jest w pełni wykonany za pomocą druku 3D. Ma on za zadanie sprawdzenie wpływu samego kształtu wprowadzonego wewnątrz instalacji na badane parametry. Tłumiki przedstawione na rysunku 5, zostały wykonane w formie drgającej masy na sprężynach stalowych. Masy elementów i sztywności sprężyn zostały dobrane tak, aby wstroić się w zadaną częstotliwość pulsacji pochodzących od sprężarki tj. 18,5 Hz, 27 Hz, 35 Hz. Te częstotliwości odpowiadają pulsacjom generowanym przez sprężarkę dla prędkości obrotowej 1100 obr/min 1600 obr/min i 2100 obr/min. Dane z badań przedstawiono w tabeli 1 oraz porównano na wykresach nr 2 i 3.



Rysunek 4. Przekrój tłumika sztywnego w pełni wykonanego za pomocą druku 3D.

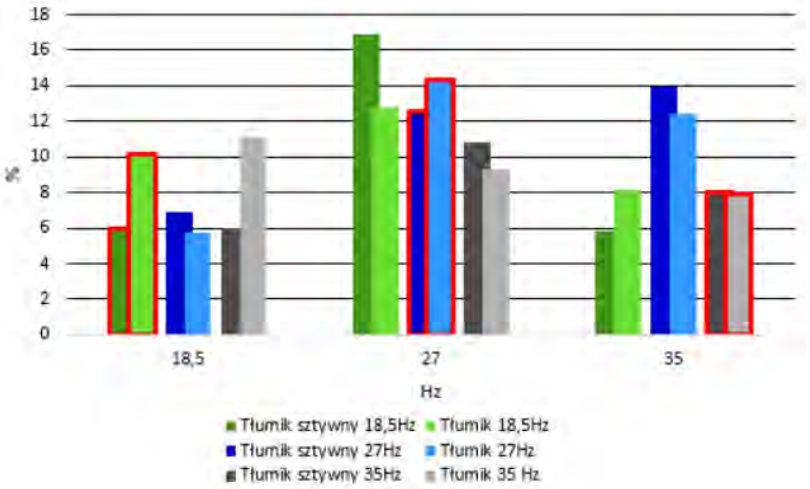


Rysunek 5. Przekrój tłumika w formie dyszy z zadaną masą na sprężynach stalowych z wydrukowanymi podporami.

Tabela 1. Wyniki badań eksperymentalnych „Źródło: opracowanie własne”

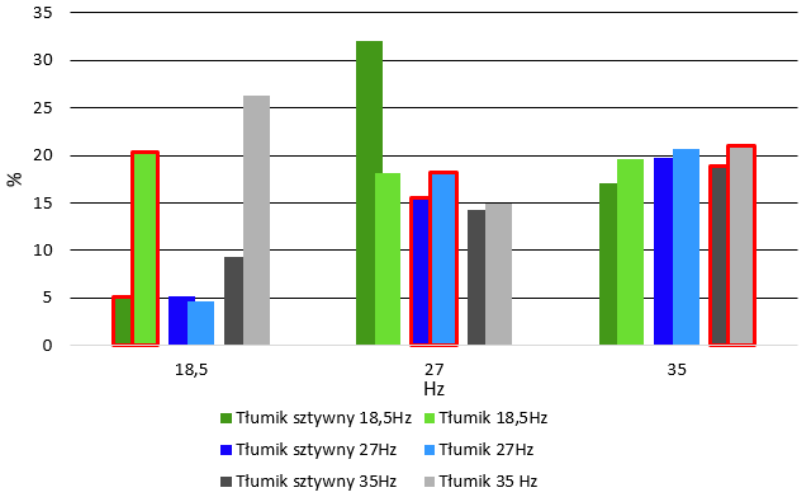
Częstotliwość pulsacji	~ 18,33			~ 26,67			~ 35		
Dysza	Tłumienie pulsacji [%]	Tłumienie wibracji [%]	Wzrost jednostkowej mocy sprężania [%]	Tłumienie pulsacji [%]	Tłumienie wibracji [%]	Wzrost jednostkowej mocy sprężania [%]	Tłumienie pulsacji [%]	Tłumienie wibracji [%]	Wzrost jednostkowej mocy sprężania [%]
Tłumik sztywny 18,5Hz	6,0	5,1	0,8	16,8	32,1	-1,1	5,8	17,1	0,5
Tłumik 18,5Hz	10,1	20,3	-0,8	12,8	18,1	0,4	8,2	19,6	0,0
Tłumik sztywny 27Hz	6,9	5,2	-0,6	12,6	15,6	0,9	13,9	19,7	0,4
Tłumik 27Hz	5,8	4,7	1,9	14,3	18,2	0,1	12,4	20,7	0,7
Tłumik sztywny 35Hz	6,0	9,4	-1,0	10,8	14,2	0,1	8,0	18,9	0,8
Tłumik 35 Hz	11,1	26,3	0,1	9,3	14,9	1,1	7,9	21,0	0,5

W tabeli kolorem szarym zaznaczono przypadki, w których tłumiki zostały dobrane właśnie na tą konkretną częstotliwość. Kolorem zielonym zaznaczono przypadek, w którym poziom tłumienia wibracji jest bardzo wysoki natomiast kolorem pomarańczowym przypadek, w którym najprawdopodobniej pojawił się błąd pomiarowy.



Rysunek 6. Przedstawia procentową wartość tłumienia pulsacji ciśnień względem pustej instalacji dla trzech prędkości obrotowych sprężarki

Na rysunku 6 kolorem czerwonym zaznaczono przypadki, w których tłumik oscylatorowy został wystrojony na określoną częstotliwość wymuszenia. Analiza wyników wskazuje, że dla prędkości obrotowej 1100 obr/min (18,5 Hz) uzyskano zgodność częstotliwości strojenia tłumika z dominującą częstotliwością pulsacji. W tym przypadku zaobserwowano zwiększenie skuteczności tłumienia pulsacji o około 40% więcej, niż z zastosowaniem samego sztywnego kształtu. Podobny efekt odnotowano dla tej samej prędkości obrotowej w przypadku tłumika wystrojonego na częstotliwość 35 Hz. Prawdopodobnie ma to związek z wystrojeniem na dwukrotnie większą częstotliwość. Pozostałe przypadki pomimo tłumienia w mniejszym lub w większym zakresie nie obrazują zakładanego zjawiska.



Rysunek 7. Przedstawia procentową wartość zmniejszenia wibracji rurociągu względem pustej instalacji

Na wykresie 2 zauważyć można znaczące obniżenie poziomu wibracji rurociągu dla dwóch przypadków, oba dla prędkości sprężarki wynoszącej 1100 obr/min, co odpowiadało częstotliwości pulsacji wynoszącej 18,5 Hz. Związane jest to z obniżeniem poziomu pulsacji i poprawnym dobraniu oscylacyjnego elementu tłumiącego. Natomiast dla prędkości 1600 obr/min (27 Hz) tłumik sztywny spowodował największe zmniejszenie drgań instalacji, jest to najprawdopodobniej błąd pomiarowy wymagający sprawdzenia podczas kolejnych badań. Pozostałe przypadki zmniejszają w mniejszym lub w większym stopniu poziom wibracji, jednak nie spełniają założeń. Każdorazowo jednak dla maksymalnej prędkości obrotowej sprężarki tj. 35 Hz, tłumienie wibracji było większe dla zestrojonego tłumika pod konkretną częstotliwość, niż jego sztywnego odpowiednika geometrycznego. Na tym etapie należy zwrócić uwagę, że pierwsze nieaktywne zwoje sprężyny nawinięte na dyszę nie były brane pod uwagę jako dodatkowa masa. Być może jest to jedna z przyczyn niedostrojenia tłumików przedstawionych na wykresie 1 oraz na wykresie 2.

Podsumowanie

W powyższej pracy przedstawiono metodykę i podstawowe założenia metody tłumienia ciśnienia i wibracji rurociągu w instalacji tłocznej sprężarki tłokowej, wykorzystując zestrojony tłumik oscylatorowy montowany wewnątrz instalacji. Wykorzystanie technologii druku 3D pozwala na wykonywanie dysz o skomplikowanych kształtach, często wręcz niemożliwych do wykonania tradycyjnymi metodami obróbki. Zaproponowana metoda tłumi pulsacje i wibracje w szerokim zakresie częstotliwości od kilku do kilkudziesięciu procent. Przeprowadzonymi badaniami udowodniono, że poprawnie dobrany tłumik może zmniejszyć niekorzystne zjawiska nawet o 20%. Na koniec warto zauważyć, że zastosowanie tłumików oscylatorowych w instalacji wykazuje większą skuteczność w redukcji drgań mechanicznych rurociągu niż w tłumieniu pulsacji ciśnienia. Ich działanie jest jednak zależne od dopasowania do częstotliwości pracy, dlatego uzyskiwany efekt tłumienia może się różnić w poszczególnych przypadkach. Otrzymane rezultaty stanowią punkt wyjścia do dalszej optymalizacji i pogłębionych analiz.

Badania zostały sfinansowane przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, numer grantu: LIDER/40/0140/L-11/19/NCBR/2020.

Podziękowania

Podziękowania dla Damiana Brewczyńskiego za przygotowanie wydruków badanych elementów, oraz dla Kamila Chmielarczyka za współpracę podczas robienia pomiarów.

Bibliografia

[1] Kollek W., Haranatkiewicz P., Lubecki S. Osiński P. Radziwanowska U. (2014) Metody analizy pulsacji ciśnienia oraz drgań w sieci przemysłowej do przesyłu gazu.
[2] Młynarczyk P.,Brewczyński D., Krajewska-Śpiewak J., Chmielarczyk K., Błądek J. & Lempa P. (2023) Assessment of the impact of shaped nozzles installed inside the pipeline on the energy efficiency of compressed gas systems. https://doi.org/10.1038/s41598-023-43620-x
[3] Zhang Z., Ji C., Win Y. M. (2023) Case studies on aeroacoustics damping performances of coupled Helmholtz resonators over low frequency ranges. ” https://doi.org /10.1177/14613484221138556
[4] Cyklis P., Młynarczyk P., (2018) „The application of nozzles for the attenuation of volumetric compressor presure pulsation. ” https://doi.org /10.1016/j.ijrefrig.2018.03.022

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_81

Enhancement of thermal efficiency in a germicidal chamber using light-irradiated gold nanorods

PIOTR RADOMSKI, PAWEŁ ZIÓŁKOWSKI, DARIUSZ MIKIELEWICZ

Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Mechnicznej i Okrętownictwa
ul. Gabriela Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk
e-mail: piotr.radomski@pg.edu.pl

Key words: thermal efficiency, gold nanorods, light irradiation, germicidal chamber

Since the outbreak of the COVID-19 pandemic, UV irradiation has been widely investigated as a method for pathogen disinfection. However, its reduced effectiveness in water compared to air limits its applicability in food sterilization. As a result, thermal inactivation has emerged as a great alternative, particularly for emerging and previously unknown pathogens. A key challenge, however, is obtaining rapid temperature increase, which typically requires high power input and leads to higher energy costs. On the other hand, gold nanoparticles offer a potential solution due to their efficient light-to-heat energy conversion thanks to the plasmon resonance. While spherical gold nanoparticles exhibit a single transverse absorption peak at green region (approximately 520 nm), gold nanorods display an additional longitudinal peak that can be tuned by adjusting their aspect ratio during synthesis, enabling enhanced photothermal performance in the whole range of visible light. Hence, to reduce the required energy cost and to compare the light sources, an LED lamp and a laser delivering a comparable heat flux, (1.75 ± 0.23) $W \cdot cm^{-2}$, were applied to a 3D-printed, shape-optimized germicidal chamber with a descending stepped platform. Moreover, to further enhance the temperature rise, gold nanorods of 46 nm in diameter and 104 nm in length, exhibiting strong absorption at their plasmon resonance maxima (520 and 695 nm), were deposited and functionalized on the platform surface. The experiments were measured with a thermal camera after calibration of emissivity, and two resistant thermometers with an accuracy 0.1°C. The results demonstrate that the highest temperature increase was observed in ascending stepped platform (50.6 ± 2.0) K in the bare illuminated chamber, whereas incorporating the gold nanorod on the platforms reversed the domination for descending stepped and flat platform, enhancing the temperature and exceeding the boiling point of water up to (111.5 ± 3.1) K and (125.5 ± 2.9) K, which additionally intensified heat transfer within the chamber.

Introduction

The conversion of electromagnetic energy into heat has recently gained significant attention due to its applicability in the decontamination of pathogenic microorganisms and in energy-related processes utilizing solar radiation, particularly in solar collectors and photovoltaic systems. While in photovoltaic devices this conversion represents a portion of energy loss, in other applications the generation of high temperatures constitutes a key functional advantage.

For instance, at the onset of the COVID-19 pandemic, in the absence of reliable methods for eliminating viruses from various surfaces, boiling water remained the only truly effective approach to ensure its safety for consumption. However, transferring heat from a system to water requires substantial energy input. Consequently, research efforts have focused on intensifying heat transfer

processes. Numerous studies have addressed interfacial phenomena [1-4], optimization of geometries to increase heat exchange surface area [5-7], and, more recently, maximizing energy conversion efficiency through nanoscale physical effects [8-10]. Previous works [11–13] by the authors demonstrated a proof of concept showing that gold nanostructures, owing to plasmonic heating, can efficiently enhance energy conversion when irradiated with laser wavelength, tuned close to their plasmonic resonance bands. This effect enables significant temperature increases within the chamber solely through the replacement of bulk materials with gold nanostructures, opening new perspectives in biomedical applications as well as in thermal engineering, where light serves as the primary energy input. In the authors' work IR lamp were used for glass substrate irradiation, offering the high temperature increase. However, these studies did not consider the possibility of shifting gold nanorods towards visible spectrum and tuning gold nanorod geometry

In the present study, it was stated the hypothesis that similarly high temperatures can be achieved efficiently using a LED lamp. Such an approach could substantially broaden the applicability of gold nanoparticles, extending their use beyond advanced technological processes to include household-scale microbial inactivation and improved heat-transfer efficiency in solar thermal collectors. Therefore, the objective of this work is to investigate the temperature increase induced by gold nanorods, characterized by peak absorption in the visible spectrum, when irradiated with LED light.

1. Experimental part

The experimental part contains setup and design of the selected system, input apparatus within their parameters, and measuring techniques.

1.1. System design

In this study, a 3D-printed chamber fabricated from white PETG was employed. Figure 1. presents the geometry and dimensions of the chamber. The chamber design has previously been investigated and optimized in [11], where three platforms were integrated with 16-65-nm CTAB-stabilized gold nanorods. The chamber and its platforms are shown in Figure 2a. The material, including its white color, was chosen to minimize power losses while maximizing the effective absorption of the gold nanorods. This is achieved by reducing the contribution of back-reflected and back-scattered light from the white PETG walls.

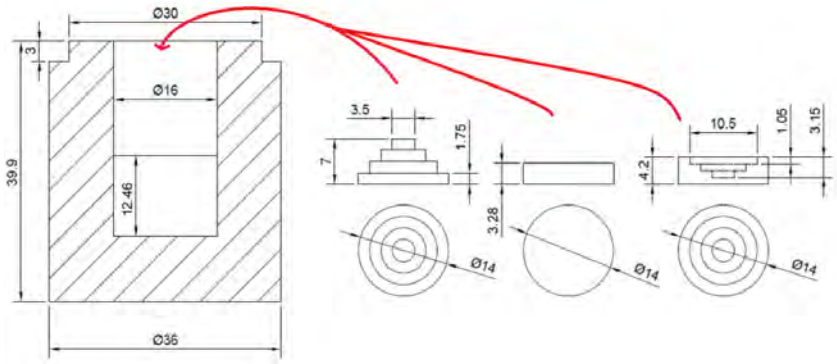


Figure 1. Geometry of the investigated chamber within its dimensions.

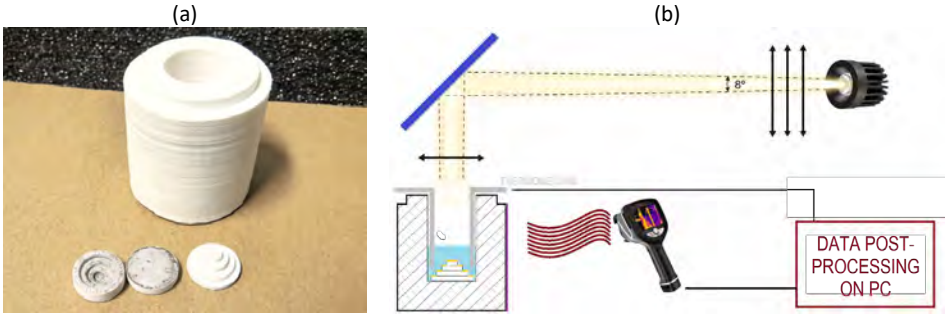


Figure 2. (a) Photograph of the investigated chamber with the platforms on which the AuNRs were deposited; (b) scheme of the experimental setup

1.1. Experimental setup and input parameters

To the chamber with the corresponding platforms (2.00 ± 0.02) mL of deionized water were poured using a micropipette. The chamber was mounted on a constructed experimental stand for illumination. For LED lamp, the beam power was set to 5 W and directed into the chamber via a silver-coated 45° mirror and four lenses, allowing the beam diameter to be of 1.9 mm diameter. The experimental setup is visible in Figure 3. To compare the results, red laser (640 nm) were also used with the power 0.8 W, similarly irradiated from the top of the chamber. Each platform was then illuminated four times by 25 minutes to approach to a steady-state, both in the absence and presence of gold nanorods, in order to verify the repeatability and reliability of the constructed system.

A volume of (2.00 ± 0.02) mL of deionized water was introduced using a micropipette into the chamber, which was subsequently mounted on an experimental setup for optical irradiation. In the case of LED illumination, the lamp power was set to (5.00 ± 0.13) W, and the light beam was directed into the chamber using a silver-coated 45° mirror and a system of four lenses, resulting in a beam diameter of 1.9 mm. The experimental setup is presented in Figure 2b. For comparison, a red laser source (640 nm) with an output power of (0.80 ± 0.02) W was also used, irradiating the chamber from the top. Each platform configuration was irradiated four times for 25 minutes to approach steady-state conditions, both in the absence and presence of gold nanorods, in order to evaluate the repeatability and reliability of the developed experimental system.

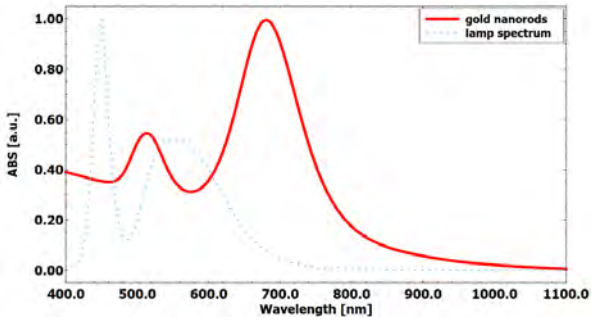
Table 1. Key experimental material properties and environmental parameters.

Material	Size/ Length	Concentration	Refractive index (at 450 nm)	Refractive index (at 600 nm)
core (Au)	(45.9 ± 4.9) nm (102.4 ± 10.2) nm	4.0 mg/ml	2.37857 + 0.35009*i	2.32106 + 2.01381*i
shell (CTAB)	3.5 nm	4.0 mg/ml	2.37547	2.33102

Environmental parameters	Initial temperature	(293.15 ± 1.00) K
	Background emissivity	0.95
	Atmospheric pressure	(101325 ± 4000) Pa
	Humidity	(25 ± 10)%

The dimensions of the gold nanorods were optimized to provide their stability and maintain their longitudinal plasmon resonance peak as close as possible to the visible wavelengths. The synthesis procedure is outlined in [14,15]. The spectra of the used LED lamp and the gold nanorods in water were presented in Figure 3a., whereas TEM image is demonstrated in Figure 3b. Materials and environmental parameters were detailed in Table 1.

(a) (b)



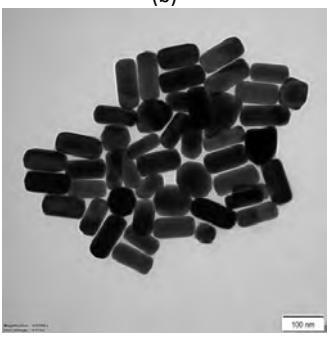


Figure 3. (a) Absorption spectra of gold nanorods dispersed in water within the lamp intensity spectrum, and (b) representative TEM image of the gold nanorods.

1.2. Measurement apparatus

As output parameters, temperature was recorded over a total duration of 30 minutes, including 25 minutes of heating followed by 5 minutes of cooling. To capture temperature profiles at different locations, two measurement techniques were employed. Firstly, two resistant thermometers were used to measure the temperature 1 mm above the gold nanorod platform inside the chamber. Secondly, a thermal camera InfiRay T600 (640 × 512 resolution, 24° × 18° field of view, 35 mK thermal sensitivity, and 2% of reading) was utilized to record temperature distributions on the outer wall of the chamber.

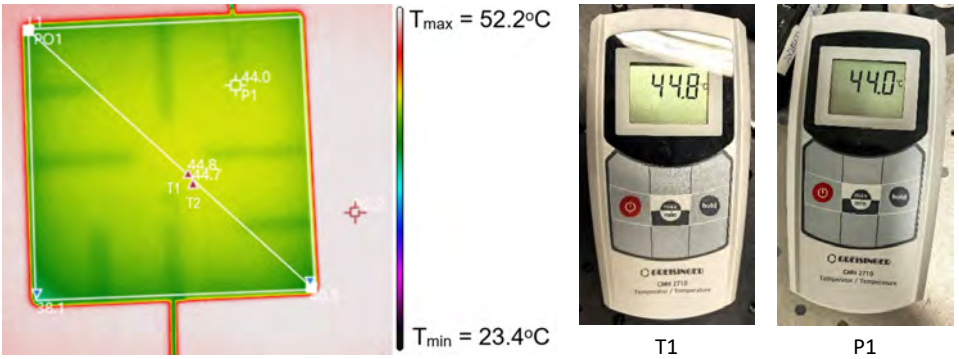


Figure 4. (left) Temperature distribution of the 100.0 x 100.0 x 2.5 mm calibration plate; (middle) measurement point T1; (right) measurement point P1 where two reference 1.5 mm needles connected to resistance thermometers were used for comparison and emissivity determination thereby.

The emissivity of the white PETG wall was determined to be 0.89 ± 0.01 through a calibration at a reference sample. The fabricated piece of white PETG, printed with the same procedure, was heated to 50°C on a hot plate and monitored over approximately 40 minutes using two high-precision thermometers (Greisinger GMH2710; accuracy: 0.1 K, calibrated according to the technical standard ISO 9001:2015). The emissivity value was obtained by comparing the thermal camera readings with the reference temperature measurements, as presented in Figure 4.

2. Results and analysis

For the analysis, measurement uncertainty was determined by combining statistical evaluation over four measurement cycles using the Student's t-distribution with the device accuracy:

$$e_{tot} = \sqrt{\left(\frac{e_{stat}}{\sqrt{3}}\right)^2 + {e_{dev}}^2} \quad (1)$$

where:

e_{tot} – total measurement uncertainty;

e_{stat} – statistical uncertainty estimated using the Student's t-distribution at a 0.95 confidence level;

e_{dev} – device accuracy

Table 2. Temperature distribution images of LED irradiated chamber acquired using a thermal camera, presented as representative results of the statistical analysis.

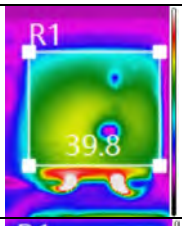
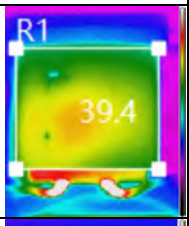
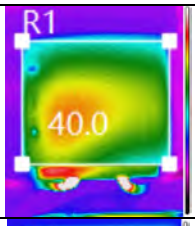
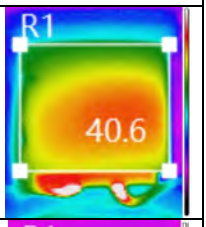
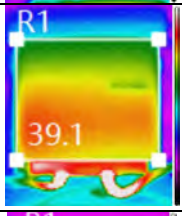
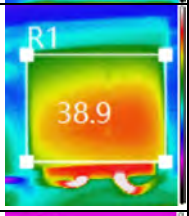
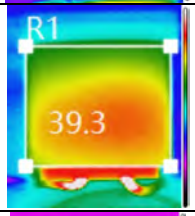
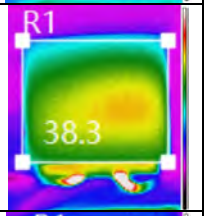
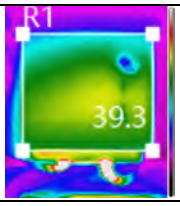
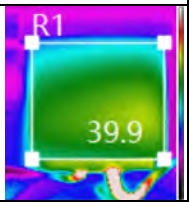
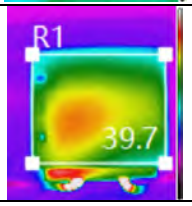
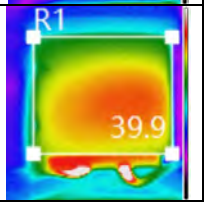
	1	2	3	4
ascending				
flat				
descending				

Table 2. and 3. present the temperature distributions recorded just before the end of irradiation. As representative results, referenced to the expected values, the arithmetic mean in temperature, $\overline{T}$, of the corresponding measurement points was used for further analysis. The statistical uncertainty

was determined using the Student's t-distribution at a 0.95 confidence level and calculated as the product of the standard deviation and the Student's t-coefficient, assumed to be 3.182 for four cycles [16].

Table 3. Measurement uncertainty analysis based on the data presented in Table 2.

			$\bar{T}$	e_{stat}	e_{tot}	$\bar{T} \pm e_{tot}$
ascending	T_1	39.8°C	39.95°C	1.60°C	1.96°C	(40.0 ± 2.0)°C
	T_2	39.4°C				
	T_3	40.0°C				
	T_4	40.6°C				
flat	T_1	39.1°C	38.70°C	1.38°C	1.88°C	(38.7 ± 1.9)°C
	T_2	38.9°C				
	T_3	39.3°C				
	T_4	38.3°C				
descending	T_1	39.3°C	39.70°C	0.90°C	1.26°C	(39.7 ± 1.3)°C
	T_2	39.9°C				
	T_3	39.7°C				
	T_4	39.9°C				

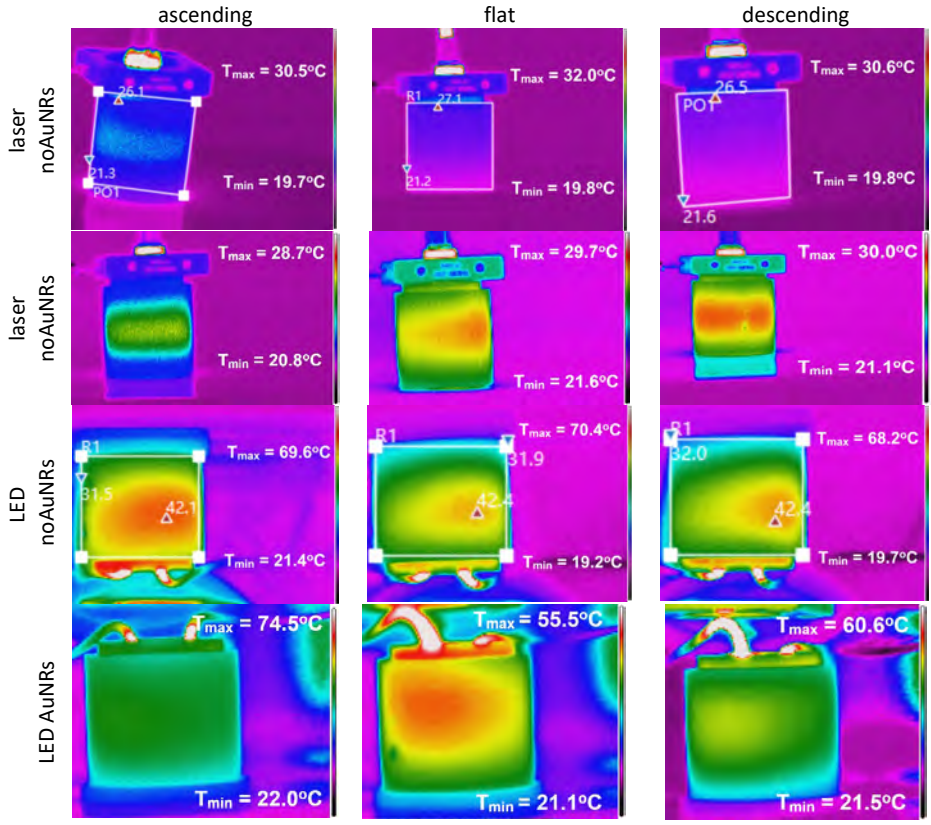


Figure 5. Comparison of temperature distributions of gold nanorod-assisted chamber under (1.75 ± 0.23) W·cm^{-2} laser irradiation and LED lamp illumination.

Figures 5. and 6. compare the temperature distributions and temperature profiles, respectively, obtained under laser and LED lamp irradiation at an irradiance of (1.75 ± 0.23) W·cm^{-2}. As observed, LED illumination resulted in a significantly higher overall temperature increase compared with laser irradiation. However, the laser source exhibited a higher heating rate and a higher local maximum temperature, as evidenced by the shift of the temperature peak. In the case of LED irradiation, the observed shift and slightly higher maximum temperature may be considered within the limits of measurement uncertainty.

This behavior can be attributed to the fact that the laser wavelength was tuned closer to the plasmonic resonance peak than the emission spectrum of the LED lamp, as previously shown in Figure 3a. Nevertheless, owing to its broader beam convergence and wider illumination area, the LED lamp heated a larger portion of the chamber, ultimately leading to higher temperatures within the system but lower rate of temperature increase.

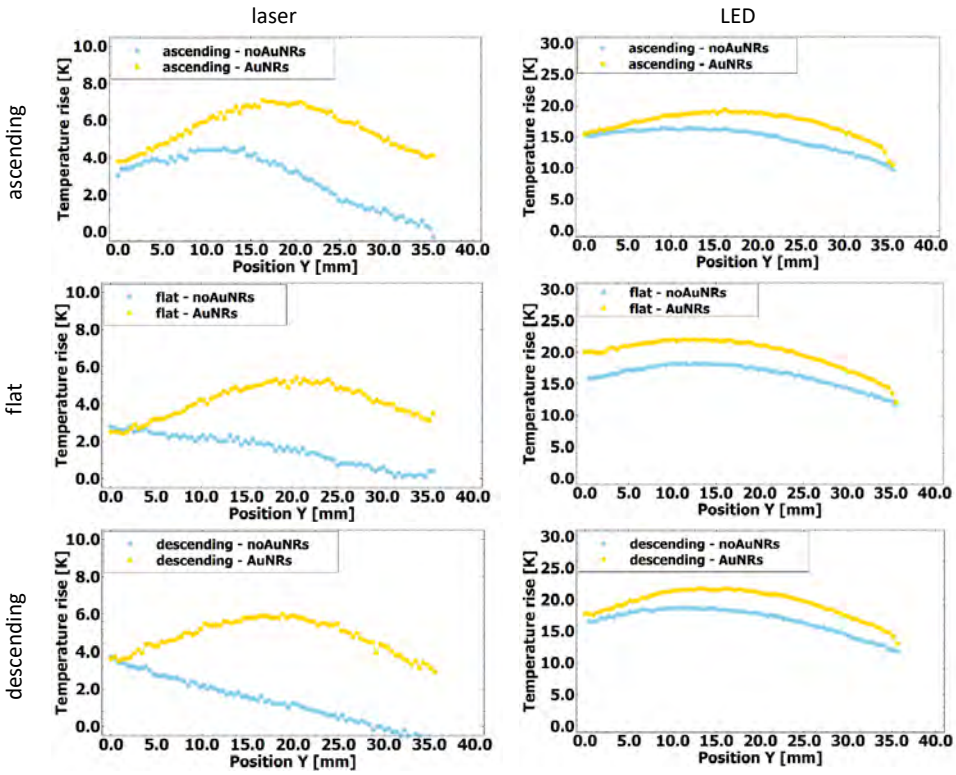


Figure 6. Comparison of temperature profiles along the violet line indicated in Figure 3b, obtained from thermal camera measurements under (1.75 ± 0.23) W·cm^{-2} laser and LED lamp illumination.

Since the temperature differences at the outer wall recorded by the thermal camera were too small to distinguish the influence of platform geometry clearly, which was explained by the thermal insulating properties of PETG, Figure 7. presents the time responses inside the chamber whose temperature was measured by resistance thermometers, which were positioned 1 mm above the platform surface and 1 mm away from the side wall in order to minimize the influence of

covering the platform. As demonstrated, the temperature increase inside the chamber was comparable for all configurations, with a slight tendency toward higher values for the descending stepped platform, reaching (50.6 ± 2.0) K. After the deposition of gold nanorods, the temperature increase rose dramatically for the descending and flat geometries, for which temperature increases of (111.5 ± 3.1) K and (125.5 ± 2.9) K, respectively, were recorded at the end of illumination. The observed fluctuations are attributed to bubble motion generated during water boiling, which influenced the temperature measurements due to local displacement of the resistance thermometers.

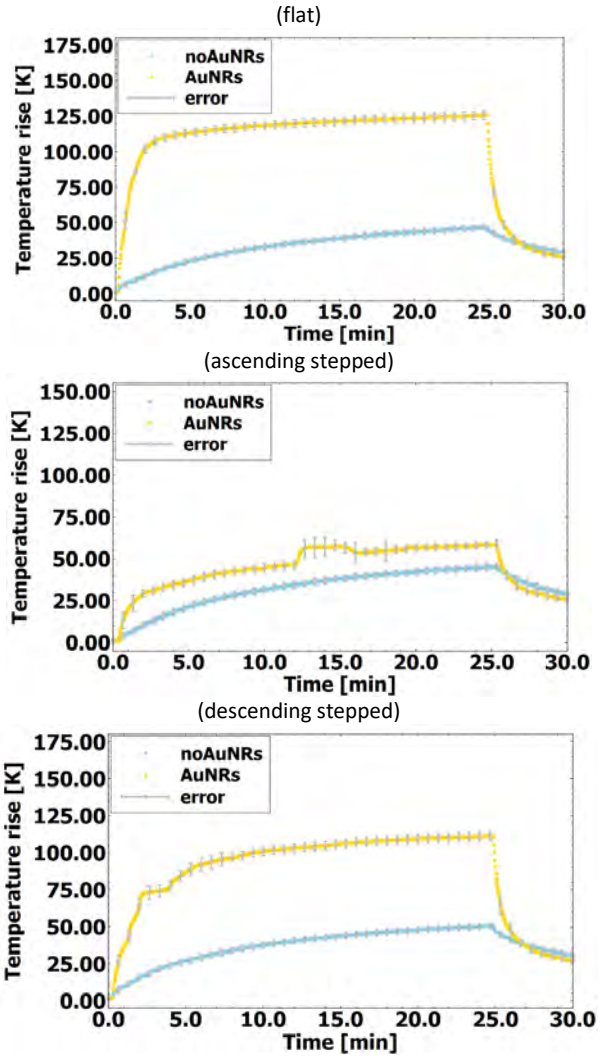


Figure 7. Temperature characteristics over time measured using resistance thermometers under (1.75 ± 0.23) W·cm^{-2} LED lamp illumination for three platform geometries.

It is predicted that the measured temperature do not fully represent the maximum temperature reached at the central region of the platform. Nevertheless, the experimental results clearly demonstrate the effect of gold nanorod functionalization, leading to temperature increases of (30.0 ± 2.9), (120.1 ± 8.1), (170 ± 12)% for ascending, descending and flat platforms, respectively. The significant temperature increase is attributed to a transition in the energy-conversion mechanism from conventional absorption, governed primarily by Joule heating, to plasmonic heating, in which absorption becomes dominant within a specific wavelength range where the plasmonic resonance peak is expected to be located.

Summary

The current work investigated the influence of gold nanorods irradiation by a LED lamp and deposited on the PETG platforms with different geometries. Having calibrated the emissivity and establishing measurement uncertainty, the chamber were irradiated by a red laser and LED lamp with a similar (1.75 ± 0.23) $W \cdot cm^{-2}$ intensity. As long as red laser irradiation provided higher rate of temperature increase, LED lamp provided higher temperature increase itself . The investigations confirmed that LED lamp can be used for irradiated gold nanorods and can effectively enhance energy conversion, increasing temperature by even 170%.

It should be noted that the plasmonic resonance peaks, shown in Figure 3a, do not fully overlap with the intensity spectrum of the LED lamp, indicating that there is still room for further improvement in energy conversion efficiency and enhancement of the temperature increase rate. Such optimization could open new opportunities for the energy applications, including steam generation systems and solar collectors.

Acknowledgements

This research of Gdańsk University of Technology was supported in part by the National Science Center in Poland under the project “Shape and displacement optimization of gold nanorods in the killing chamber in order to phototermoablation processes”, no. UMO-2021/43/D/ST8/02504. Authors are grateful to Krzysztof Abucewicz (Gdańsk Tech) for printing the calibration plate and platforms for gold nanorods, and Paweł Dąbrowski (Gdańsk Tech) for the consultations about the procedure of determining the emissivity of non-tabulated materials.

Literature

[1] Ziółkowski, P., Badur, J. (2018). A theoretical, numerical and experimental verification of the Reynolds thermal transpiration law. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 28(1).
[2] Mikielewicz, D. (2003). Hydrodynamics and heat transfer in bubbly flow in the turbulent boundary layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 207–220.
[3] Owen, P. R., Thomson, W. R. (2006). Heat transfer across rough surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 15(3), 321–334.
[4] Stephan, H., Fischer, S., Gambaryan-Roisman, T., Stephan, P. (2013). Local heat transfer and phase change phenomena during single drop impingement on a hot surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 61, 605–614.

[5] Ghasemi, A., Elham, A. (2021). Multi-objective topology optimization of pin-fin heat exchangers using spectral and finite-element methods. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 64, 2075–2095. https://doi.org/10.1007/s00158-021-02964-6
[6] Høghøj, L. C., Nørhave, D. R., Alexandersen, J., Sigmund, O., Andreasen, C. S. (2020). Topology optimization of two fluid heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 163, 120543. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120543
[7] Nguyen, D. H., Nguyen, P. Q., Rehman, R. U., Kim, J. F., Ahn, H. S. (2024). Optimizing the effect of micro-surface on the thermal hydraulic performance of plate heat exchanger. *Applied Thermal Engineering*, 239, 122172. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2023.122172
[8] Liu, J., Cao, G., Yang, Z., Wang, D., Dubois, D., Zhou, X., Graff, G. L., Pederson, L. R., Zhang, J.-G. (2009). Oriented nanostructures for energy conversion and storage. *ChemSusChem*. https://doi.org/10.1002/cssc.200800087
[9] Kundu, S., Patra, A. (2017). Nanoscale strategies for light harvesting. *Chemical Reviews*, 117, 712–757. https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.6b00036
[10] Hochbaum, A. I., Yang, P. (2010). Semiconductor nanowires for energy conversion. *Chemical Reviews*, 110, 527–546. https://doi.org/10.1021/cr900075v
[11] Ziółkowski, P., Radomski, P., Koulali, A., Kreft, D., Barański, J., Mikielewicz, D. (2026). Numerical study of heat transfer intensification in a chamber with heat generating by irradiated gold nanorods: One-way multiphysics and multiscale approach. *Energies*, 19, 181, 1–35.
[12] Koulali, A., Radomski, P., Ziółkowski, P., et al. (2025). Differential evolution-optimized gold nanorods for enhanced photothermal conversion. *Scientific Reports*, 15, 9543. https://doi.org/10.1038/s41598-025-92007-7
[13] Ziółkowski, P., Koulali, A., Radomski, P., Zaccagnini, F., Mukha, I., Petronella, F., De Sio, L., Mikielewicz, D. (2024). Optimization of energy conversion in gold nanoparticles irradiated by light for sustainable energy application. *Proceedings of the 37th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems (ECOS 2024)*. https://doi.org/10.52202/077185-0053
[14] Ye, X., Jin, L., Caglayan, H., Gwo, S., Wang, C., & Kotov, N. A. (2013). Using binary surfactant mixtures to simultaneously improve the dimensional tunability and monodispersity in the seeded growth of gold nanorods. *Nano Letters*, 13(2), 688–694. https://doi.org/10.1021/nl304478h
[15] Nevárez Martínez, M. C., Kreft, D., Grzegorczyk, M., Mahlik, S., Narajczyk, M., Zaleska-Medynska, A., Morales, D. P., Hollingsworth, J. A., Werner, J. H. (2024). Numerical simulation of light to heat conversion by plasmonic nanoheaters. *Nano Letters*, 25(1).
[16] Korzyński, M. (Eds.). (2013). *Metodyka eksperymentu. Planowanie, realizacja i statystyczne opracowanie wyników eksperymentów technologicznych.* Wydawnictwo WNT (written in Polish).

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_82

Zastosowanie metody lattice-Boltzmann (LBM) do modelowania przepływu w kropli wody w eksperymencie EWOD

R. Mosdorf, P. Mrozek, G. Rafałko

Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny
15-352 Białystok, ul. Wiejska 45C
e-mail: r.mosdorf@pb.edu.pl

Słowa kluczowe: Lattice Boltzmann Method LBM, Electrowetting on Dielectric EWOD, modelowanie

W pracy zastosowano metodę LBM (lattice-Boltzmann) do modelowania przepływu w kropli przewodzącej cieczy (wody) w eksperymencie EWOD. Analizowano przepływ cieczy opisany równaniami Naviera Stokesa z uwzględnieniem transportu ciepła opisanego równaniem adwekcji–dyfuzji temperatury. Rozpatrywano układ elektrohydrodynamiczny, w którym kropla słabo przewodzącej wody spoczywa na warstwie dielektrycznej pokrywającej elektrody umieszczone pod nią. Elektrody są zasilane napięciem stałym (DC), generując pole elektryczne w objętości kropli. Pole to oddziałuje z ruchliwymi nośnikami ładunku (jonami) obecnymi w wodzie, prowadząc do powstania sił objętościowych, które indukują ruch wody. Uzyskano jakościową zgodność wyników symulacji z wynikami eksperymentalnymi. Wyniki symulacji pokazują, że struktura przepływu wewnątrz kropli nie jest determinowana przez pojedynczy mechanizm, lecz wynika ze współdziałania impulsowego wymuszenia oraz pola elektrycznego. Pokazano, że wymuszenie przepływu wywołane przez ruch tylnej ścianki kropli oraz oddziaływanie z polem elektrycznym formuje dwa współistniejące wiry.

1. Wstęp

Ruchowi kropli znajdujących się na powierzchniach hydrofobowych towarzyszy zjawisko jej ślizgania się oraz toczenia [1] - zjawisku temu towarzyszy cyrkulacja cieczy wewnątrz kropli. Jest ona przedmiotem licznych badań i wynika ze współdziałania różnych czynników fizycznych, takich jak siły Marangoniego, gradient temperatury oraz kombinacje oddziaływań obejmujących adhezję, grawitację, tarcie, opór i bezwładność. [2–4].

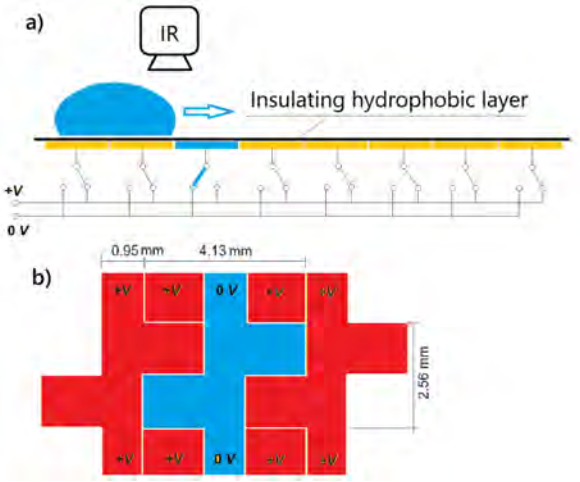
Do badania cyrkulacji cieczy wewnątrz kropli stosuje się zarówno metody eksperymentalne, jak i numeryczne. Wśród technik eksperymentalnych można wymienić obserwację cząstek pyłu i barwników na powierzchni kropli rtęci [1], wykorzystanie mikrokropli w układach elektrozilżania Electrowetting on Dielectric (EWOD), analizę znaczników fluorescencyjnych przy użyciu oświetlenia stroboskopowego [5], a także obrazowanie kropli oleju z zastosowaniem izomeru liniowego, soczewek Coom oraz kamery CCD z odpowiednim filtrem [6]. Do analizy cyrkulacji cieczy w kroplach stosuje się również metody numeryczne [7, 8].

Zaobserwowana cyrkulacja cieczy w kroplach poruszających się po powierzchni hydrofobowej ma istotne znaczenie praktyczne, wpływając na efektywność procesów takich jak czyszczenie powierzchni [9], mieszanie cieczy [10] czy działanie układów mikroprzepływowych i systemów EWOD [5]. W szczególności w układach EWOD kropla przemieszcza się po powierzchni hydrofobowej (np. warstwie dielektrycznej pokrytej FluoroPel™), a obecność sił stycznych na styku kropli z podłożem sprzyja powstawaniu wewnętrznej cyrkulacji cieczy. Cyrkulacja ta może w istotny sposób wpływać

na deformację kropli, efektywność transportu oraz procesy mieszania, co ma kluczowe znaczenie dla zastosowań typu lab-on-a-chip oraz cyfrowa mikrofluidyka [3,11].
Metoda Lattice Boltzmann Method zastosowana w niniejszym modelu stanowi mezoskopowe podejście do opisu przepływu cieczy, w którym dynamika układu wyprowadzana jest z ewolucji dyskretnych funkcji rozkładu cząstek. W przeciwieństwie do klasycznych metod numerycznych rozwiązujących bezpośrednio równania Naviera–Stokesa, metoda LBM operuje na poziomie kinetycznym, a wielkości makroskopowe uzyskiwane są jako momenty funkcji rozkładu. Metoda LBM umożliwia sprzężenie wielu zjawisk fizycznych, takich jak przepływ, transport ciepła, efekty powierzchniowe oraz oddziaływania elektrohydrodynamiczne, bez konieczności rozwiązywania globalnych układów równań liniowych charakterystycznych dla MES. Z punktu widzenia analizowanego przepływu wewnątrz kropli w warunkach EWOD szczególnie istotna jest zdolność LBM do stabilnego odwzorowania przepływów przy małych liczbach Reynoldsa oraz silnych sprzężeniach wielofizycznych [14].

2. Stanowisko pomiarowe

Badania prowadzono na stanowisku pomiarowym przedstawionym w pracach [12, 13]. W eksperymencie badano ruch kropli wody destylowanej w procesie EWOD. Kąt zwilżania pomiędzy powierzchnią hydrofobową a wodą destylowaną wynosił 95°. Na rysunku 1b pokazano kształt zastosowanych elektrod, natomiast na rys.1a pokazano schemat podłączenia napięć do kolejnych elektrod. Ząbkowany kształt elektrod został zaprojektowany w taki sposób, aby kropla znajdująca się w centralnej części elektrody ujemnej częściowo obejmowała również elektrody o dodatniej polaryzacji. Elektrody pokryto folią PTFE o grubości 0,015 mm, która następnie została pokryta warstwą 100 nm FluoroPel™ PFC1601 firmy Cytonix. Folia PTFE została przyklejona do podłoża za pomocą warstwy 1 µm Sylgard® 184 firmy Dow.



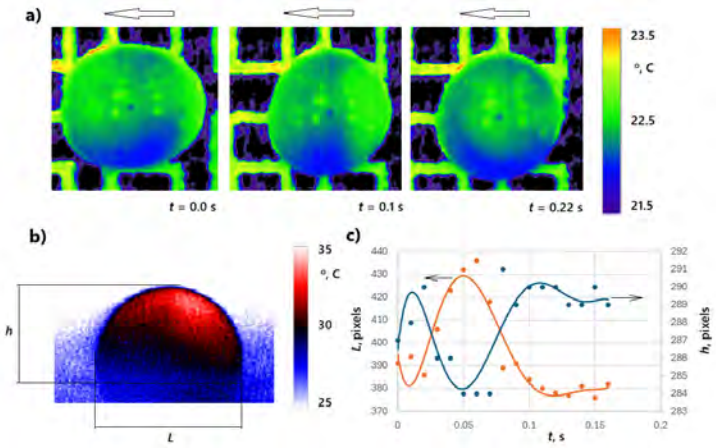
Rys. 1. Elementy stanowiska pomiarowego. a) układ zasilania elektrod. b) kształt i wymiary elektrod

W eksperymencie kropla przemieszczała się od elektrody o dodatnim potencjale do elektrody o zerowym potencjale. Zjawisko to związane jest z początkowym oraz akumulowanym dodatnim ładunkiem kropli i zostało szerzej omówione w pracy [12]. Obserwacje ruchu kropli oraz zmian

temperatury realizowano przy użyciu kamery termowizyjnej Cedip Titanium 560 M (przetwornik ADC: 14 bit, czułość termiczna NETD – Noise Equivalent Temperature Difference: < 18 mK przy 25°C, dokładność pomiaru temperatury: ±1°C lub ±1%, częstotliwość rejestracji: do 100 Hz). Parametr NETD określa najmniejszą różnicę temperatur, przy której sygnał pomiarowy staje się nierozróżnialny od szumu. Zastosowanie kamery o NETD < 18 mK umożliwia uzyskanie wyraźnych obrazów rozkładu temperatury.

Na rysunku 2a pokazano zmiany temperatury powierzchni kropli następujące w trakcie zatrzymania się kropli na elektrodzie o zerowym potencjale. Widoczny jest wzrost temperatury cieczy następujący w kierunku ruchu tylnej ścianki kropli. W pracy [13] przyjęto, że zmiana temperatury kropli następuję na skutek cyrkulacji cieczy wywołanej przez siły hydrodynamiczne oraz oddziaływanie pola elektrycznego z zgromadzonymi w kropli ładunkami. Na rysunku 2b pokazano zmiany temperatury powierzchni kropli rejestrowane kamerą IR z boku kropli w przypadku gdy kropla nagrzanych elektrodach. Po zatrzymaniu się kropli po jej powierzchni w kierunku ruchu kropli przesuwa się czerwony obszar pokazany na rys.2b.

Na rysunku 2c pokazano zmiany kształtu kropli w czasie jej przemieszczania. Zmiany te odpowiedzialne są miedzy innymi na generowanie przepływów wewnątrz kropli.



Rys. 2. Wyniki obserwacji kropli kamerą IR. a) Zmiany temperatury powierzchni kropli w końcowej fazie jej przemieszczenia się. b) widok kropli z boku – widoczny ciepły obszar cieczy przemieszczający się po powierzchni kropli. c) zmiany kształtu kropli w czasie jej przemieszczania.

3. Model fizyczny i założenia

Rozważany układ opisuje przepływ cieczy wewnątrz półkulistej kropli umieszczonej na podłożu i poddanej jednoczesnemu działaniu gradientu temperatury oraz pola elektrycznego. Analiza dotyczy etapu po przemieszczeniu kropli na kolejną elektrodę, w tym przypadku obserwowane są wewnętrzne przepływy adwekcyjne prowadzące do transportu cieplejszej cieczy od podstawy kropli w kierunku powierzchni.

Dynamika przepływu modelowana jest przy użyciu metody Lattice Boltzmann (LBM) w schemacie D2Q9, rozwiązującej równania ruchu cieczy w przybliżeniu słabo ściśliwym. Pole prędkości $\mathbf{u}$ oraz gęstości ρ wynika z ewolucji funkcji rozkładu f_i, natomiast transport temperatury opisany jest analogicznym równaniem Boltzmanna dla funkcji g_i. Model uwzględnia sprzężenie przepływu

i transportu ciepła poprzez człon adwekcyjny oraz zależność sił powierzchniowych od gradientu temperatury.
Geometria kropli odwzorowana jest jako obszar półkolisty, w którym definiowane są właściwości cieczy. Poza kroplą przyjmuje się brak przepływu oraz stałą temperaturę powietrza. Na podstawie kropli narzucony jest warunek wymiany ciepła z podłożem w postaci kontrolowanego strumienia:

$$q = h_{base}(T_{base} - T), \tag{1}$$

gdzie: h_{base} jest efektywnym współczynnikiem wymiany ciepła.

Powierzchnia kropli podlega chłodzeniu do otoczenia oraz efektowi parowania, dla przepływu zastosowano warunek no-slip. Dodatkowym źródłem wymuszenia ruchu cieczy jest pole elektryczne, modelowane jako objętościowa siła działająca w obrębie kropli:

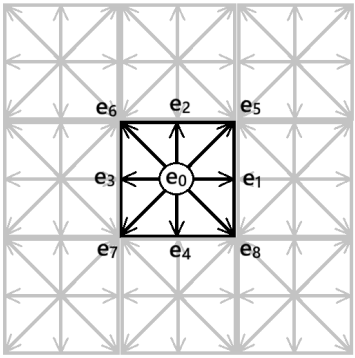
$$\boldsymbol{F}_E = K_e \boldsymbol{E}, \tag{2}$$

gdzie: $\boldsymbol{E}$ jest polem elektrycznym generowanym przez układ elektrod, a K_e efektywnym współczynnikiem sprzężenia elektrohydrodynamicznego.

Pole to jest przestrzennie niejednorodne i najsilniejsze w rejonie tylnej części kropli, zgodnie z konfiguracją eksperymentalną.
Istotnym elementem modelu jest również odwzorowanie efektów dynamicznych związanych z ruchem kropli. Zmiana długości kropli po zatrzymaniu oraz obserwowane w eksperymencie przepływy inicjowane są poprzez impulsowe wymuszenie prędkości w tylnej części kropli. Wprowadzane są zarówno składowe poziome, odpowiedzialne za generację ścinania, jak i pionowe, odpowiadające za transport cieczy od powierzchni do wnętrza kropli. Taki zapis pozwala odwzorować efekt przejścia kropli przez obszar przerwy między elektrodami oraz związane z nim odpychanie jonów od powierzchni cieczy. W rezultacie model opisuje przepływ będący wynikiem współdziałania głównych mechanizmów: impulsowego wymuszenia hydrodynamicznego oraz sił elektrohydrodynamicznych.

4. Implementacja „Lattice Boltzmann Method”

Rozważany model oparty jest na dwuwymiarowej siatce D2Q9 (rys. 3), w której przestrzeń dyskretyzowana jest na regularną siatkę, a zbiór dopuszczalnych kierunków prędkości $\mathbf{e}_i$ obejmuje dziewięć wektorów: jeden zerowy, cztery osiowe oraz cztery diagonalne. Dla każdego kierunku definiowana jest funkcja rozkładu $f_i(\mathbf{x}, t)$, opisująca gęstość cząstek poruszających się w kierunku $\mathbf{e}_i$.



Rys. 3. Schemat siatki w metodzie LBM D2Q9.

Ewolucja funkcji rozkładu opisana jest dyskretną postacią równania Boltzmanna z operatorem kolizji BGK [14]:

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e_i}\Delta t, t+\Delta t) - f_i(\mathbf{x},t) = -\omega\big(f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\big) + F_i, \tag{3}$$

gdzie: $\omega = 1/\tau$ jest parametrem relaksacji związanym z lepkością kinematyczną poprzez relację

$$\nu = c_s^2\left(\tau - \frac{1}{2}\right)\Delta t, \tag{4}$$

a c_s oznacza prędkość dźwięku w modelu (dla D2Q9: $c_s^2 = 1/3$). Człon F_i odpowiada za uwzględnienie sił objętościowych działających na płyn. Wielkości makroskopowe wyznaczane są jako momenty funkcji rozkładu [14]:

$$\rho(x,t) = \textstyle\sum_i f_i\,(x,t),\ \ \rho u(x,t) = \sum_i f_i\,(x,t)\boldsymbol{e_i} + \frac{\Delta t}{2}F, \tag{5}$$

gdzie: $\boldsymbol{F}$ oznacza całkowitą siłę działającą na płyn.

Funkcja równowagowa f_i^{eq}przyjmowana jest w postaci rozwinięcia drugiego rzędu względem prędkości [14]:

$$f_i^{eq} = w_i\rho\left[1 + \frac{\boldsymbol{e_i}\cdot\boldsymbol{u}}{c_s^2} + \frac{(\boldsymbol{e_i}\cdot\boldsymbol{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\boldsymbol{u}^2}{2c_s^2}\right], \tag{6}$$

gdzie: w_i są wagami kwadratury Gaussa zapewniającymi poprawną rekonstrukcję równań Naviera–Stokesa w granicy ciągłej w_i = [4/9 1/9 1/9 1/9 1/9 1/36 1/36 1/36 1/36];

Schemat numeryczny składa się z dwóch etapów. W pierwszym etapie (kolizja) funkcje rozkładu relaksują lokalnie w kierunku stanu równowagi. W drugim etapie (streaming) wartości f_i przemieszczane są do sąsiednich węzłów zgodnie z wektorami prędkości $\mathbf{e}_i$. Na granicy kropli zastosowano warunek nieprzenikalności przy jednoczesnym dopuszczeniu składowej stycznej prędkości.
W zastosowanym modelu metoda Lattice Boltzmann opiera się na ewolucji funkcji rozkładu $f_i(\mathbf{x},t)$, które reprezentują gęstość cząstek poruszających się w kierunkach zadanych przez dyskretne wektory prędkości $\mathbf{e}_i$. Dynamika układu opisana jest równaniem Boltzmanna w wersji zdyskretyzowanej (6). Proces obliczeniowy rozdzielony jest na dwa główne etapy: kolizję oraz streaming. W etapie kolizji funkcje rozkładu ulegają lokalnej relaksacji w kierunku stanu równowagi, zgodnie z równaniem:

$$f_i^*(\mathbf{x},t) = f_i(\mathbf{x},t) - \omega\big(f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\big) + F_i, \tag{7}$$

gdzie: $f_i^*(\mathbf{x},t)$ oznacza wartości po kolizji.

Człon siły F_i wprowadzany jest zgodnie ze schematem Guo i wsp., co zapewnia poprawne odwzorowanie wpływu sił objętościowych na przepływ [15]:

$$F_i = \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) w_i\left[\frac{\mathbf{e}_i - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{u})\,\mathbf{e}_i}{c_s^4}\right]\cdot\mathbf{F}, \tag{8}$$

gdzie: $\boldsymbol{F}$ oznacza sumaryczną siłę działającą na płyn (obejmującą m.in. wymuszenie impulsowe, siłę elektrohydrodynamiczną).

W kolejnym etapie, zwanym streamingiem, wartości funkcji rozkładu przemieszczane są do sąsiednich węzłów siatki zgodnie z kierunkami prędkości:

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i^*(\mathbf{x},t). \tag{9}$$

Na podstawie funkcji rozkładu wyznaczane są wielkości makroskopowe.
W metodzie Lattice Boltzmann warunki brzegowe nie są narzucane bezpośrednio na pola makroskopowe, takie jak prędkość czy gęstość, lecz realizowane są poprzez odpowiednią modyfikację funkcji rozkładu f_i w węzłach przygranicznych. Ponieważ wielkości makroskopowe są funkcjami f_i dlatego zmiana wartości f_i prowadzi pośrednio do narzucenia pożądanych warunków na przepływ. Po etapie streaming węzły znajdujące się na granicy domeny nie posiadają pełnej informacji o wszystkich kierunkach f_i, ponieważ część rozkładów „przyszłaby" spoza obszaru obliczeniowego. Te brakujące wartości są rekonstruowane zgodnie z przyjętym warunkiem brzegowym.
W przypadku klasycznego warunku nieprzenikalności, który zapewnia brak przepływu przez granicę stosuje się odbicie funkcji rozkładu (bounce-back). Dla kierunku i, którego wektor prędkości $\mathbf{e}_i$ jest skierowany na zewnątrz domeny, brakująca wartość zastępowana jest przez rozkład w kierunku przeciwnym $f_{\bar{i}}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_{\bar{i}}^{*}(\mathbf{x}, t)$, gdzie $\bar{i}$ oznacza kierunek przeciwny do i, a f^{*}jest wartością po kolizji. Operacja ta powoduje odwrócenie strumienia pędu w kierunku normalnym, co skutkuje zerową składową normalną prędkości na granicy.
W rezultacie warunek brzegowy w metodzie LBM polega na lokalnej rekonstrukcji brakujących funkcji rozkładu oraz ich modyfikacji w taki sposób, aby zapewnić zgodność z wymaganymi warunkami fizycznymi na poziomie wielkości makroskopowych, przy zachowaniu lokalnego charakteru obliczeń.
Transport temperatury modelowany jest przy użyciu drugiego zestawu funkcji rozkładu $g_i(\mathbf{x}, t)$, które spełniają równanie [16]:

$$g_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e_i}\Delta t, t + \Delta t) - g_i(\boldsymbol{x}, t) = -\omega_T\left(g_i - g_i^{eq}\right), \tag{10}$$

gdzie ω_T związane jest z dyfuzyjnością cieplną α poprzez [17]:

$$\alpha = c_s^2\left(\frac{1}{\omega_T} - \frac{1}{2}\right)\Delta t. \tag{11}$$

Temperatura definiowana jest jako suma funkcji rozkładu:

$$T(x, t) = \sum_i g_i\,(x, t), \tag{12}$$

natomiast funkcja równowagowa ma postać [14]:

$$g_i^{eq} = w_i T\left(1 + \frac{\boldsymbol{e_i}\cdot\boldsymbol{u}}{c_s^2}\right), \tag{13}$$

co prowadzi do równania adwekcji-dyfuzji opisującego transport ciepła.
Szczególną rolę w modelu odgrywają warunki brzegowe dla temperatury, które odwzorowują fizyczne mechanizmy wymiany ciepła w kropli. Na podstawie kropli (dolna granica domeny) zastosowano warunek typu Newtona opisujący wymianę ciepła z podłożem. Na dolnej granicy kropli (węzły spełniające $y = y_b$) wprowadzany jest strumień ciepła proporcjonalny do różnicy temperatur między podłożem a cieczą:

$$Q(\mathbf{x}) = h_{\text{base}}(T_{\text{base}} - T(\mathbf{x})), \tag{14}$$

co odpowiada warunkowi typu Newtona (konwekcyjnego):

$$q = h_{\text{base}}(T_{\text{base}} - T). \tag{15}$$

Ten strumień nie jest narzucany bezpośrednio na T, lecz poprzez modyfikację funkcji rozkładu temperatury:

$$g_i(\mathbf{x}, t) \;=\; g_i(\mathbf{x}, t) + w_i\, Q(\mathbf{x}), \tag{16}$$

dla wszystkich kierunków i w węzłach przy podstawie kropli.

Mechanizm ten zapewnia ciągłe dostarczanie energii cieplnej do kropli i odpowiada obserwowanemu eksperymentalnie nagrzewaniu jej dolnej części.
Na powierzchni swobodnej kropli zastosowano warunki mieszane uwzględniające zarówno konwekcyjną wymianę ciepła z otoczeniem, jak i efekt parowania. Strumień ciepła opisany jest jako suma dwóch składników:

$$q = -h_{air}(T - T_{air}) - \beta(1 - RH)max(T - T_{air}, 0), \tag{17}$$

gdzie pierwszy człon odpowiada konwekcji, natomiast drugi modeluje chłodzenie parowaniem zależne od wilgotności względnej RH.
W implementacji numerycznej warunek ten realizowany jest poprzez modyfikację funkcji rozkładu g_i w komórkach znajdujących się na granicy kropli, identyfikowanych na podstawie lokalnej zmiany maski geometrycznej. Takie podejście pozwala na odwzorowanie nieliniowego charakteru chłodzenia. Poza kroplą temperatura utrzymywana jest na stałym poziomie T_{air}, co odpowiada warunkowi Dirichleta:

$$T = T_{air}. \tag{18}$$

Warunek ten stabilizuje rozwiązanie i zapobiega rozprzestrzenianiu się ciepła poza obszar cieczy.
Uwzględniono wpływ pola elektrycznego, co prowadzi do modelowania zjawisk Electrohydrodynamics. W przyjętym uproszczeniu siła elektryczna przyjmuje postać (5):
Całkowita siła działająca na płyn wynosi:

$$\boldsymbol{F_{tot}} = \boldsymbol{F}_{ext} + \boldsymbol{F}_E, \tag{19}$$

i jest uwzględniana w równaniu LBM poprzez odpowiedni człon wymuszający.
Otrzymany model stanowi sprzężony opis przepływu, transportu ciepła oraz oddziaływań powierzchniowych i elektrycznych, umożliwiający analizę złożonych zjawisk zachodzących w kroplach poddanych działaniu pola elektrycznego i gradientów temperatury. Ostatecznie otrzymany model stanowi sprzężony układ równań opisujących przepływ, transport ciepła oraz oddziaływania powierzchniowe i elektryczne. Takie podejście umożliwia odwzorowanie złożonych zjawisk obserwowanych eksperymentalnie, w szczególności cyrkulacji wewnątrz kropli indukowanej gradientem temperatury oraz jej modyfikacji pod wpływem pola elektrycznego.

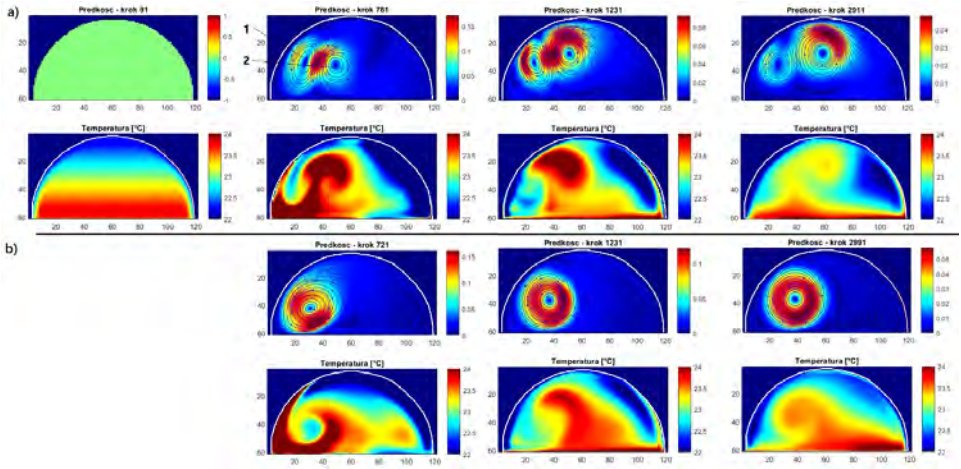
5. Skalowanie modelu

W celu powiązania wyników symulacji z rzeczywistymi warunkami fizycznymi przeprowadzono skalowanie jednostek metody LBM do układu SI.
Przyjęto, że promień kropli w symulacji wynosi $R_{LB} = 58$ w jednostkach siatki, co odpowiada rzeczywistej kropli o promieniu $R_{phys} = 1$ mm. Na tej podstawie wyznaczono krok przestrzenny $\Delta x \approx 1.72 \times 10^{-5}$ m. Następnie, korzystając z relacji między lepkością kinematyczną w modelu LBM a jej wartością fizyczną dla wody ($\nu_{phys} \approx 10^{-6}$ m^2/s), obliczono krok czasowy symulacji. Dla zastosowanego czasu relaksacji $\tau = 0.55$, odpowiadająca lepkość w jednostkach LBM wynosi $\nu_{LB} \approx 0.0167$, co prowadzi do wartości $\Delta t \approx 4.9 \times 10^{-6}$ s. Tak określone skale pozwalają na przeliczenie pozostałych wielkości. Charakterystyczne prędkości uzyskiwane w symulacji, rzędu 10^{-3}–10^{-2} w jednostkach LBM, odpowiadają prędkościom fizycznym w zakresie około 3×10^{-3} do 3×10^{-2} m/s, czyli od kilku do kilkudziesięciu mm/s. Całkowity czas symulacji obejmującej 3000 kroków wynosi około 0.015 s, co odpowiada dynamice obserwowanej w eksperymentach EWOD. Skala sił w modelu wynika z przekształcenia $F_{phys} = F_{LB}\Delta x/\Delta t^2$. Dla zastosowanego impulsowego wymuszenia o wartości rzędu 10^{-4} w jednostkach LBM otrzymuje się siły objętościowe rzędu

10^{-1} N/m^3. Analogicznie, przyjęte pole elektryczne o amplitudzie $E_{LB} \sim 10^{-2}$odpowiada rzeczywistym wartościom rzędu 10^5–10^6 V/m. Różnica temperatur pomiędzy podstawą a powierzchnią kropli wynosi około $2°C$. Współczynnik zmiany napięcia powierzchniowego względem temperatury, $\frac{d\gamma}{dT} = -10^{-4}$, odpowiada rzeczywistej wartości dla wody. Na podstawie uzyskanych skal można oszacować liczby bezwymiarowe charakteryzujące przepływ. Liczba Reynoldsa wynosi rzędu $Re \sim 10$, co wskazuje na przepływ laminarny z możliwością występowania stabilnych struktur wirowych. Liczba Pecleta osiąga wartości rzędu $Pe \sim 10^1$–10^2.
Podsumowując, przyjęte skalowanie prowadzi do modelu odpowiadającego rzeczywistej kropli o rozmiarze milimetrowym, w której przepływ zachodzi w skali czasowej rzędu milisekund, przy prędkościach rzędu milimetrów na sekundę oraz w obecności silnego pola elektrycznego.

6. Rezultaty

Uzyskane wyniki numeryczne przedstawiają rozkład pola prędkości oraz temperatury wewnątrz kropli poddanej jednoczesnemu działaniu gradientu temperatury, pola elektrycznego oraz impulsowego wymuszenia hydrodynamicznego rys.4. Analiza polega na jakościowym porównaniu wyników symulacji z obserwacjami eksperymentalnymi uzyskanymi metodą termowizyjną (IR), w których rejestrowany jest transport cieplejszej cieczy od podstawy kropli w kierunku jej powierzchni.



Rys. 4. Wyniki symulacji. a) Wyniki symulacji przy wartościach siły wymuszenia w kodzie Fx=0.0004, Fy=-0.0004; odpowiednie wartości fizyczne mają wartości Fx≈287 N/m^3, Fy≈-287 N/m^3 b) Wyniki symulacji przy wartościach siły wymuszenia w kodzie Fx =0.0, Fy =−0.0004; odpowiednie wartości fizyczne mają wartości Fy ≈−574 N/m^3

W początkowej fazie symulacji rozkład temperatury ma charakter liniowy w kierunku pionowym, z wyższą temperaturą przy podstawie kropli oraz niższą w jej górnej części, rys.4a. Taki profil wynika z narzuconego strumienia ciepła od podłoża oraz chłodzenia powierzchni kropli w wyniku parowania. Zmiana długości kropli obserwowana eksperymentalnie została odwzorowana poprzez wprowadzenie impulsowego wymuszenia prędkości w tylnej części kropli. W modelu uwzględniono zarówno składową poziomą, generującą ścinanie, jak i składową pionową, odpowiadającą za transport cieczy od powierzchni do wnętrza kropli. W wyniku tego wymuszenia powstaje początkowo struktura

dwuwirowa, obejmująca wir przypowierzchniowy oraz towarzyszący mu wir wewnętrzny, rys. 4b. Dodatkowo uwzględniono działanie pola elektrycznego, które wprowadza asymetrię przepływu i prowadzi do intensyfikacji ruchu cieczy w tylnej części kropli. Obszar największych prędkości pokrywa się z lokalizacją najsilniejszego pola elektrycznego, co jest zgodne z obserwacjami eksperymentalnymi. Pole elektryczne działa jako objętościowe wymuszenie przepływu i odgrywa istotną rolę w utrzymaniu cyrkulacji wewnętrznej.
Kluczowym czynnikiem wpływającym na strukturę przepływu okazuje się kierunek impulsowego wymuszenia, rys.4b. W przypadku równowagi składowej poziomej i pionowej obserwuje się wyraźną strukturę dwuwirową, natomiast uwzględnienie jedynie składowej poziomej powoduje, że kierunek powstającego wiru jest przeciwny niż obserwowany w eksperymencie. Analiza rozkładu temperatury, rys. 4a wskazuje, że zastosowany model poprawnie odtwarza transport cieplejszej cieczy od podstawy kropli ku jej wierzchołkowi.

7. Wnioski

Uzyskane rezultaty wskazują, że struktura przepływu wewnątrz kropli nie jest determinowana przez pojedynczy mechanizm, lecz wynika ze współdziałania impulsowego wymuszenia oraz pola elektrycznego. Pokazano, że wymuszenie przepływu wywołane przez ruch tylnej ścianki kropli oraz oddziaływanie z polem elektrycznym formuje dwa współistniejące wiry.
Należy podkreślić, że przedstawiony model ma charakter uproszczony i nie uwzględnia jawnego transportu ładunku ani pełnego rozwiązania pola elektrycznego. Pomimo tego pozwala on na identyfikację dominujących mechanizmów fizycznych odpowiedzialnych za obserwowane zjawiska i stanowi efektywne narzędzie do analizy jakościowej przepływu w kroplach poddanych działaniu pola elektrycznego i gradientów temperatury.

Podziękowania

Praca finansowana w ramach grantu: WZ/WM-IIM/4/2026

Nomenklatura

α	dyfuzyjność cieplna ((w jednostkach LBM))
c_s	prędkość dźwięku (w jednostkach LBM)
$\boldsymbol{E}$	pole elektryczne (V/m)
$f_i(\mathbf{x}, t)$	funkcja rozkładu
F	siła masowa (N/m^3) lub ((w jednostkach LBM))
$g(\mathbf{x}, t)$	funkcja rozkładu
H	wysokość (m), (piksele)
h_{base}	efektywnym współczynnikiem wymiany ciepła
K_e	efektywny współczynnik sprzężenia elektro hydrodynamicznego
L	długość (m), (piksele)
RH	wilgotności względnej
ρ	gęstość (kg/m^3)
Q	strumień ciepła (w jednostkach LBM)
t	czas (s)
T	temperatura (K)
u	prędkość (w jednostkach LBM)
w	wagi w LBM

x współrzędna
ω parametrem relaksacji (w jednostkach LBM)

Bibliografia

[1] R.F. Allen, P.R. Benson, Rolling drops on an inclined plane, J. Colloid Interface Sci. 50 (2) (Feb. 1975) 250–253, https://doi.org/10.1016/0021-9797(75)90227-1.
[2] L. Mahadevan, Y. Pomeau, Rolling droplets, Phys. Fluids 11 (9) (Sep. 1999) 2449–2453, https://doi.org/10.1063/1.870107.
[3] B.S. Yilbas, M. Yakubu, A.A. Abubakar, H. Al-Qahtani, A. Sahin, A. Al-Sharafi, On the mechanism of droplet rolling and spinning in inclined hydrophobic plates in wedge with different wetting states, Sci. Rep. 11 (Jul. 2021) 15086, https://doi.org/10.1038/s41598-021-94523-8.
[4] S.P. Thampi, R. Adhikari, R. Govindarajan, Do liquid drops roll or slide on inclined surfaces? Langmuir 29 (10) (Mar. 2013) 3339–3346, https://doi.org/10.1021/la3050658.
[5] R. Malk, Y. Fouillet, L. Davoust, Rotating flow within a droplet actuated with AC EWOD, Sens. Actuators B Chem. 154 (2) (Jun. 2011) 191–198, https://doi.org/10.1016/j.snb.2009.12.066.
[6] S. Datta, P. Kumar, A.K. Das, Manipulation of droplets by electrostatic actuation and the related hydrodynamics, J. Indian Inst. Sci. 99 (1) (Mar. 2019) 121–141, https://doi.org/10.1007/s41745-019-0101-0.
[7] A.J. Griggs, A.Z. Zinchenko, R.H. Davis, Gravity-driven motion of a deformable drop or bubble near an inclined plane at low Reynolds number, Int. J. Multiph. Flow 34 (4) (Apr. 2008) 408–418, https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2007.10.006.
[8] F. Hong, F. Bai, P. Cheng, A parametric study of electrothermal flow inside an AC EWOD droplet, Int. Commun. Heat Mass Transf. 55 (Jul. 2014) 63–70, https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.04.013.
[9] B.S. Yilbas, G. Hassan, H. Al-Qahtani, A. Al-Sharafi, A.Z. Sahin, Dust mitigation by rolling water droplets from hydrophobic surfaces, Surf. Interfaces 22 (Feb. 2021) 100825, https://doi.org/10.1016/j.surfin.2020.100825.
[10] D. Lohse, X. Zhang, Physicochemical hydrodynamics of droplets out of equilibrium, Nat. Rev. Phys. 2 (8) (Aug. 2020) 426–443, https://doi.org/10.1038/s42254-020-0199-z.
[11] S.W. Walker, B. Shapiro, Modeling the fluid dynamics of electrowetting on dielectric (EWOD), J. Microelectromech. Syst. 15 (4) (Aug. 2006) 986–1000, https://doi.org/10.1109/JMEMS.2006.878876.
[12] R. Mosdorf, P. Mrozek, G. Rafałko, Mechanical description of charged droplet motion in electrowetting-on-dielectric experiment and modelling, Measurement 246 (Mar. 2025) 116736, https://doi.org/10.1016/j.measurement.2025.116736.
[13] R. Mosdorf, P. Mrozek, G. Rafałko, A. Adamowicz. Rolling motion of water inside droplet in electrowetting-on-dielectric experiment. Measurement 258 (2026) 119056
[14] Zhaoli Guo, Chang Shu, Advances in Computational Fluid Dynamics — Vol. 3, Lattice Boltzmann method and its applications, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2013
[15] Zhaoli Guo al. allDiscrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method. Physical Review E, Volume 65, 046308
[16] Shiyi Chen, Gary D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flows, Annu. Rev. Fluid Mech. 1998. 30:329–64
[17] Y. Peng, C. Shu, and Y. T. Chew, Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows. Physical Review E 68, 026701 ~2003
[18] Hua Hu, Ronald G. Larson. Marangoni Effect Reverses Coffee-Ring Depositions. J. Phys. Chem. B, Vol. 110, No. 14, 2006 7091-7094

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_83

Bayesian optimization for inverse parameter identification of GAB sorption isotherms

SZYMON ZDZIARSKI, MICHAŁ WASIK, PIOTR ŁAPKA

Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa, Instytut Techniki Cieplnej
ul. Nowowiejska 21/25, 00-661 Warszawa
e-mail: piotr.lapka@pw.edu.pl

Keywords: inverse method, numerical simulations, building materials, Bayesian optimization, heat and moisture transfer

Reliable simulations of hygrothermal processes in bio-based building materials require an accurate determination of the sorption isotherm. Since standard gravimetric methods for determining unknown parameters are highly time-consuming, it is necessary to develop modeling techniques based on inverse problems that can provide results much quicker. These approaches couple dynamic experiments with numerical models to identify material properties by minimizing the error between simulations and measurements. However, this process often leads to computationally expensive optimization problems. This paper presents a methodology for comparing the covariance matrix adaptation evolution strategy (CMA-ES) and Bayesian optimization (BO) to determine the parameters of the Guggenheim-Anderson-de Boer (GAB) sorption isotherm model. The study utilizes a simplified model of isothermal moisture transport implemented in ANSYS Fluent. The model accounts for air and water vapor diffusion within the material, as well as moisture transport between the air and the solid matrix, described by linear sorption kinetics. A key contribution of this work is the integration of the Optuna library with PyFluent, enabling automated parameter coupling between the CFD solver and the optimization environment. The cost function was defined as the sum of normalized mean squared errors with time-dependent penalty weights, enabling effective curve fitting in critical regions, such as the initial vapor diffusion rate and peak moisture saturation. The results show that BO outperforms the population-based CMA-ES algorithm in terms of accuracy and convergence speed. The BO algorithm successfully recovered the baseline parameters, achieving an accuracy two orders of magnitude higher than CMA-ES after 150 iterations. In contrast to the stable BO approach, CMA-ES exhibited significant deviations of the unknown parameters and struggled to escape local minima. The proposed Optuna-PyFluent coupling provides a robust, scalable, and highly efficient framework for any CFD simulations treated as input black-box models.

Introduction

Sorption-desorption processes are a fundamental part of accurate heat and moisture (HAM) modeling in modern construction materials. Standard gravimetric methods (EN ISO 12571:2021 [1]) used to determine the moisture sorption isotherm rely on thermodynamic equilibrium at discrete humidity steps. Due to slow internal diffusion kinetics, complete characterization can require months. To speed up the entire process, inverse methods are used, coupling dynamic experiments with numerical HAM models. Inverse identification aims either at the accurate estimation of physical parameters or solely at predictive system modeling, where the physical meaning of parameters is irrelevant as long as the input-to-output relationship is captured [2]. The former approach requires resource-intensive and computationally complex white-box models to ensure high accuracy to actual underlying physics.

In contrast, the second approach can rely on simplified grey- or black-box direct models and machine learning techniques.

The identification of unknown parameters is based on minimizing the discrepancy between observed and simulated process flows, often validated with real-size models. This is typically done using co-simulation, where an external optimization algorithm iteratively calls the numerical solver [3]. Therefore, the quality of estimations depends on a well-defined problem and managing the high computational cost of repeated solver evaluations.

For example, Vereecken et al. [4] used swarm-intelligence optimisers to estimate non-linear hygric properties from dynamic measurements. These population-based algorithms effectively avoid local minima during parameter identification. While they outperformed the genetic algorithm (GA) and the covariance matrix adaptation evolution strategy (CMA-ES), they still require a high number of direct model evaluations, maintaining a high computational cost. In another work, Rouchier et al. [5] compared the CMA-ES algorithm over the Bayesian interface for estimating nine hygrothermal properties. CMA-ES identified the unknown parameters with an identification error below 5%, whereas the Bayesian interface quantified uncertainty via posterior probability distributions. However, CMA-ES involves high computational cost, as evaluating thousands of candidate solutions requires repeated solver executions. Recently, Khaled et al. [6] used a one-dimensional hygrothermal transfer model coupled with a trust-region-reflective algorithm (lsqcurvefit) to identify the hysteretic properties of a hemp-clay composite. Using dynamic moisture buffer value load profiles in the 33-75% relative humidity (RH) range, the algorithm fitted the sorption curves closely to the reference data. However, the identified physical parameters deviated significantly. This demonstrates that local optimization methods can overfit the macroscopic output and fail to retrieve the true physical properties of the material.

The main objective of this work is to address the limitations of the GA applied in the preliminary study by Wasik et al. [7], where the underlying white-box Fluent model involves a high computational cost per iteration. This study proposes Bayesian Optimization (BO) as a sample-efficient and accurate alternative, and compares it to the advanced evolutionary algorithm (CMA-ES).

1. Sorption in porous media

The sorption isotherm is mathematically described by the Guggenheim-Anderson-de Boer (GAB) model. It provides a thermodynamically consistent description of multilayer sorption up to 90% RH, with parameters strictly reflecting the heat of sorption within the bio-based composite matrix [8]. Its standard mathematical formulation is as follows:

$$w(\varphi) = \frac{w_{\mathrm{m}} C K \varphi}{(1 - K\varphi)[1 + K(C - 1)\varphi]} \tag{1}$$

where w is the moisture content, φ is the RH, w_{m} is the monolayer moisture content, and C and K are energy constants. The inverse problem seeks to identify the vector of the unknown parameters in Eq. (1), which is the following: $\mathbf{x} = [w_{\mathrm{m}}, C, K]$.

The HAM model used in this study is a simplified, isothermal version of the model presented by Wasik and Łapka [9], implemented in ANSYS Fluent. To isolate the performance of the optimization algorithms, the physical model was adjusted to a fast-running benchmark. Two main simplifications were applied. First, an accelerated time-scaling approach was introduced by multiplying the kinetic

transport parameters (vapor diffusion and sorption coefficients) by a factor of 24. This enabled 1 hour of simulation time to represent 24 hours of physical processes. Second, the energy equation was omitted, assuming strictly isothermal conditions. Furthermore, liquid capillary transport was neglected, limiting mass transfer strictly to water vapor diffusion and sorption. The model is governed by the following equations:

$$\frac{\partial W_{\mathrm{bw}}}{\partial t} = \dot{m}_{\mathrm{bw}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\epsilon_{\mathrm{g}}\rho_{\mathrm{a}})}{\partial t} = \nabla(D_{\mathrm{eff}}\nabla\rho_{\mathrm{a}}) \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\epsilon_{\mathrm{g}}\rho_{\mathrm{v}})}{\partial t} = \nabla(D_{\mathrm{eff}}\nabla\rho_{\mathrm{v}}) - \dot{m}_{\mathrm{bw}} \tag{4}$$

where W_{bw} is the bound water content, t is time, $\dot{m}_{\mathrm{bw}}$ is the rate of moisture mass transferred between the humid air and the solid matrix, ϵ_{g} is the volume fraction of the gaseous phase (i.e., porosity), ρ_{a} and ρ_{v} are the air and vapor densities, respectively, D_{eff} is the effective diffusion coefficient.

The moisture transfer between humid air and bound water is governed by the following linear sorption kinetics:

$$\frac{\partial W_{\mathrm{bw}}}{\partial t} = \dot{m}_{\mathrm{bw}} = k_{\mathrm{kin}}\left(W_{\mathrm{eq}}(\varphi) - W_{\mathrm{bw}}\right) \tag{5}$$

where k_{kin} is the linear sorption coefficient, and $W_{\mathrm{eq}}(\varphi)$ is the equilibrium moisture content calculated dynamically using the GAB parameters.

Preliminary verification against the original unscaled model showed satisfactory agreement. The main discrepancies in the response were observed during step changes in RH boundary conditions. Although the time-scaled model attenuated the transient peaks, the primary focus of this study is the optimization methodology rather than the exact transient response. Therefore, capturing the overall macroscopic sorption kinetics and equilibrium states was sufficient for this analysis.

2. Optimization strategies

2.1 Model

The problem investigated is a 2D geometry with dimensions of 100×74 mm. The sample was in contact with the humid air only on the top surface, and the other surfaces were assumed to be impermeable to moisture transfer (see Figure 1). A structural mesh of 160 elements was generated. The real 15-day test was simulated with various RH boundary conditions. The simulation time step was set to 15 seconds. Due to the applied 24x time acceleration factor, each computational step corresponds to 6 minutes of the actual physical process. Consequently, the entire 15-day experiment was compressed into 15 hours of simulated time.

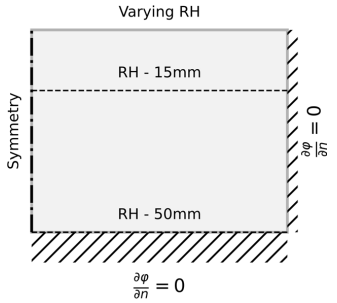


Figure 1 Computational domain schematic

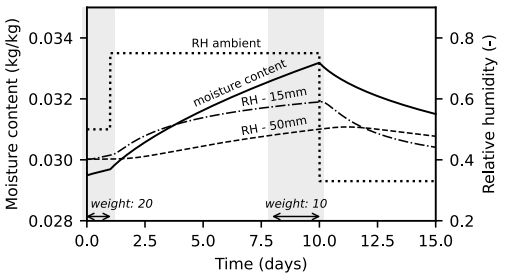


Figure 2 Synthetically generated reference dataset (weight – penalty factor applied in the algorithm)

The initial equilibrium in the domain was set to RH of φ = 0.43. The boundary condition at the top surface was set as a Dirichlet condition and varied stepwise as follows: φ = 0.5 during the first day, φ = 0.75 from day 2 to 10, and φ = 0.33 from day 10 onwards. Three variables were monitored at each time step: the total moisture content in the domain (m), and the RH at depths of 15 mm and 50 mm from the top surface (RH_{15}, RH_{50}). Figure 2 presents the reference dataset with applied boundary conditions and monitored variables.

2.2 BO algorithm

In contrast to the memory-less population-based GA used previously [7], BO utilizes a surrogate-assisted framework to solve computationally expensive inverse problems [10]. It treats optimization as a sequential process updated after each step, rather than a predefined search. The goal of this approach is to find a global minimizer of the unknown objective function efficiently. Previous studies on parameter identification demonstrated that BO achieves the same accuracy as GA while being several times faster due to a drastic reduction in direct model evaluations [11].

BO formulates optimization as a sequential decision process. It constructs a probabilistic surrogate model, typically a Gaussian process (GP), to approximate the unknown objective function $f(\mathbf{x})$. A GP is completely specified by its prior mean function $\mu(\mathbf{x})$ and covariance function (kernel). At each iteration, the algorithm updates the surrogate model using the history of all prior evaluations. This gives a posterior predictive distribution with an updated mean $\mu_{\mathrm{n}}(\mathbf{x})$ and variance $\sigma_{\mathrm{n}}^2(\mathbf{x})$, providing a statistical quantification of uncertainty across the parameter space [12]. To choose the next sampling point, BO employs an acquisition function $\alpha(\mathbf{x})$, typically expected improvement (EI). This function yields high values in regions where the surrogate model predicts a minimal objective function value (exploitation) and where the prediction uncertainty $\sigma_n(\mathbf{x})$ is high (exploration). The mechanics of this process are illustrated in Figure 3. The upper plots show the GP posterior mean and confidence intervals, while the lower plots show the corresponding acquisition function dictating the next sampling location.

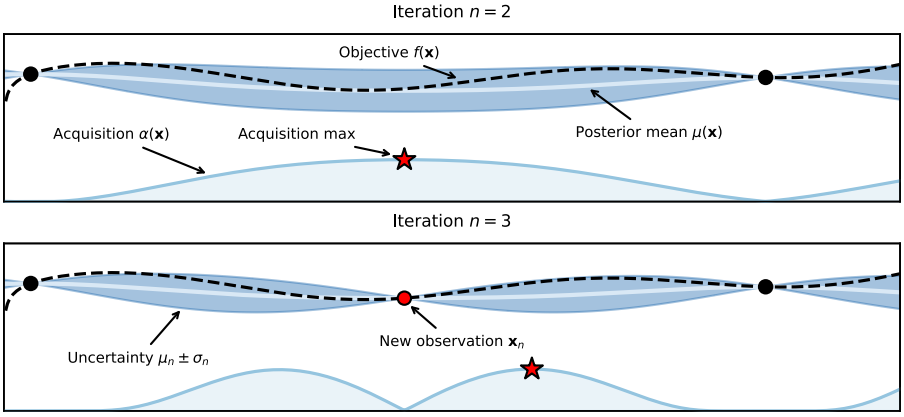


Figure 3 BO process over two iterations (based on [13])

While GP-based BO is highly efficient, it suffers from the curse of dimensionality. The computational cost of inverting the GP matrix scales cubically with the number of observations $\mathcal{O}(N^3)$, limiting its standard application to problems with fewer than 15 to 20 hyperparameters [14], [15]. However, for the low-dimensional identification of the specific GAB coefficients, the standard GP approach remains fully applicable and optimal. This leaves space for inclusion of additional parameters, such as thermal conductivity, specific heat capacity, or sorption hysteresis.

2.3 CMA-ES algorithm

The optimization model used in previous work [7] was based on GA and a memory-less approach. To qualitatively compare the BO algorithm, the CMA-ES was proposed as the more advanced evolutionary solution. Unlike classic GA, CMA-ES learns the cross-correlation between parameters by updating its covariance matrix after each iteration [16]. It models the population of candidate solutions as a multivariate normal distribution. In each generation, the algorithm shifts the mean of this distribution towards the most successful evaluated candidates. By tracking the evolution paths across successive generations, it independently adapts the scale (step-size) and the shape (covariance matrix $\mathbf{C}$) of the search distribution [17]. This enables the algorithm to successfully navigate in the direction of optimum after each population, making it more resilient to stall like standard GA. Unlike BO, the computational cost of CMA-ES scales cubically with the number of dimensions $\mathcal{O}(D^3)$. However, its internal computation time per iteration remains constant even at high iteration counts, making it efficient for fast black-box evaluations.

2.4 Analyzed case

Performance validation of both algorithms was performed on a synthetic dataset. The simplified model was used to generate reference curves for moisture content and RH within the solid matrix (see Figure 2). For this purpose, an arbitrary set of parameters was used: w_{m} = 0.027, C = 22.2, and K = 0.52. The primary objective was to verify whether the investigated algorithms could successfully recover these input parameters by fitting the model to the generated data. Notably, the simulated scenario featured high mass transport resistance, resulting in slow moisture uptake. This provided a rigorous numerical test, challenging the algorithms to find equilibrium parameters using only early transient data.

A critical factor in the black-box optimization framework is the proper definition of the cost function $J(\mathbf{x})$ to be minimized. Preliminary tests were conducted on a simplified 1D vapor diffusion and sorption model implemented in Python using the Optuna optimization library. Based on these tests, a normalized, weighted cost function was formulated to ensure stable convergence and accurate identification of the GAB coefficients. It was constructed as a weighted sum of normalized mean squared errors (NMSE) between the simulated results and the reference data at each timestep. The total cost aggregates contributions from the total moisture content and local RH at two depths, as defined by:

$$J(\mathbf{x}) = \omega_{\mathrm{m}} \cdot \varepsilon_{\mathrm{m}} + \omega_{\mathrm{RH}} \cdot \left(\varepsilon_{\mathrm{RH},15} + \varepsilon_{\mathrm{RH},50}\right) \tag{6}$$

where ω_{m}= 5.0 and ω_{RH} = 1.0 are the global weights prioritizing the moisture mass balance. The normalized error term ε_{ϕ} for a given variable ϕ is calculated as:

$$\varepsilon_{\Phi} = \frac{1}{\Delta\phi_{\mathrm{ref}}^2} \frac{\sum_{i=1}^{N} \omega(t_{\mathrm{i}})\left(\phi_{\mathrm{sim}}(t_i) - \phi_{\mathrm{ref}}(t_{\mathrm{i}})\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} \omega(t_{\mathrm{i}})} \mathrm{s} \tag{7}$$

where:

- $\Delta\phi_{\mathrm{ref}}$ is the range of the reference variable (normalization factor),
- ϕ_{sim} and ϕ_{ref} are simulated and reference values, respectively,
- $\omega(t_{\mathrm{i}})$ represents the time-dependent weights.

This normalization of errors is crucial to balance variables with different physical units and magnitudes. Furthermore, to accurately capture the transient dynamics of the reference curves, a time-dependent weighting scheme was implemented to anchor the solution in critical physical stages. A penalty weight of ω = 20 was applied to the first day to enforce the correct initial starting point and the early vapor diffusion rate. Concurrently, a weight of ω = 10 was assigned between the 8th and 10th day to anchor the peak moisture content at its maximum saturation level. The structure of these penalties is illustrated in Figure 2, for all remaining simulation periods, a default baseline weight of ω = 1 was applied.

3. Calculations

The optimization framework was implemented in Python, coupling ANSYS Fluent via the PyFluent package. This interface allowed the Optuna software to dynamically update model parameters using Fluent's internal RP-variables interface. A general schematic of this inverse problem loop is presented in Figure 4.

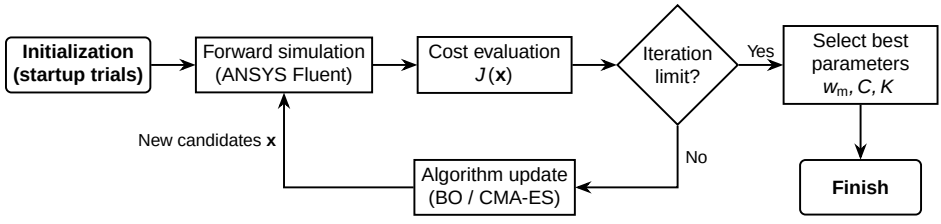


Figure 4 Conceptual schematic of the inverse method proposed

Independent optimization runs were executed in parallel on an Intel Xeon Gold 6348H processor. To create a more computationally demanding environment for the algorithms, the parameter search space was intentionally expanded to maximize variable covariance: $w_{\mathrm{m}} \in [0.01, 0.06]$, $C \in [2, 40]$,

and $K \in [0.4,\ 0.95]$. Given the broad range of the parameter C, a logarithmic sampling scale was employed to ensure uniform coverage across orders of magnitude [8]. Based on initial tests, the computational budget was capped at 150 iterations per run, corresponding to approximately 150 core-hours of Fluent simulation. Specific solver configurations were applied. The BO algorithm utilized a GPsampler initialized with 10 random startup trials, with the deterministic objective flag disabled to ensure numerical stability. The CMA-ES was configured to efficiently escape local minima, it used an initial step-size of 0.2 (covering 20% of the normalized parameter space), a population size of 10 candidates per generation, and a BI-Population restart strategy with a population multiplier of 2.

Following Rouchier et al. [5], a secondary evaluation scenario was introduced where 3% Gaussian noise was added to the reference dataset. This approach simulates real laboratory measurements and provides a comparison against the ideal reference dataset. Each algorithm performed 8 independent runs for both the ideal and noised data. Figure 5 presents the comparison of the top four runs for BO and CMA-ES after 150 evaluations.

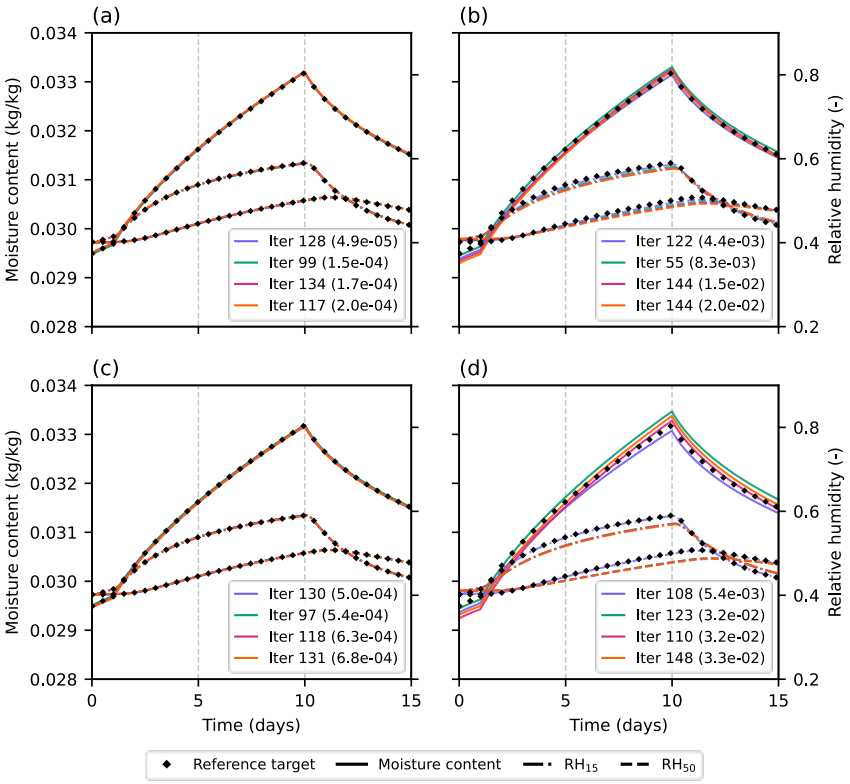


Figure 5 Comparison of the top four solutions found by BO (a, c) and CMA-ES (b, d). The top row (a, b) corresponds to the ideal, while the bottom row (c, d) presents results for the noised reference dataset. Values in parentheses denote the objective function cost for each iteration

The subplots compare the simulated 15-day profiles of moisture content and RH against reference targets. The solutions are ranked by accuracy in the legends, which specify the iteration number and the achieved objective function cost. The BO solutions demonstrate a near-perfect alignment with

the reference targets across all time steps, remaining robust even under noised conditions (Figure 5c). Conversely, CMA-ES struggles to fully capture the transient dynamics, exhibiting visible deviations from the target profiles, particularly around the transition from sorption to desorption dynamics under the noisy conditions (Figure 5d). Although this figure presents only the best four of the eight independent runs, the plotted curves are representative of the convergence and accuracy trends observed across the entire set of evaluations, as discussed further in the subsequent section.

4. Results

The quantitative comparison of the parameter identification performance for both optimizers is summarized in Table 1. Due to a slow convergence rate, the CMA-ES runs were extended to 200 iterations to investigate potential further convergence. Overall, BO achieved an objective function cost two orders of magnitude lower than CMA-ES, yielding higher parameter identification accuracy. The w_{m} coefficient was identified with the highest precision, with BO maintaining relative errors at 6.5% (ideal) and 5.5% (noised), while CMA-ES yielded errors of 14% and 1.4%, respectively. The estimation of K followed a similar trend, with BO showing consistency (9.8% and 4.6% error for the ideal and noisied case, respectively) against the performance drop observed for CMA-ES under noise (from 7.3% to 23% error). Parameter C exhibited the widest spread and highest estimation errors across both algorithms (up to 41% for BO and 54% for CMA-ES). Furthermore, BO demonstrated robust performance on the noised dataset, accurately recovering the target parameters. While CMA-ES struggled considerably more under noisy conditions (see Figure 5), it interestingly yielded the most accurate mean estimate for the w_{m} (< 1.4% relative error). However, these CMA-ES estimates were subject to a standard deviation on average comparable as that of BO, indicating simillar consistency and convergence stability across independent runs.

Table 1 Comparison of identified GAB parameters against reference target values

	Max iterations	Best cost	Mean cost	w_m	C	K
Reference target	-	-	-	0.027	22.2	0.52
Ideal dataset						
BO	50	3.4×10^{-3}	$(1.3 \pm 1.2) \times 10^{-2}$	0.026 ± 0.004	26.8 ± 10.9	0.57 ± 0.10
	100	1.5×10^{-4}	$(2.1 \pm 2.4) \times 10^{-3}$	0.026 ± 0.002	30.7 ± 8.7	0.56 ± 0.06
	150	$4.9. \times 10^{-5}$	$(4.9 \pm 5.3) \times 10^{-4}$	0.025 ± 0.001	31.3 ± 5.1	0.57 ± 0.03
CMA-ES	50	3.7×10^{-2}	$(8.2 \pm 5.5) \times 10^{-2}$	0.030 ± 0.005	9.1 ± 5.2	0.63 ± 0.11
	100	8.3×10^{-3}	$(4.2 \pm 1.8) \times 10^{-2}$	0.032 ± 0.003	8.4 ± 2.7	0.58 ± 0.07
	150	4.4×10^{-3}	$(2.7 \pm 2.0) \times 10^{-2}$	0.031 ± 0.003	10.6 ± 3.5	0.55 ± 0.07
	200*	2.4×10^{-4}	$(1.4 \pm 1.7) \times 10^{-2}$	0.032 ± 0.003	14.4 ± 6.9	0.49 ± 0.05
Noised dataset						
BO	50	9.3×10^{-4}	$(7.1 \pm 13) \times 10^{-3}$	0.027 ± 0.003	23.7 ± 6.7	0.53 ± 0.07
	100	5.4×10^{-4}	$(1.6 \pm 0.9) \times 10^{-3}$	0.026 ± 0.001	25.5 ± 3.9	0.56 ± 0.03
	150	5.0×10^{-4}	$(8.5 \pm 3.8) \times 10^{-4}$	0.028 ± 0.003	21.0 ± 4.4	0.50 ± 0.05
CMA-ES	50	3.7×10^{-2}	$(9.3 \pm 4.5) \times 10^{-2}$	0.028 ± 0.005	9.7 ± 5.4	0.68 ± 0.07
	100	3.7×10^{-2}	$(5.2 \pm 1.7) \times 10^{-2}$	0.027 ± 0.003	10.6 ± 4.4	0.68 ± 0.08
	150	5.4×10^{-3}	$(3.0 \pm 1.6) \times 10^{-2}$	0.028 ± 0.003	11.8 ± 3.4	0.62 ± 0.09
	200*	2.4×10^{-3}	$(1.9 \pm 1.4) \times 10^{-2}$	0.028 ± 0.002	15.0 ± 4.2	0.58 ± 0.10

In contrast to BO, the CMA-ES algorithm showed significant instability and large spread of results, as indicated by high mean cost function values. The evolutionary approach struggled to consistently locate the global minimum, achieving parameter accuracy comparable to the GA used previously [7]. As shown in Figure 6, this is caused by the search space topology. The objective function forms a long, flat valley. BO (Figure 6a and c) correctly mapped the correlation between w_{m} and K using its GP model, placing new observations along the lowest cost region. Conversely, while CMA-ES identified the initial gradient, its covariance matrix decreased too quickly after reaching the flat area (Figure 6b and d). This caused the search distribution to get stuck in local minima. As a result, one of the best runs converged prematurely at the 55th iteration with no further progress.

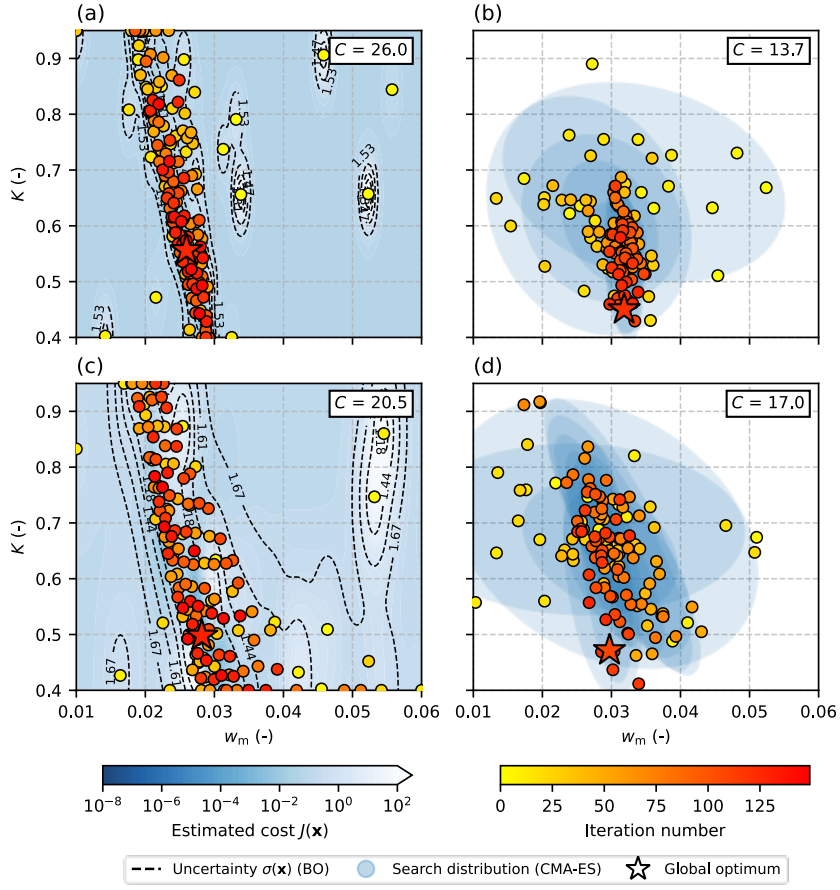


Figure 6 Comparison of the search topology of best runs by BO (a, c) and CMA-ES (b, d). The top row (a, b) corresponds to the ideal, while the bottom row (c, d) presents results for the noised reference dataset. The cost function landscape for BO was estimated from the sampled data points

Parameter C was the most challenging coefficient to identify across both methods. The slow, early-stage mass transport limits the sensitivity of the objective function, creating flat gradients. Under such low-sensitivity conditions, CMA-ES systematically underestimated the coefficient, becoming trapped in local minima around $C \approx 10$. In contrast, BO tended to overestimate the parameter under ideal

conditions, pushing the estimates toward $C \approx 30$. Notably, introducing noise to the reference dataset improved BO performance, shifting the mean estimates to $C \approx 21$. This demonstrates BO's sample efficiency in low-sensitivity and noisy environments, as it maximizes the informational value of each solver evaluation. The initial 10 random startup trials provided sufficient data to build a reliable surrogate model for efficient parameter space exploration. Although the internal computational cost of BO is higher, for low-dimensional optimization problems, this cost remains entirely negligible compared to the execution time of the numerical simulation.

Figure 7 presents the reconstructed sorption isotherms for the top four runs of each investigated case. BO consistently aligns with the reference target across the entire simulation range (shaded area); crucially, it accurately captures the behavior of the curve outside the 33-75% RH boundary. This proves that the true global thermodynamic parameters can be successfully recovered regardless of a highly challenging reference dataset (see Figure 2). Conversely, the CMA-ES runs exhibited greater divergence, particularly in the high-humidity extrapolation region (RH>0.75). This deviation is amplified under noised conditions, where the wide spread of the identified isotherms confirms the algorithm's confinement in local minima. Consequently, while CMA-ES manages to force a numerical fit within the simulated RH window, it fails to reconstruct the global properties of the material.

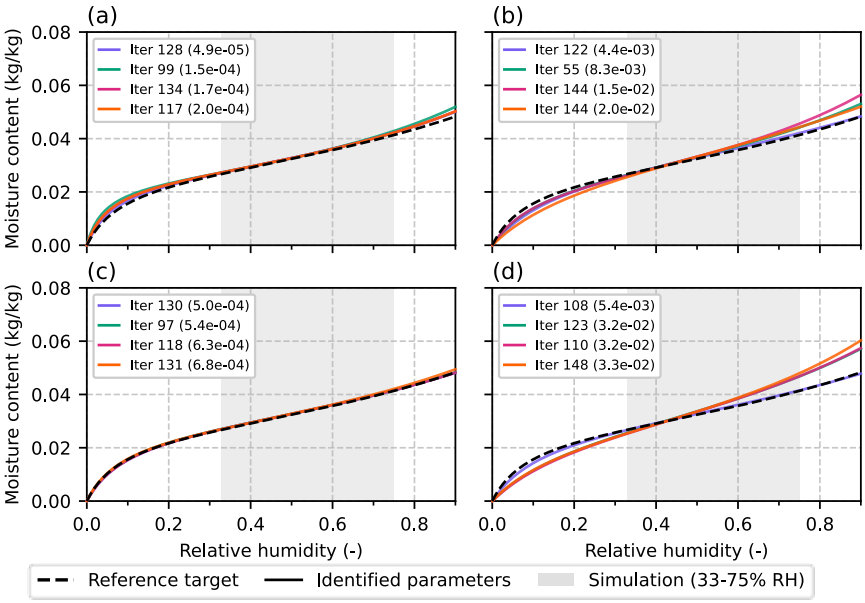


Figure 7 Comparison of the top four GAB sorption isotherms found by BO (a, c) and CMA-ES (b, d). The top row (a, b) corresponds to the ideal, while the bottom row (c, d) presents results for the noised reference dataset. Values in parentheses denote the objective function cost for each iteration

These results correspond only to the optimization between the numerical solver and the mathematical parameters, assuming the solver accurately captures the physical sorption process. Other discrepancies can be introduced between simulation and laboratory measurements, but this falls outside the scope of this analysis. A primary limitation of this study is the use of a simplified model and the untested behavior of the algorithms under a higher number of unknowns. While this study

investigated only three main GAB parameters, the optimization process can be easily scaled up with other unknowns, such as thermal conductivity, specific heat capacity, or sorption hysteresis. It can also be expanded with the energy equation and temperature measurements at the bottom of the sample (similarly to RH_{50}).

The proposed workflow, integrating PyFluent with Optuna, provides an efficient framework for parameter identification. By treating the numerical solver as a black box, this method decouples the optimization process from the resource-heavy and rigid ANSYS Workbench environment. Consequently, the approach is not limited to ANSYS Fluent and can be easily adapted to other CFD solvers. Moreover, Optuna offers dynamic data management, making the solution easily scalable and parallelizable. Specifically, multiple solver instances can run independently and connect to a single shared database. This allows for concurrent evaluations and provides a collective optimization history for the next trials, significantly reducing the overall computational time.

Conclusions

This paper presented a comprehensive comparison of CMA-ES and BO in the inverse problem of determining the unknown parameters of the GAB sorption isotherm model. To isolate the performance of these optimization algorithms and address high computational costs, a simplified isothermal moisture transport model implemented in ANSYS Fluent was utilized as a fast-running benchmark. The optimization framework integrated the Optuna library with ANSYS Fluent via PyFluent, treating the numerical solver as a black-box model. A normalized, time-weighted cost function was applied to effectively anchor the optimization process in critical transient stages, such as the initial vapor diffusion rate and peak moisture saturation. Overall, BO consistently outperformed the population-based CMA-ES algorithm in both parameter accuracy and convergence speed. The following conclusions may be drawn from the conducted studies:

- BO successfully recovered the baseline GAB parameters, achieving an objective function cost two orders of magnitude lower than CMA-ES after 150 iterations. Even with extended evaluations and an applied BI-Population restart strategy, CMA-ES could not escape local minima. In contrast, BO efficiently mapped the parameter correlations using its Gaussian Process surrogate model.
- The w_{m} coefficient was identified with the highest precision, followed by K. BO maintained relative errors for these parameters below 10% for ideal and noised datasets. CMA-ES showed similar accuracy but extended this error range up to 23% under noised conditions. Parameter C was the most challenging to identify, likely due to the flat gradients caused by demanding reference mass transport. While CMA-ES systematically underestimated the coefficient and converged to local minima, BO successfully recovered this parameter with high accuracy, but only for the noised reference dataset.
- BO consistently aligned with the reference target across the entire simulation range and accurately captured the isotherm behavior outside the simulated 33-75% RH boundary. Conversely, CMA-ES failed to reconstruct the global material properties, showing severe divergence in the high-humidity extrapolation region (RH>0.75).
- The proposed Optuna-PyFluent workflow decouples the optimization loop from the resource-heavy ANSYS Workbench environment. This approach provides a scalable and parallelizable framework that allows for concurrent solver evaluations, significantly reducing the overall optimization cost.

While this study focused on three main GAB parameters, the database-driven workflow can be easily scaled up to identify other unknown material properties, such as thermal conductivity, specific heat capacity, or sorption hysteresis. Future research will apply this framework to more complex CFD models, incorporating the energy equation with dynamic temperature measurements. Finally, the performance of the BO algorithm will be validated against actual laboratory measurements to assess its accuracy and robustness on real-world data.

Acknowledgements

This work was funded by the National Science Centre (Poland) under project "Development and testing of innovative low-processed clay building composites modified with a protein-based biopolymer" no. 2024/53/B/ST8/04308.

Nomenclature

C	GAB model parameter (-)
D_{eff}	effective diffusion coefficient (m² s⁻¹)
$f(\mathbf{x})$	objective function (-)
$J(\mathbf{x})$	total cost function (-)
K	GAB model parameter (-)
k_{kin}	linear sorption coefficient (s⁻¹)
m	total moisture content (kg)
$\dot{m}_{\mathrm{bw}}$	rate of moisture mass transfer (kg m⁻³ s⁻¹)
N	number of total observations (-)
n	number of timesteps (-)
t	time (s)
W_{bw}	bound water content (kg m⁻³)
W_{eq}	equilibrium moisture content (kg m⁻³)
w	moisture content (kg kg⁻¹)
w_{m}	GAB model parameter – monolayer moisture content (kg kg⁻¹)
$\mathbf{x}$	vector of unknown parameters (-)
$\alpha(\mathbf{x})$	acquisition function (-)
$\Delta\phi_{\mathrm{ref}}$	normalization factor (varies)
ε	normalized error term (-)
ϵ_{g}	volume fraction of the gaseous phase – porosity (-)
$\mu(\mathbf{x})$	prior mean function (-)
$\mu_{\mathrm{n}}(\mathbf{x})$	posterior predictive mean (-)
ρ_{a}	air density (kg m⁻³)
ρ_{v}	vapor density (kg m⁻³)
$\sigma_n(\mathbf{x})$	prediction uncertainty (-)
φ	relative humidity (-)
ϕ	monitored variable (varies)
ω	time-dependent weight (-)

References

[1] EN ISO 12571:2021, Hygrothermal performance of building materials and products - Determination of hygroscopic sorption properties, 2021.
[2] S. Rouchier, “Solving inverse problems in building physics: An overview of guidelines for a careful and optimal use of data,” Energy Build., vol. 166, pp. 178–195, May 2018, doi: 10.1016/j.enbuild.2018.02.009.
[3] A. W. M. Van Schijndel, “Integrated modeling of dynamic heat, air and moisture processes in buildings and systems using SimuLink and COMSOL,” Build. Simul., vol. 2, no. 2, pp. 143–155, Jun. 2009, doi: 10.1007/s12273-009-9411-x.
[4] E. Vereecken, S. Roels, and H. Janssen, “Inverse hygric property determination based on dynamic measurements and swarm-intelligence optimisers,” Build. Environ., vol. 131, pp. 184–196, Mar. 2018, doi: 10.1016/j.buildenv.2017.12.030.
[5] S. Rouchier, M. Woloszyn, and T. Bejat, “Identification of Envelope Hygrothermal Properties Based on In-situ Sensor Measurements and Stochastic Inverse Methods,” Energy Procedia, vol. 78, pp. 943–948, Nov. 2015, doi: 10.1016/j.egypro.2015.11.025.
[6] S. Khaled, M. Bart, S. Pretot, and F. Collet, “Development of an inverse method for identifying the hygric properties of hysteretic building materials: Application on cellular concrete and hemp-concrete,” J. Build. Eng., vol. 125, p. 116101, May 2026, doi: 10.1016/j.jobe.2026.116101.
[7] M. Wasik, R. Galiński, and P. Łapka, “Determination of the sorption curve of hygroscopic building materials by the inverse method: a preliminary study,” presented at the 16th International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications, Jun. 2025.
[8] J. Blahovec and S. Yanniotis, “GAB Generalized Equation for Sorption Phenomena,” Food Bioprocess Technol., vol. 1, no. 1, pp. 82–90, Mar. 2008, doi: 10.1007/s11947-007-0012-3.
[9] M. Wasik and P. Łapka, “Preliminary mathematical and numerical non-equilibrium transient air and moisture transfer model in hemp concretes,” in Postępy w badaniach wymiany ciepła i masy, Politechnika Białostocka, 2022. doi: 10.24427/978-83-67185-30-1_41.
[10] Blank, Julian, “Solving computationally expensive problems using surrogate-assisted optimization,” Michigan State University. doi: 10.25335/4M58-XY33.
[11] H. Ji, L. Qi, M. Lyu, Y. Lai, and Z. Dong, “Improved Bayesian Optimization Framework for Inverse Thermal Conductivity Based on Transient Plane Source Method,” Entropy, vol. 25, no. 4, p. 575, Mar. 2023, doi: 10.3390/e25040575.
[12] P. I. Frazier, “A Tutorial on Bayesian Optimization,” 2018, arXiv. doi: 10.48550/ARXIV.1807.02811.
[13] B. Shahriari, K. Swersky, Z. Wang, R. P. Adams, and N. De Freitas, “Taking the Human Out of the Loop: A Review of Bayesian Optimization,” Proc. IEEE, vol. 104, no. 1, pp. 148–175, Jan. 2016, doi: 10.1109/JPROC.2015.2494218.
[14] M. Binois and N. Wycoff, “A Survey on High-dimensional Gaussian Process Modeling with Application to Bayesian Optimization,” ACM Trans. Evol. Learn. Optim., vol. 2, no. 2, pp. 1–26, Jun. 2022, doi: 10.1145/3545611.
[15] M. L. Santoni, E. Raponi, R. D. Leone, and C. Doerr, “Comparison of High-Dimensional Bayesian Optimization Algorithms on BBOB,” ACM Trans. Evol. Learn. Optim., vol. 4, no. 3, pp. 1–33, Sep. 2024, doi: 10.1145/3670683.
[16] N. Hansen, “The CMA Evolution Strategy: A Comparing Review,” in Towards a New Evolutionary Computation, vol. 192, J. A. Lozano, P. Larrañaga, I. Inza, and E. Bengoetxea, Eds., in Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 192. , Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006, pp. 75–102. doi: 10.1007/3-540-32494-1_4.
[17] N. Hansen, “The CMA Evolution Strategy: A Tutorial,” 2016, arXiv. doi: 10.48550/ARXIV.1604.00772.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_84

Parametric analysis of zirconium steam oxidation as a coupled heat and hydrogen source using a simplified 0D thermochemical model

KACPER BURY[1], TOMASZ BURY[2]

[1] Cracow University of Technology, Faculty of Chemical Engineering and Technology
Warszawska 24, 31–155 Cracow, Poland
[1] e-mail: kacper.bury42@student.pk.edu.pl
[2] Silesian University of Technology, Faculty of Energy and Environmental Engineering
Konarskiego 18, 44–100 Gliwice, Poland
[2] e-mail: tomasz.bury@polsl.pl

Keywords: nuclear reactor, zirconium oxidation, hydrogen generation, parabolic kinetics, thermochemical coupling

Zirconium steam oxidation is an important high-temperature thermochemical process in water-cooled nuclear reactors because it simultaneously releases heat and generates hydrogen. During LOCA-type transients, this reaction may contribute to the thermal response of fuel cladding and to the formation of a hydrogen source term for further safety analyses. This paper presents a simplified zero-dimensional thermochemical model of zirconium steam oxidation treated as a coupled heat and hydrogen source. The model combines parabolic oxidation kinetics, Arrhenius-type temperature dependence, a lumped energy balance of the cladding control volume and a hydrogen mass balance derived from reaction stoichiometry. The oxidation heat is introduced directly into the energy equation as a temperature-dependent source term, which makes it possible to analyse the feedback between cladding temperature, oxidation rate, chemical power and hydrogen production. A series of parametric calculations was performed to evaluate the influence of selected thermal and kinetic parameters on the oxidation process. The analysed parameters included the initial cladding temperature, effective heat transfer coefficient, external heat input, oxidation correlation, reaction heat feedback and effective thermal mass. The results show that the initial temperature and heat removal conditions have the strongest influence on hydrogen generation and total reaction heat. The choice of oxidation correlation also significantly affects the predicted source terms, confirming the importance of kinetic uncertainty in simplified modelling. Reaction heat feedback becomes more pronounced when the effective thermal mass of the analysed control volume is reduced. Although the proposed model does not represent detailed fuel rod behaviour or system-level accident progression, it provides a transparent thermodynamic framework for analysing the coupled nature of zirconium steam oxidation. The model may be useful for preliminary parametric studies, educational interpretation and generation of simplified heat and hydrogen source terms for further analyses.

Introduction

Zirconium-based alloys are widely used as fuel cladding materials in water-cooled nuclear reactors due to their favourable combination of mechanical properties, corrosion resistance under normal operating conditions and relatively low neutron absorption cross-section [1, 2]. Under nominal reactor operation, the cladding acts as the first physical barrier separating nuclear fuel from the coolant and the primary circuit. Its integrity is therefore essential for maintaining the confinement of fission products and ensuring safe heat removal from the fuel. However, the behaviour of zirconium alloys

changes significantly when the cladding is exposed to high-temperature steam during accident conditions.

One of the most important accident scenarios in water-cooled reactors is a loss-of-coolant accident (LOCA). In such conditions, partial or complete degradation of core cooling may lead to a rapid increase in fuel rod and cladding temperatures. When the temperature of zirconium alloy cladding reaches a sufficiently high level, the oxidation reaction between zirconium and steam becomes intensive. This reaction is strongly exothermic and, at the same time, produces hydrogen. Consequently, zirconium steam oxidation is not only a material degradation process, but also a coupled thermochemical phenomenon that affects both the energy balance of the heated core region and the mass balance of gases released into the reactor system or containment [3–5].

The heat released during zirconium oxidation may become an additional source term in the thermal balance of the fuel cladding. This is particularly important because the reaction rate increases strongly with temperature. As a result, a positive feedback mechanism may occur: an increase in cladding temperature accelerates oxidation, faster oxidation releases more heat, and the additional heat further increases the temperature. Such thermal–chemical coupling is one of the reasons why high-temperature zirconium oxidation plays a significant role in accident progression analyses. In severe accident conditions, this process may contribute to cladding embrittlement, fuel rod degradation, hydrogen accumulation and, under unfavourable circumstances, to hydrogen combustion risks [6–8].

The second direct consequence of zirconium steam oxidation is hydrogen generation. The amount and rate of hydrogen production depend on the oxidised zirconium mass, the temperature history of the cladding and the availability of steam. From the point of view of reactor safety, hydrogen generation is important because it affects the composition of the gas mixture in the containment and may influence the requirements for hydrogen mitigation systems, such as passive autocatalytic recombiners or igniters. Although detailed system-level safety analyses require advanced computational tools, simplified models are useful for identifying the dominant physical mechanisms and estimating the relative importance of the oxidation heat source and hydrogen production under selected accident conditions.

In engineering analyses, high-temperature zirconium oxidation is often described using empirical or semi-empirical kinetic correlations. A common approach is based on parabolic oxidation kinetics, which reflects the diffusion-controlled growth of the oxide layer. In this framework, the oxidation rate is expressed as a function of temperature, usually by an Arrhenius-type relation. Such a formulation allows the oxidation process to be coupled directly with the thermal response of the cladding. Despite its simplicity, this approach is suitable for illustrating the nonlinear character of the process and for demonstrating the feedback between temperature, oxidation rate, heat release and hydrogen generation [9–11].

The aim of this paper is to develop and analyse a simplified lumped-parameter thermochemical model of zirconium steam oxidation during LOCA-type conditions in water-cooled nuclear reactors. The model combines parabolic oxidation kinetics, Arrhenius-type temperature dependence, an energy balance of the cladding control volume and a simplified hydrogen mass balance based on reaction stoichiometry. The heat generated by the oxidation reaction is introduced into the energy equation as a temperature-dependent internal source term. This makes it possible to evaluate the instantaneous

chemical power of the reaction and its influence on the temperature evolution of the analysed control volume.

The proposed approach is intentionally simplified and should not be regarded as a substitute for detailed reactor safety codes. Its purpose is rather to provide a transparent thermodynamic framework for analysing the coupled nature of zirconium steam oxidation. The model is used to illustrate how the oxidation heat source and hydrogen generation evolve during simplified high-temperature steam exposure conditions representative of LOCA-type transients. Particular attention is paid to the nonlinear dependence of the process on temperature and to the conditions under which thermal–chemical feedback may become significant.

1. Physical background of zirconium steam oxidation

1.1. Role of zirconium alloys in water-cooled reactors

Zirconium alloys are commonly used as fuel cladding materials in light water reactors because of their favourable nuclear and thermomechanical properties. The most important advantage of zirconium from the reactor physics point of view is its low thermal neutron absorption cross-section. This makes zirconium-based alloys suitable for use in the reactor core, where any excessive neutron absorption by structural materials would reduce neutron economy and negatively affect fuel utilisation. At the same time, zirconium alloys provide sufficient mechanical strength, dimensional stability and corrosion resistance under normal operating conditions in high-temperature water or steam environments [1, 2].

In a typical fuel rod, the cladding forms a thin metallic tube surrounding the ceramic uranium dioxide fuel pellets. It performs several functions simultaneously. First, it maintains the geometry of the fuel column and provides mechanical support for the fuel. Second, it acts as the first engineered barrier against the release of fission products from the fuel into the primary coolant. Third, it participates in heat transfer from the fuel pellets to the coolant. Therefore, the thermal and mechanical integrity of the cladding is essential for safe reactor operation.

Under normal operating conditions, zirconium alloys are exposed to high-temperature coolant and ionising radiation. Their surface is gradually covered by a protective oxide layer, mainly zirconium dioxide. This oxide layer is usually thin and its growth is controlled by corrosion processes occurring over long operating periods. In such conditions, oxidation is an important ageing and material degradation phenomenon, but it does not dominate the short-term thermal behaviour of the fuel rod.

The situation changes significantly during accident conditions, especially when the cladding is exposed to steam at elevated temperatures. If the cooling of the reactor core is degraded, fuel rod temperatures may increase rapidly. Above a certain temperature range, zirconium oxidation in steam becomes much more intensive. The process is then no longer only a slow corrosion mechanism, but a fast high-temperature chemical reaction. As a result, the cladding material becomes both a reacting solid phase and a source of heat and hydrogen. This dual role is crucial for accident progression analyses in water-cooled nuclear reactors.

The use of zirconium alloys therefore involves a specific safety-related compromise. The same material properties that make zirconium suitable for normal reactor operation do not eliminate its chemical reactivity under high-temperature steam conditions. For this reason, zirconium steam oxidation has

been extensively investigated in the context of design-basis accidents, beyond-design-basis accidents and severe accident scenarios [3-5].

1.2. High-temperature oxidation reaction

The global reaction between zirconium and steam can be written as:

$$Zr + 2H_2O \rightarrow ZrO_2 + 2H_2 \quad (1)$$

In this reaction, metallic zirconium is oxidised to zirconium dioxide, while water vapour is reduced and molecular hydrogen is produced. The reaction is strongly exothermic, which means that chemical energy is released as heat. From the point of view of reactor safety, the reaction is important for two coupled reasons: it adds heat to the fuel rod or core region and it generates hydrogen, which may later affect the gas composition in the reactor coolant system or containment.

High-temperature zirconium oxidation is usually controlled by the transport of oxygen through the growing oxide layer. At sufficiently high temperatures and under steam-rich conditions, the oxide layer grows on the external surface of the cladding. As the layer becomes thicker, oxygen diffusion through zirconium dioxide becomes increasingly important. This leads to oxidation kinetics that are often approximated by a parabolic law. In its simplest form, the square of the oxide thickness or the square of the mass gain per unit surface area is proportional to time [6, 7].

The parabolic character of the process reflects the fact that the oxidation rate decreases with increasing oxide layer thickness if temperature remains constant. However, in accident conditions temperature does not remain constant. The cladding temperature may increase due to decay heat, reduced cooling, metal-water reaction heat and heat transfer from neighbouring regions. Therefore, the oxidation rate is not controlled only by the oxide layer thickness, but also by the instantaneous temperature. This makes the overall process strongly nonlinear.

The temperature dependence of the oxidation rate is commonly described using an Arrhenius-type relation. In this formulation, the kinetic coefficient increases exponentially with temperature. Even a moderate temperature increase may therefore cause a significant acceleration of the oxidation process. This feature is particularly important in the temperature range relevant to LOCA and severe accident conditions, where the transition from relatively slow oxidation to rapid oxidation may occur over a limited temperature interval.

It should be noted that reaction (1) represents a global stoichiometric description of the process. The real physicochemical behaviour of zirconium alloys in steam is more complex and may involve different oxide structures, oxygen diffusion into the metal, phase transformations, hydrogen effects, cladding deformation and degradation of mechanical properties. Nevertheless, for a simplified thermochemical model focused on heat release and hydrogen production, the global reaction provides a useful and transparent basis for deriving energy and mass source terms.

1.3. Heat release and hydrogen generation

The oxidation of zirconium by steam is associated with a large negative reaction enthalpy. In thermal analysis, this means that the process acts as an internal heat source. The total heat released depends on the amount of zirconium that has reacted, while the instantaneous thermal power depends on

the oxidation rate. Therefore, once the oxidation kinetics are known, the heat generation rate can be introduced directly into the energy balance of the analysed control volume.

For a fuel cladding segment, the oxidation heat source may be expressed as the product of the reaction enthalpy and the molar rate of zirconium oxidation. In a lumped-parameter formulation, this heat source is usually averaged over the analysed cladding mass or surface area. The resulting term may then be included in the energy equation together with other contributions, such as decay heat, heat exchange with the surrounding fluid, radiative heat transfer and heat conduction to adjacent structures. In the simplified model developed in this paper, the main purpose of the oxidation heat term is to represent the direct thermal feedback between reaction kinetics and cladding temperature.

The coupling between temperature and oxidation heat is especially important because of the Arrhenius-type temperature dependence of the kinetic coefficient. An increase in cladding temperature accelerates the reaction. Faster oxidation increases the heat generation rate. The additional heat may further increase the cladding temperature if it is not efficiently removed. This positive feedback mechanism does not necessarily lead to uncontrolled temperature escalation in every case, because heat losses, steam availability and finite zirconium inventory limit the process. However, it may noticeably modify the temperature history of the cladding during accident conditions.

Hydrogen generation follows directly from the stoichiometry of reaction (1). For each mole of zirconium oxidised, two moles of hydrogen are produced. Therefore, the hydrogen production rate is directly proportional to the zirconium oxidation rate. This relationship is particularly convenient in simplified modelling, because the same kinetic description can be used to determine both the heat source and the hydrogen source term.

The accumulated hydrogen mass is a key safety-related quantity. In the early stages of a LOCA, hydrogen may be generated locally in the reactor core or reactor coolant system. In later stages, it may be transported into the containment atmosphere. Depending on the amount of hydrogen, the availability of oxygen, steam concentration, mixing conditions and operation of mitigation systems, combustible mixtures may form. Therefore, even a simplified hydrogen mass balance can provide useful information on the relative importance of zirconium oxidation in accident progression.

From a thermodynamic point of view, zirconium steam oxidation is thus a coupled energy-and-mass source. The energy source is related to the reaction enthalpy, while the mass source is related to hydrogen generation. Both are controlled by the same oxidation kinetics and both depend strongly on temperature. This makes the process particularly suitable for analysis using a simplified thermochemical model.

1.4. Relevance to LOCA and severe accident progression

A loss-of-coolant accident is one of the fundamental accident scenarios considered in the safety analysis of water-cooled nuclear reactors. The initiating event leads to a reduction of coolant inventory or coolant flow through the core. If the cooling capability is not restored sufficiently quickly, fuel rod temperatures may increase. The cladding temperature response depends on the balance between decay heat generation, heat transfer to the remaining coolant or steam, emergency core cooling system performance and additional heat sources, including zirconium oxidation.

In design-basis LOCA analyses, the temperature of the cladding and the extent of oxidation are among the most important safety-related parameters. Excessive oxidation may lead to embrittlement of the cladding and degradation of its mechanical properties. For this reason, regulatory criteria for emergency core cooling system performance include limits related to peak cladding temperature and oxidation level. These criteria are intended to ensure that the fuel rod geometry and coolability are maintained during and after the accident [8, 9].

In beyond-design-basis and severe accident conditions, zirconium steam oxidation becomes even more significant. If core cooling is severely degraded for a longer time, high-temperature oxidation may contribute to rapid heat-up, cladding failure, fuel rod degradation and hydrogen generation. The produced hydrogen may be transported to the containment, where it becomes an important factor in severe accident management. The events at Fukushima Daiichi demonstrated the practical importance of hydrogen generation and combustion phenomena during severe nuclear accidents [10, 11].

The relevance of zirconium oxidation is not limited to hydrogen risk alone. The process also affects the thermal state of the core. The heat released by metal-water reaction may become comparable to other heat sources over specific time intervals and local regions, especially when the reaction rate increases rapidly at high temperature. Thus, neglecting the oxidation heat source may lead to an underestimation of the rate of temperature increase in simplified analyses. Conversely, including this source term allows the model to represent the feedback between cladding temperature and chemical reaction intensity.

A detailed prediction of LOCA and severe accident progression requires advanced integral codes and best-estimate safety analysis tools. Such codes include complex models of core thermal-hydraulics, heat transfer, fuel rod behaviour, oxidation, hydrogen transport, containment phenomena and engineered safety systems. However, simplified models remain valuable for educational, preliminary and interpretative purposes. They allow the dominant mechanisms to be isolated and analysed in a transparent way.

The present paper focuses on this simplified modelling perspective. Instead of attempting to reproduce the full spatial and system-level complexity of a reactor accident, the model treats zirconium steam oxidation as a coupled thermochemical source term. This approach makes it possible to analyse how oxidation kinetics, heat generation and hydrogen production interact with the temperature evolution of a selected cladding control volume. Such a formulation is particularly useful for demonstrating the nonlinear character of the process and for identifying the conditions under which thermal–chemical feedback becomes important.

2. Model formulation

The purpose of the model developed in this paper is to describe, in a simplified but thermodynamically consistent way, the coupling between zirconium steam oxidation, heat release and hydrogen generation. The model is formulated for a selected fuel cladding control volume exposed to high-temperature steam under LOCA-type conditions [3-5]. The approach is based on lumped parameters, which means that spatial gradients inside the analysed control volume are not resolved explicitly. Instead, the state of the cladding segment is represented by average quantities such as temperature, oxide layer thickness, oxidised zirconium mass and generated hydrogen mass.

The model is not intended to reproduce the full complexity of fuel rod behaviour during a reactor accident. In particular, detailed thermal-hydraulic phenomena, axial and radial temperature distributions, cladding deformation, ballooning, rupture, relocation of materials and complex containment processes are outside the scope of this formulation. The main objective is to isolate the thermal–chemical feedback associated with zirconium oxidation and to express it in a form suitable for transparent numerical implementation.

2.1. General assumptions of the lumped 0D model

The analysed system is a representative cladding segment of length L, outer radius r_o, inner radius r_i, external surface area $A_s$and cladding mass m_c. The cladding is assumed to be made of a zirconium-based alloy, which is approximated in the model as zirconium for the purpose of reaction stoichiometry. The segment is exposed to steam on its external surface. The oxidation process is therefore assumed to occur on the outer cladding surface.

The following assumptions are introduced:

- The cladding segment is treated as a lumped thermal capacity with a uniform temperature T.
- Steam is available at the oxidising surface, so the oxidation rate is controlled mainly by temperature and oxide layer growth.
- The oxide layer grows uniformly over the external surface of the analysed segment.
- The global reaction between zirconium and steam is represented by the stoichiometric equation (1).
- The oxidation process follows parabolic kinetics, which is consistent with diffusion-controlled oxide layer growth.
- The temperature dependence of the kinetic coefficient is described by an Arrhenius-type relationship.
- The heat released by the reaction is introduced into the cladding energy balance as an internal heat source.
- Hydrogen production is calculated directly from the oxidation rate using reaction stoichiometry.

The adopted assumptions are consistent with the simplified source-term-oriented modelling approach used for preliminary analysis of zirconium oxidation phenomena [12-14].

All symbols used in the mathematical formulation are summarised in the Nomenclature section, while only selected quantities essential for understanding the model are additionally explained in the main text.

The external surface area of the analysed cladding segment is defined as:

$$A_s = 2\pi r_o L \tag{2}$$

while the cladding volume may be expressed as:

$$V_c = \pi\left(r_o^2 - r_i^2\right)L \tag{3}$$

and the corresponding cladding mass is:

$$m_c = \rho_c V_c \tag{4}$$

In the simplified model, the thermal inertia of the analysed segment is represented by the product $m_c c_{p,c}$, where $c_{p,c}$is the specific heat capacity of the cladding material.

The mass of zirconium consumed by oxidation is related to the volume of metal transformed into zirconium dioxide. In the present formulation, the detailed moving boundary between the metallic zirconium and the oxide layer is not resolved. Instead, oxidation progress is represented by an equivalent oxidised zirconium mass $m_{Zr,ox}$, which increases with time according to the kinetic model described in the following subsection.

This simplified representation is sufficient for the main purpose of the present analysis, namely the evaluation of two coupled source terms: the chemical heat release rate and the hydrogen generation rate. Both quantities are directly related to the rate of zirconium oxidation.

2.2. Oxide layer growth and parabolic oxidation kinetics

High-temperature oxidation of zirconium in steam is commonly approximated by parabolic kinetics [12, 13]. This type of kinetics reflects the diffusion-controlled character of oxide layer growth. As the oxide layer becomes thicker, the transport path for oxygen increases and, at constant temperature, the instantaneous oxidation rate decreases.

A general parabolic law for the oxide layer thickness may be written as:

$$\delta_{ox}^2 = K_p t \tag{5}$$

where K_p is the parabolic rate coefficient. In its simplest form, the square of the oxide thickness or the square of the mass gain per unit surface area is proportional to time [12,13]. If the initial oxide thickness is not negligible, equation (5) may be written in a more general form:

$$\delta_{ox}^2 - \delta_{ox,0}^2 = K_p t \tag{6}$$

For transient calculations, it is more convenient to use the differential form of the parabolic law. Differentiating equation (6) with respect to time gives:

$$2\delta_{ox} \frac{d\delta_{ox}}{dt} = K_p \tag{7}$$

and therefore:

$$\frac{d\delta_{ox}}{dt} = \frac{K_p}{2\delta_{ox}} \tag{8}$$

Equation (8) shows that, for a given value of K_p, the oxide layer growth rate decreases as the oxide layer becomes thicker. However, in accident conditions $K_p$is not constant, because the cladding temperature changes with time. The kinetic coefficient must therefore be treated as a temperature-dependent quantity.

To avoid numerical singularity at $\delta_{ox} = 0$, the calculation may be started from a small initial oxide thickness $\delta_{ox,0}$. This value can be interpreted as a pre-existing oxide film formed during normal reactor operation or as a numerical regularisation parameter. In practical calculations, the influence of this initial value becomes negligible once high-temperature oxidation becomes intensive.

The oxidised zirconium mass can be related to the oxide layer growth rate. If the oxide layer grows uniformly over the external cladding surface, the rate of zirconium consumption may be approximated as:

$$\frac{dm_{Zr,ox}}{dt} = \rho_{Zr} A_s \frac{d\delta_{Zr,eq}}{dt} \tag{9}$$

In a simplified formulation, the equivalent consumed zirconium thickness can be related to the oxide thickness by a stoichiometric and density correction factor:

$$\delta_{Zr,eq} = \chi \delta_{ox} \tag{10}$$

where χ is a conversion coefficient accounting for the molar masses and densities of zirconium and zirconium dioxide. Thus:

$$\frac{dm_{Zr,ox}}{dt} = \rho_{Zr} A_s \chi \frac{d\delta_{ox}}{dt} \tag{11}$$

In the present model, equation (11) provides the link between oxide layer growth and the amount of zirconium participating in the reaction. This oxidised mass is then used to calculate both the chemical heat generation rate and the hydrogen production rate.

2.3. Arrhenius-type temperature dependence

The parabolic rate coefficient K_p is strongly dependent on temperature. This dependence is commonly described using an Arrhenius-type expression [9-13]:

$$K_p(T) = K_{p,0} \mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{12}$$

where $K_{p,0}$ is the pre-exponential factor, E_a is the activation energy of the oxidation process.

The exponential form of equation (12) is responsible for the strong nonlinearity of the oxidation process. At relatively low temperatures, the value of K_p is small and the oxide layer grows slowly. When the temperature increases, the kinetic coefficient may rise by several orders of magnitude, leading to a rapid increase in oxidation rate. Therefore, the oxidation process may remain limited over a certain temperature range and then accelerate significantly once high-temperature conditions are reached.

Substituting equation (12) into equation (8) gives the transient oxide layer growth rate:

$$\frac{d\delta_{ox}}{dt} = \frac{K_{p,0}}{2\delta_{ox}} \mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{13}$$

Equation (13) is one of the key relations in the model. It couples the oxidation rate directly with the cladding temperature. Since the cladding temperature is itself influenced by the heat released during oxidation, the model forms a feedback loop between the thermal state and the chemical reaction rate.

Combining equations (11) and (13), the rate of zirconium oxidation may be written as:

$$\frac{dm_{Zr,ox}}{dt} = \rho_{Zr} A_s \chi \frac{K_{p,0}}{2\delta_{ox}} \mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{14}$$

This relation is used in the following subsections to formulate the heat generation rate and the hydrogen source term. It should be emphasised that the kinetic parameters $K_{p,0}$ and E_a depend on the selected oxidation correlation, material type and temperature range [9-13]. Therefore, they should be treated as model parameters rather than universal constants.

2.4. Coupling between oxidation rate and heat generation

The oxidation reaction between zirconium and steam is exothermic. Therefore, the rate of zirconium consumption is directly related to the rate of chemical heat release. If the molar rate of zirconium oxidation is known, the instantaneous heat generation rate may be calculated using the reaction enthalpy.

The molar rate of zirconium oxidation is obtained from the mass rate of zirconium consumption:

$$\frac{dn_{Zr,ox}}{dt} = \frac{1}{M_{Zr}} \frac{dm_{Zr,ox}}{dt} \tag{15}$$

The corresponding chemical heat generation rate is expressed as:

$$\dot{Q}_{ox} = -\Delta H_r \frac{dn_{Zr,ox}}{dt} \tag{16}$$

where ΔH_r is the molar enthalpy of the zirconium-steam reaction. Since the reaction is exothermic, ΔH_r is negative. The minus sign in equation (16) is introduced so that $\dot{Q}_{ox}$ is positive when heat is released to the analysed control volume.

By substituting equation (15) into equation (16), the heat generation rate can be written as:

$$\dot{Q}_{ox} = -\frac{\Delta H_r}{M_{Zr}} \frac{dm_{Zr,ox}}{dt} \tag{17}$$

Finally, using the expression for the zirconium oxidation rate given by equation (14), the oxidation heat source becomes:

$$\dot{Q}_{ox} = -\frac{\Delta H_r}{M_{Zr}} \rho_{Zr} A_s \chi \frac{K_{p,0}}{2\delta_{ox}} \mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{18}$$

Equation (18) explicitly shows the nonlinear dependence of the chemical heat generation rate on temperature. The same relation also shows that the heat generation rate depends on the available reacting surface area and on the current oxide layer thickness. At a given temperature, a thicker oxide layer reduces the instantaneous growth rate due to the parabolic character of the process. However, the exponential temperature dependence may dominate this effect under high-temperature accident conditions.

For further analysis, it is also useful to define the specific chemical power related to the cladding mass:

$$q_{ox} = \frac{\dot{Q}_{ox}}{m_c} \tag{19}$$

This quantity can be directly compared with other heat sources expressed in the energy balance, for example decay heat or external heat fluxes converted into an equivalent specific power.

The main advantage of this formulation is that the chemical heat source is not prescribed independently. It results from the instantaneous oxidation rate, which is itself controlled by the current thermal state of the cladding. Thus, the coupling between chemical kinetics and thermal response is introduced in a physically consistent way.

2.5. Energy balance of the cladding/control volume

The simplified form of the heat transfer term is adopted to retain the source-term character of the model and should not be interpreted as a detailed LOCA thermal-hydraulic representation [3, 5]. The thermal behaviour of the analysed cladding segment is described using a lumped energy balance. The cladding is treated as a control volume with uniform temperature T, mass $m_c$and specific heat capacity $c_{p,c}$. The general form of the energy balance may be written as:

$$m_c c_{p,c} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} + \dot{Q}_{ox} \tag{20}$$

where $\dot{Q}_{in}$ represents heat supplied to the cladding from other sources, $\dot{Q}_{out}$ represents heat removed from the cladding to the surroundings and $\dot{Q}_{ox}$ is the heat released by zirconium oxidation.

In a reactor accident, the terms $\dot{Q}_{in}$ and $\dot{Q}_{out}$ may include several physical processes. Heat input may be associated with decay heat generated in the fuel and transferred to the cladding, heat conduction from adjacent regions or radiative exchange with hotter structures. Heat removal may occur through convection to steam or water, radiation to surrounding surfaces, conduction to neighbouring parts of the fuel rod and, during reflooding, intensive cooling by emergency core cooling water.

In the simplified formulation used in this paper, the energy balance is written in a form suitable for parametric analysis:

$$m_c c_{p,c} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_d - hA_s(T - T_\infty) + \dot{Q}_{ox} \tag{21}$$

where $\dot{Q}_d$is an effective heat input representing decay heat transferred to the analysed cladding segment.

The second term on the right-hand side of equation (21) represents simplified convective heat removal. It should be interpreted as an effective heat loss term rather than a detailed thermal-hydraulic model. In more advanced formulations, this term could be replaced by correlations for steam convection, radiation heat transfer, quench front propagation or two-phase cooling during reflooding. However, for the purpose of analysing the thermal–chemical feedback, the simplified heat removal term is sufficient.

After substituting the oxidation heat source from equation (18), the complete temperature evolution equation becomes:

$$m_c c_{p,c} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_d - hA_s(T - T_\infty) - \frac{\Delta H_r}{M_{Zr}} \rho_{Zr} A_s \chi \frac{K_{p,0}}{2\delta_{ox}} \mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{22}$$

Equations (13) and (22) form the core of the coupled thermochemical model. Equation (13) describes the oxide layer growth rate, while equation (22) describes the temperature evolution of the cladding segment. These two equations are mutually coupled: temperature determines the oxidation rate, and oxidation determines the additional heat source in the energy balance.

For comparison purposes, a reference case without oxidation heat can also be defined:

$$m_c c_{p,c} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_d - hA_s(T - T_\infty) \tag{23}$$

The comparison between equations (22) and (23) makes it possible to evaluate the influence of oxidation heat on the temperature history of the cladding. This comparison is particularly useful for illustrating the conditions under which the chemical heat source becomes significant.

It should be emphasised that the effective parameters $\dot{Q}_d$, $h$and T_∞do not represent a complete LOCA thermal-hydraulic model. They are introduced to define the thermal environment of the cladding control volume in a simplified way. The purpose of this formulation is not to predict the exact peak cladding temperature in a real reactor accident, but to analyse the relative contribution of zirconium oxidation to the energy balance.

2.6. Hydrogen mass balance

Hydrogen generation is calculated directly from the stoichiometry of the zirconium-steam reaction. According to equation (1), one mole of zirconium produces two moles of hydrogen. Therefore, the molar hydrogen generation rate is:

$$\frac{dn_{H_2}}{dt} = 2\frac{dn_{Zr,ox}}{dt} \tag{24}$$

Using equation (15), the hydrogen molar generation rate may be expressed in terms of zirconium mass consumption:

$$\frac{dn_{H_2}}{dt} = \frac{2}{M_{Zr}}\frac{dm_{Zr,ox}}{dt} \tag{25}$$

The corresponding hydrogen mass generation rate is:

$$\frac{dm_{H_2}}{dt} = M_{H_2}\frac{dn_{H_2}}{dt} \tag{26}$$

Combining equations (25) and (26) gives:

$$\frac{dm_{H_2}}{dt} = 2\frac{M_{H_2}}{M_{Zr}}\frac{dm_{Zr,ox}}{dt} \tag{27}$$

After substituting equation (14), the hydrogen mass generation rate becomes:

$$\frac{dm_{H_2}}{dt} = 2\frac{M_{H_2}}{M_{Zr}}\rho_{Zr}A_s\chi\frac{K_{p,0}}{2\delta_{ox}}\mathrm{e}^{-\frac{E_a}{RT}} \tag{28}$$

The accumulated hydrogen mass is obtained by integration over time:

$$m_{H_2}(t) = \int_0^t \frac{dm_{H_2}}{dt}\,dt \tag{29}$$

If the hydrogen is assumed to be released into a control volume representing the containment atmosphere, its average molar concentration can be estimated from:

$$x_{H_2} = \frac{n_{H_2}}{n_{gas,0} + n_{H_2}} \tag{30}$$

This expression is a simplified estimate and assumes perfect mixing, no hydrogen removal and no additional gas sources or sinks. In a real containment, hydrogen distribution depends on local release paths, steam condensation, natural circulation, stratification, recombination and combustion phenomena. These effects are not included in the present model.

For the purpose of the present study, the hydrogen balance is used mainly to evaluate the amount and rate of hydrogen generated by the analysed cladding segment or by a scaled-up equivalent reacting surface [4, 5]. The model therefore provides a direct connection between oxidation kinetics, heat release and hydrogen source terms.

2.7. Numerical implementation

The coupled model consists of a system of ordinary differential equations describing the evolution of cladding temperature, oxide layer thickness, oxidised zirconium mass and generated hydrogen mass. The primary state variables are: $T(t), \delta_{ox}(t), m_{Zr,ox}(t), m_{H_2}(t)$.

The governing equations are solved in the time domain using an explicit time-stepping procedure. At each time step, the current cladding temperature is used to calculate the parabolic rate coefficient from the Arrhenius relation. The oxide layer growth rate is then evaluated, followed by the rate of zirconium consumption, the chemical heat generation rate and the hydrogen generation rate. Finally, the cladding temperature is updated using the energy balance.

The numerical algorithm may be summarised as follows:

1. Define the initial values of T, δ_{ox}, $m_{Zr,ox}$and m_{H_2}.
2. Calculate $K_p(T)$ from the Arrhenius relation.
3. Calculate $\frac{d\delta_{ox}}{dt}$ from the parabolic oxidation law.
4. Calculate $\frac{dm_{Zr,ox}}{dt}$from the oxide growth rate.
5. Calculate $\dot{Q}_{ox}$ from the zirconium oxidation rate.
6. Calculate $\frac{dm_{H_2}}{dt}$from reaction stoichiometry.
7. Update the cladding temperature from the energy balance.
8. Repeat the procedure until the final simulation time is reached.

In the explicit scheme, the state variables at time $t + \Delta t$ are calculated as:

$$T^{k+1} = T^k + \left(\frac{dT}{dt}\right)^k \Delta t \tag{31}$$

$$\delta_{ox}^{k+1} = \delta_{ox}^k + \left(\frac{d\delta_{ox}}{dt}\right)^k \Delta t \tag{32}$$

$$m_{Zr,ox}^{k+1} = m_{Zr,ox}^k + \left(\frac{dm_{Zr,ox}}{dt}\right)^k \Delta t \tag{33}$$

$$m_{H_2}^{k+1} = m_{H_2}^k + \left(\frac{dm_{H_2}}{dt}\right)^k \Delta t \tag{34}$$

where the superscript k denotes the current time step and Δt is the time step size.

Because the oxidation rate may change rapidly with temperature, the time step should be selected carefully. Too large a time step may lead to numerical instability or to an underestimation of rapid transients. In the present calculations, the time step is chosen to ensure stable and smooth evolution of all state variables. For strongly accelerated oxidation regimes, smaller time steps may be required.

The model was implemented in a numerical calculation environment allowing direct integration of the governing equations and parametric variation of input quantities. The implementation makes it possible to compare cases with and without oxidation heat, analyse the influence of kinetic parameters, evaluate the accumulated hydrogen mass and identify the temperature range in which thermal–chemical feedback becomes significant.

3. Case study: simplified LOCA scenario for a pressurized water reactor

The case study represents a generic LOCA-type high-temperature steam exposure of a zirconium alloy fuel cladding segment in a pressurized water reactor [3, 5].

The main purpose of the case study is to demonstrate how the thermochemical model formulated in the previous section can be applied to analyse the coupled evolution of cladding temperature, oxide layer growth, oxidation heat release and hydrogen generation. For this reason, the analysed scenario is intentionally reduced to a representative cladding control volume exposed to high-temperature steam. The thermal boundary conditions are expressed using effective parameters, which makes it possible to focus on the influence of zirconium steam oxidation on the local energy and mass balance.

3.1. Definition of the analysed control volume

The analysed control volume represents a short segment of a fuel rod cladding exposed to steam during a LOCA-type transient. The cladding segment is treated as a cylindrical tube of length L, outer radius r_o, inner radius r_i, external surface area A_s, volume V_c and mass m_c. The conceptual representation of the analysed 0D cladding control volume is shown in Figure 1. The oxidation process is assumed to occur on the external surface of the cladding, where steam is available.

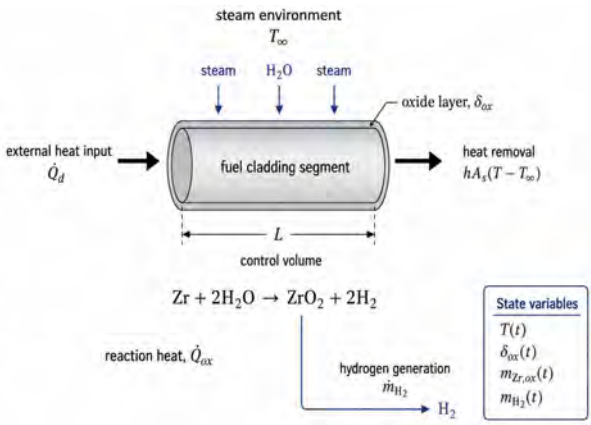


Figure 1. Conceptual representation of the 0D cladding control volume used in the simplified thermochemical model
Source: own elaboration.

The control volume does not include the full fuel pellet, gas gap, plenum or neighbouring rods. Their influence is represented in a simplified way by the effective heat input term $\dot{Q}_d$ in the energy balance. This heat input may be interpreted as the fraction of decay heat and stored thermal energy transferred to the cladding segment during the analysed stage of the transient. Similarly, heat removal to the surrounding steam or gas mixture is described by an effective heat transfer coefficient h and an ambient temperature T_∞.

This formulation allows the physical interpretation of the control volume to remain simple. The cladding segment receives heat, loses heat to its surroundings and simultaneously generates additional heat due to zirconium steam oxidation. The same oxidation process produces hydrogen according to the reaction stoichiometry. Therefore, the selected control volume provides a convenient basis for analysing the local thermal–chemical feedback.

In the base case, the initial cladding temperature is assumed to be elevated, corresponding to the early high-temperature phase of a LOCA-type event. The initial oxide layer thickness is assumed to be small but non-zero. This avoids numerical singularity in the parabolic growth equation and may also represent a pre-existing oxide film formed during normal operation. The initial hydrogen mass is set to zero, because the model focuses on hydrogen generated during the analysed transient.

For possible scaling to a larger core region, the calculated results for a single cladding segment may be multiplied by an equivalent number of reacting segments or by an equivalent reacting surface area. In such a case, the model does not attempt to describe the spatial distribution of oxidation in the core. Instead, it provides an estimate of the total heat and hydrogen source terms for an assumed active reacting surface.

3.2. Boundary and initial conditions

The initial and boundary conditions are selected to represent a simplified high-temperature steam environment. The cladding temperature at the beginning of the calculation is denoted by T_0. The surrounding steam or gas temperature is denoted by T_∞. The temperature difference between the cladding and the surrounding medium determines the direction and intensity of heat exchange through the effective heat loss term.

The initial conditions for the state variables are:

$$T(0) = T_0$$
$$\delta_{ox}(0) = \delta_{ox,0}$$
$$m_{Zr,ox}(0) = 0$$
$$m_{H_2}(0) = 0$$

The thermal boundary conditions are not described by a detailed two-phase flow model, since the purpose of the case study is to analyse the influence of selected effective parameters rather than to reproduce a complete LOCA thermal-hydraulic transient. Instead, the thermal environment is represented by three effective quantities: $\dot{Q}_d$, h and T_∞.

This simplified representation is suitable for a parametric analysis because it allows the intensity of cooling and heating to be varied independently. For example, a low value of h may represent degraded heat removal under steam-dominated conditions, while a higher value may represent more effective

cooling. Similarly, different values of $\dot{Q}_d$may be used to analyse the influence of the assumed heat input from the fuel region.

Steam availability is assumed not to limit the oxidation process in the base case. This assumption is consistent with the purpose of the model, which is to analyse the thermal–chemical feedback under conditions where zirconium oxidation can proceed. In more detailed models, steam starvation, hydrogen-rich atmospheres or local flow limitations could reduce the oxidation rate. These effects are not included in the present formulation.

3.3. Model parameters

The parameters used in the case study can be divided into geometrical parameters, material properties, kinetic parameters, thermal boundary conditions and numerical parameters. Their role in the simplified model is summarised in Table 1, while the detailed notation and units are given in the Nomenclature section.

Table 1. Main parameters used in the simplified case study

Parameter group	Parameters	Role in the model
Geometrical parameters	L, r_o, r_i, A_s, V_c	Define the cladding control volume and reacting surface area
Material properties	ρ_c, ρ_{Zr}, $c_{p,c}$, M_{Zr}, M_{H2}, ΔH_r	Define thermal inertia, stoichiometry and reaction heat release
Oxidation kinetics	K_p, $K_{p,0}$, E_a, $\delta_{ox,0}$, χ	Determine oxide growth rate and zirconium consumption
Thermal boundary conditions	T_0, T_∞, h, $\dot{Q}_d$, $\dot{Q}_{ext}$	Define the simplified thermal environment of the cladding segment
Numerical parameters	Δt, t_{end}	Define the time integration procedure
Parametric variants	T_0, h, $\dot{Q}_{ext}$, kinetic correlation, m_{eff}, reaction heat on/off	Define the sensitivity studies performed in Series A–E

Source: own elaboration.

The use of effective parameters is intentional. The present model is not designed to reproduce all local phenomena occurring in a real reactor core during LOCA. Instead, it allows the influence of selected parameters to be analysed in a controlled way. In particular, the sensitivity to T_0, h, $K_{p,0}$ and E_a is important because these quantities directly affect the onset and intensity of the thermal–chemical feedback.

In the numerical calculations, the kinetic parameters should be selected from one consistent oxidation correlation. Mixing parameters from different correlations or different temperature ranges should be avoided. Since zirconium oxidation kinetics may differ between alloys and experimental conditions, the selected correlation should be clearly identified in the final version of the paper.

3.4. Investigated variants

Several calculation variants are defined to demonstrate the influence of zirconium oxidation on the cladding thermal response and hydrogen generation. The first variant is a reference case without

oxidation heat. In this case, the cladding temperature changes only due to the effective heat input and heat removal terms. This variant provides a baseline for evaluating the effect of chemical heat release.

The second variant includes zirconium oxidation heat in the energy balance. The oxidation rate is calculated from the parabolic kinetic model and the reaction heat is introduced as an additional source term. The comparison between the first and second variants shows how much the exothermic reaction modifies the temperature evolution of the cladding.

The third group of variants is used to analyse the sensitivity of the results to the initial cladding temperature. This is important because the oxidation rate depends exponentially on temperature. A relatively small change in T_0may lead to a large change in the predicted oxidation rate, chemical power and hydrogen generation rate.

The fourth group of variants concerns the effective heat transfer coefficient h. This parameter represents the intensity of heat removal from the cladding to the surrounding steam or gas. A low value of $h$corresponds to weak heat removal and may promote temperature escalation. A higher value of $h$reduces the cladding temperature and may limit the acceleration of oxidation.

The investigated variants are summarised in Table 2.

Table 2. Calculation variants considered in the parametric analysis

Series	Varied parameter	Purpose
A	Initial cladding temperature	influence of initial thermal state
B	Effective heat transfer coefficient	influence of heat removal intensity
C	External heat input	influence of external heat supply
D	Oxidation correlation	influence of kinetic model uncertainty
E	Reaction heat feedback and effective thermal mass	influence of thermochemical feedback and thermal inertia

Source: own elaboration.

The results obtained for these variants are analysed in terms of four main output quantities: cladding temperature, oxide layer thickness, instantaneous oxidation heat generation rate and accumulated hydrogen mass. This set of quantities allows the thermal and chemical consequences of zirconium steam oxidation to be evaluated consistently.

For the purpose of interpretation, special attention is paid to the comparison between the reference case and the coupled oxidation case. If the difference between these two cases is small, the oxidation heat source may be considered secondary under the analysed conditions. If the difference becomes significant, the results indicate that the zirconium-steam reaction contributes noticeably to the energy balance and may accelerate the temperature rise. This comparison provides a clear measure of the importance of thermal–chemical feedback in the analysed simplified scenario.

4. Results and discussion

The numerical model was used to perform a set of parametric calculations for the simplified 0D cladding control volume. The analysed cases were divided into five series. Series A was used to investigate the influence of the initial cladding temperature. Series B concerned the effective heat transfer coefficient. Series C analysed the influence of the external heat input. Series D compared

different zirconium steam oxidation correlations. Finally, Series E was used to evaluate the influence of reaction heat feedback and effective thermal mass.

The results are discussed using the following output quantities: maximum and final cladding temperature, oxidised zirconium mass, accumulated hydrogen mass, maximum hydrogen generation rate, maximum chemical power of the oxidation reaction, total reaction heat, total heat removed by convection and the duration of selected temperature ranges. The calculations were performed for a simplified transient lasting 2000 s.

It should be emphasised that the calculated values refer to the assumed 0D control volume and the adopted scaling parameters. Therefore, they should not be interpreted as direct predictions for a complete reactor core. Their purpose is to demonstrate the sensitivity of the coupled thermochemical process to selected thermal and kinetic parameters.

4.1. Influence of initial cladding temperature — Series A

Series A was used to analyse the influence of the initial cladding temperature on the oxidation process. Four initial temperatures were considered: 1200 K, 1400 K, 1600 K and 1800 K. In all cases, the Baker–Just oxidation correlation was used, the effective heat transfer coefficient was set to $h = 50\ \mathrm{W/(m^2K)}$, and the external heat input was equal to $Q_{ext} = 2000\ \mathrm{W}$.

The results show a strong dependence of oxidation intensity on the initial cladding temperature. When T_0increased from 1200 K to 1800 K, the final accumulated hydrogen mass increased from 5.51×10^{-4} kgto 1.43×10^{-2} kg. This corresponds to an increase by a factor of approximately 26. The total reaction heat increased from 7.31 kJ to 189.24 kJ. The maximum chemical power increased even more strongly, from 4.85 kW to 529.67 kW.

This result confirms the strongly nonlinear character of zirconium steam oxidation. The initial temperature affects not only the early oxidation rate, but also the subsequent thermal–chemical feedback. The case with $T_0 = 1200$ Kproduced only a limited amount of hydrogen, whereas the case with $T_0 = 1800$ Kentered a much more intensive oxidation regime.

The time spent above selected temperature thresholds also increased with the initial temperature. For $T_0 = 1200$ K, the cladding remained above 1200 K only for a negligible time. For $T_0 = 1800$ K, the time above 1200 K increased to 53.26 s, while the time above 1000 K reached 93.82 s. This longer residence time at elevated temperature contributed to the greater oxidation extent and higher hydrogen generation. The influence of the initial cladding temperature on accumulated hydrogen mass and total reaction heat is presented in Figure 2(a,b).

4.2. Influence of effective heat transfer coefficient — Series B

Series B was used to investigate the effect of heat removal from the cladding control volume. The initial temperature was kept constant at $T_0 = 1600$ K, the external heat input was $Q_{ext} = 2000$ W, and the Baker–Just correlation was used. The effective heat transfer coefficient was varied from 10 to $100\ \mathrm{W/(m^2K)}$. The influence of the effective heat transfer coefficient on accumulated hydrogen mass and the duration of high-temperature exposure is shown in Figure 2(c,d).

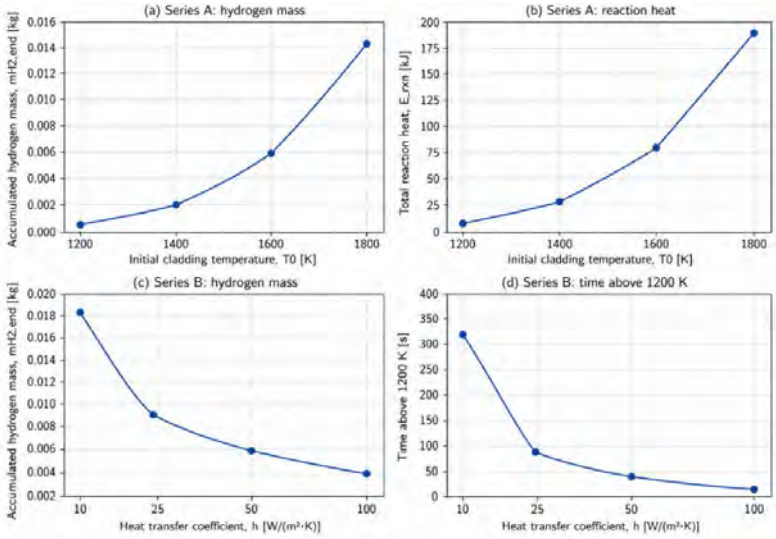


Figure 2. Influence of the initial cladding temperature and effective heat transfer coefficient on hydrogen generation, reaction heat and high-temperature exposure duration
Source: own elaboration.

The results indicate that the effective heat transfer coefficient has a major influence on the oxidation process. For the weakest heat removal case, $h = 10\ \mathrm{W/(m^2K)}$, the final temperature remained close to 1000 K and the cladding stayed above 1000 K during the whole simulated period. The accumulated hydrogen mass reached 1.83×10^{-2} kg, while the total reaction heat was 242.70 kJ.

For the strongest heat removal case, $h = 100\ \mathrm{W/(m^2K)}$, the accumulated hydrogen mass decreased to 4.01×10^{-3} kg, and the total reaction heat decreased to 53.18 kJ. Thus, reducing heat removal from $h = 100$ to $\frac{10\ \mathrm{W}}{\mathrm{m^2K}}$increased hydrogen generation and reaction heat by a factor of approximately 4.6.

The calculated maximum chemical power was the same in this series, because the initial temperature and kinetic correlation were identical and the maximum oxidation intensity occurred at the beginning of the transient. However, the duration of elevated temperature conditions differed significantly. For $h = 10\ \mathrm{W/(m^2K)}$, the time above 1200 K was 318.23 s, whereas for $h = 100\ \mathrm{W/(m^2K)}$it was only 18.72 s. This difference explains the much larger total oxidation extent in the low-heat-removal case.

These results show that the effective cooling conditions strongly control the cumulative effects of zirconium steam oxidation. Even if the peak reaction rate is initially similar, the integrated hydrogen production and total heat release may differ substantially due to different cooling rates.

4.3. Influence of external heat input — Series C

Series C was used to analyse the influence of external heat input to the cladding control volume. The initial temperature was $T_0 = 1600\ \mathrm{K}$, the effective heat transfer coefficient was

$h = 25\ \mathrm{W/(m^2K)}$, and the Baker–Just oxidation correlation was used. The external heat input was varied from 0 to 5000 W.

The accumulated hydrogen mass increased from 8.51×10^{-3} kgfor $Q_{ext} = 0$ Wto 1.04×10^{-2} kgfor $Q_{ext} = 5000$ W. The corresponding total reaction heat increased from 112.95 kJ to 138.07 kJ. The increase is noticeable, but less pronounced than in Series A and B.

The relatively moderate influence of external heat input in this series results from the fact that all cases start from the same high initial temperature of 1600 K. Therefore, intensive oxidation begins early in each variant. The external heat input mainly affects the duration of elevated temperature conditions rather than the initial reaction rate. This is visible in the time above 1200 K, which increased from 75.35 s for $Q_{ext} = 0$ Wto 119.98 s for $Q_{ext} = 5000$ W.

For the highest external heat input, the final cladding temperature remained close to 1000 K and the control volume stayed above 1000 K during the entire simulation. In contrast, for lower external heat inputs, the cladding cooled below 1000 K within the analysed time window. This indicates that the external heat source affects the long-term thermal state of the control volume and, consequently, the cumulative oxidation extent.

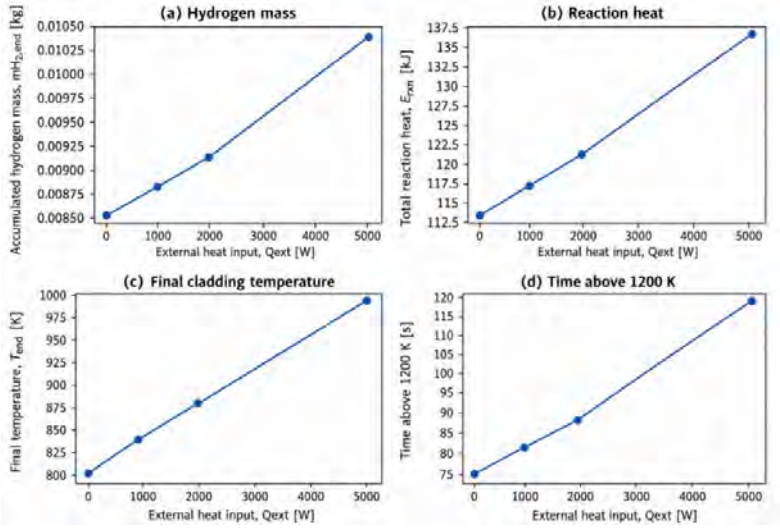


Figure 3. Influence of external heat input on accumulated hydrogen mass, reaction heat, final cladding temperature, and high-temperature exposure duration
Source: own elaboration.

The results of Series C, presented in Figure 3, show that the external heat input is important mainly through its influence on the thermal history. It extends the time spent in the temperature range favourable for oxidation, which increases total hydrogen generation and reaction heat.

4.4. Influence of oxidation correlation — Series D

Series D was used to compare the influence of different oxidation correlations. The same thermal boundary conditions were used in all cases: $T_0 = 1600$ K, $h = 25$ W/(m^{2}K), and $Q_{ext} = 2000$ W. Five correlations were compared: Baker–Just [9], Cathcart–Pawel [10], Urbanic–Heidrick [11], Leistikow–Schanz [15] and Prater–Courtright [16].

The calculated hydrogen masses differed significantly between correlations. The lowest accumulated hydrogen mass was obtained for the Leistikow–Schanz correlation, 5.90×10^{-3} kg. The highest value was obtained for the Baker–Just correlation, 9.13×10^{-3} kg. The Prater–Courtright correlation gave an intermediate but relatively high value of 7.93×10^{-3} kg.

A similar trend was observed for total reaction heat. The lowest value was obtained for Leistikow–Schanz, 78.33 kJ, while the highest value was obtained for Baker–Just, 121.11 kJ. The maximum chemical power varied from 117.80 kW for Urbanic–Heidrick Low to 212.12 kW for Baker–Just.

These differences show that the choice of oxidation correlation is one of the key sources of uncertainty in simplified modelling [12,13]. Even under identical thermal boundary conditions, the predicted hydrogen production and heat release may differ noticeably. This is particularly important because different correlations are based on different experimental datasets, materials and temperature ranges.

The comparison presented in Figure 4 confirms that the selected oxidation correlation has a noticeable influence on the predicted hydrogen source term and total reaction heat, even under identical thermal boundary conditions. The comparison also shows that the temperature histories were relatively similar, with maximum temperatures between approximately 1601 K and 1604 K. This means that, in this set of calculations, the kinetic correlation had a stronger effect on oxidation products and heat release than on the peak cladding temperature. The reason is that the effective thermal mass and heat transfer terms limited the temperature response, while the integrated oxidation extent remained sensitive to the kinetic law.

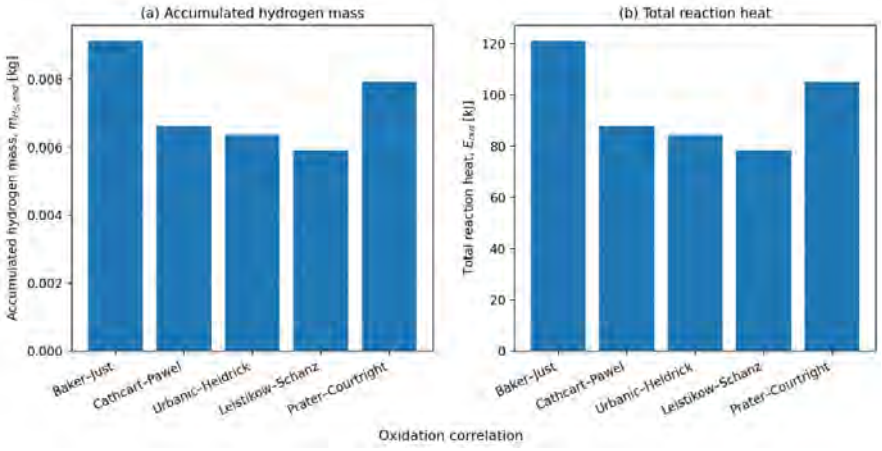


Figure 4. Comparison of oxidation correlations in terms of accumulated hydrogen mass and total reaction heat
Source: own elaboration.

4.5. Influence of reaction heat feedback and effective thermal mass — Series E

Series E was used to evaluate the effect of reaction heat feedback and effective thermal mass. The calculations were performed for $T_0 = 1600$ K, $h = 25$ W/(m^{2}K), $Q_{ext} = 5000$ W, and the Baker–Just correlation. Three effective thermal masses were considered: 5 kg, 2 kg and 1 kg. For each thermal mass, two variants were calculated: with reaction heat included in the energy balance and with reaction heat excluded from the energy balance.

It should be noted that, in the cases without reaction heat feedback, oxidation and hydrogen generation were still calculated, but the heat released by the reaction was not introduced into the temperature equation. This makes it possible to isolate the influence of thermal feedback.

Including reaction heat increased the accumulated hydrogen mass for all analysed effective thermal masses. For $m_{eff} = 5$ kg, the increase was approximately 16%, while for $m_{eff} = 2$ kg and $m_{eff} = 1$ kgit reached approximately 29% and 47%, respectively. The corresponding increase in maximum temperature was limited for the largest thermal mass but became more visible as the effective thermal inertia decreased, reaching 1625.94 K for $m_{eff} = 1$ kg. This confirms that the feedback effect is controlled not only by the oxidation rate but also by the thermal capacity of the analysed control volume.

For the analysed 0D control volume, these results clearly show that the importance of oxidation heat depends strongly on the effective thermal inertia of the system. When the effective thermal mass is large, the same amount of reaction heat produces only a small temperature increase. When the thermal mass is smaller, the reaction heat has a stronger influence on temperature, which intensifies oxidation and increases hydrogen generation.

The duration above 1200 K also increased when reaction heat was included. For $m_{eff} = 5$ kg, the time above 1200 K increased from 109.86 s to 119.98 s. For $m_{eff} = 1$ kg, it increased from 21.97 s to 27.47 s. Although these differences may appear moderate in absolute terms, they are important because the oxidation rate is highly temperature-dependent.

Figure 5 shows that the effect of reaction heat feedback becomes more pronounced as the effective thermal mass of the analysed control volume decreases.

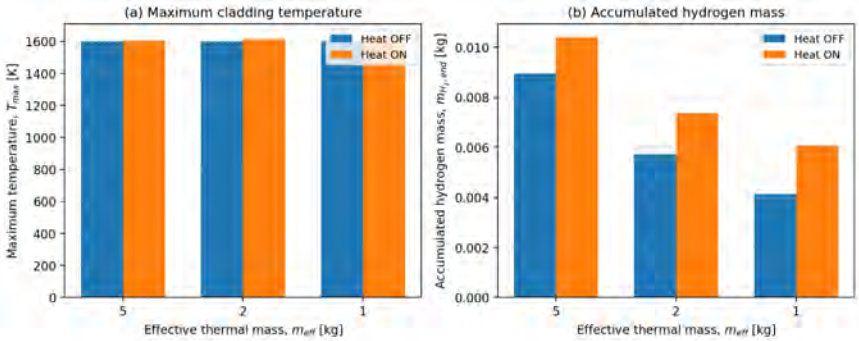


Figure 5. Influence of reaction heat feedback and effective thermal mass on maximum cladding temperature and accumulated hydrogen mass
Source: own elaboration.

4.6. General interpretation of thermal–chemical feedback

The performed calculations demonstrate that zirconium steam oxidation should be treated as a coupled thermal and chemical process. The oxidation rate determines both the chemical heat source and the hydrogen generation rate, while the oxidation rate itself depends strongly on the temperature history of the cladding control volume.

The results indicate that the initial thermal state and heat removal conditions are the dominant factors controlling the cumulative oxidation effects. External heat input mainly extends the duration of elevated temperature conditions, whereas the choice of kinetic correlation affects the predicted hydrogen source term and total reaction heat [12, 13].

The comparison of cases with and without reaction heat feedback shows that the exothermicity of the zirconium-steam reaction may intensify the process, especially for low effective thermal mass. Overall, the simplified 0D model captures the fundamental feedback between cladding temperature, oxidation kinetics, heat release and hydrogen generation, while remaining transparent enough for preliminary parametric studies.

5. Limitations of the model and further development

The model developed in this paper is intentionally simplified and should be interpreted as a transparent thermochemical representation of zirconium steam oxidation rather than a detailed fuel rod or reactor safety model. Its main purpose is to analyse the coupling between temperature, oxidation kinetics, heat release and hydrogen generation in a lumped cladding control volume. Therefore, several physical phenomena relevant to real accident conditions are not explicitly represented.

The first important limitation is the zero-dimensional character of the model. The cladding segment is treated as a lumped thermal capacity with uniform temperature. In reality, fuel rods are characterised by radial and axial temperature gradients, heat conduction through the fuel pellet and gas gap, non-uniform cladding temperature, local variations in steam availability and possible interaction with neighbouring rods [3, 5]. These effects may significantly influence the spatial distribution of oxidation and the local rate of hydrogen generation.

The second limitation is the simplified treatment of heat transfer. In the present formulation, heat removal is represented by an effective heat transfer coefficient and an effective surrounding temperature. This approach is useful for parametric analysis, but it does not describe the detailed thermal-hydraulic conditions during a LOCA. In particular, the model does not include two-phase flow, reflooding, quench front propagation, radiation heat transfer between rods, steam starvation or changes in coolant inventory [3, 5]. As a result, the calculated temperature history should be interpreted as a simplified thermal trajectory rather than a prediction of an actual peak cladding temperature.

The oxidation process is also represented in a simplified way. The model assumes parabolic oxide growth and uses empirical kinetic correlations to describe the temperature dependence of the oxidation rate. Such correlations are suitable for engineering estimates, but their applicability depends on alloy type, temperature range, atmosphere composition and experimental conditions [12, 13]. The comparison of different correlations performed in this study confirms that the choice of

kinetic law has a significant influence on the predicted hydrogen generation and reaction heat. Therefore, the selected correlation should always be treated as a source of modelling uncertainty.

Another limitation concerns the mechanical and material degradation of the cladding. The present model does not include cladding ballooning, rupture, embrittlement, phase transformations, cracking of the oxide layer, relocation of molten or degraded materials, or loss of cladding geometry [3, 7]. These phenomena may become important during severe accident progression and may change the available reacting surface area as well as the heat transfer conditions. In the present formulation, the reacting surface is prescribed and does not evolve due to mechanical degradation.

The hydrogen balance is limited to hydrogen generation from zirconium oxidation. The model does not describe hydrogen transport, mixing, stratification, recombination, combustion or interaction with the containment atmosphere [4, 8, 17]. Therefore, the calculated hydrogen mass should be interpreted as a source-term quantity that may be used as input for further analyses, not as a prediction of local hydrogen concentration or combustion risk in a containment volume.

Despite these limitations, the model provides a useful basis for further development. The first possible extension is the introduction of a one-dimensional radial thermal model of the fuel rod, including heat conduction in the fuel pellet, gas gap and cladding. This would make it possible to analyse the influence of internal fuel temperature and stored energy on the oxidation process. A second extension could include axial segmentation of the cladding, allowing non-uniform temperature and oxidation profiles along the fuel rod to be represented. Further development should also include more detailed heat transfer models. Depending on the analysed accident phase, convective heat transfer to steam, radiation exchange between rods, reflooding heat transfer or quench front motion could be introduced. In addition, the availability of steam at the oxidising surface could be treated explicitly, making it possible to analyse steam-limited or hydrogen-rich conditions. Another important direction is the coupling of the oxidation model with a larger system or containment model [4, 17]. In such a framework, the simplified 0D model could provide heat and hydrogen source terms for analyses of gas composition, pressure evolution, hydrogen mitigation systems or containment thermal-hydraulics. This would be particularly useful for connecting local cladding oxidation phenomena with global accident progression.

The model may also serve as a transparent educational and preliminary research tool for demonstrating the role of thermal–chemical feedback in zirconium steam oxidation.

Conclusions

The paper presented a simplified zero-dimensional thermochemical model of zirconium steam oxidation treated as a coupled heat and hydrogen source. The model combines parabolic oxidation kinetics, Arrhenius-type temperature dependence, a lumped energy balance of the cladding control volume and a hydrogen mass balance derived from reaction stoichiometry. This formulation makes it possible to analyse the feedback between cladding temperature, oxidation rate, chemical heat release and hydrogen generation in a transparent way.

The parametric calculations confirmed that the oxidation process is strongly controlled by the thermal state of the cladding. Among the analysed parameters, the initial cladding temperature had the strongest influence on hydrogen generation, total reaction heat and maximum chemical power.

Increasing the initial temperature from 1200 K to 1800 K led to a significant increase in oxidation intensity, which confirms the nonlinear character of zirconium steam oxidation.

The effective heat transfer coefficient also played an important role. Lower heat removal resulted in a longer residence time at elevated temperature and therefore increased the accumulated hydrogen mass and total reaction heat. This indicates that cooling conditions may strongly affect the cumulative consequences of zirconium oxidation, even when the initial reaction rate is similar.

The external heat input influenced the oxidation process mainly by extending the duration of high-temperature conditions. In the analysed range, its effect was less pronounced than that of the initial temperature or heat removal intensity, but it remained relevant for the long-term thermal behaviour of the control volume and the cumulative oxidation extent.

The comparison of oxidation correlations showed that kinetic uncertainty has a significant influence on predicted hydrogen generation and reaction heat. Different correlations led to noticeably different source terms under identical thermal boundary conditions. This result confirms that simplified models of zirconium steam oxidation should be accompanied by sensitivity studies with respect to the selected kinetic law.

The calculations with and without reaction heat feedback demonstrated that the exothermicity of the zirconium-steam reaction may intensify the oxidation process, especially when the effective thermal mass of the analysed control volume is low. For higher thermal inertia, the same reaction heat produces a smaller temperature increase, reducing the strength of the feedback.

Overall, the results confirm that zirconium steam oxidation should be treated as a coupled thermochemical process rather than as an isolated material degradation mechanism. Although the proposed model is not intended to replace detailed fuel rod or reactor safety codes, it provides a useful framework for preliminary parametric studies, interpretation of dominant mechanisms and generation of simplified heat and hydrogen source terms for further analyses.

Acknowledgements

A part of the paper is a result of statutory research at the Faculty of Energy and Environmental Engineering, the Silesian University of Technology.

Nomenclature

A_s	external surface area of the analysed cladding segment	m²
$c_{p,c}$	specific heat capacity of the cladding material	J/(kg·K)
E_a	activation energy of the oxidation process	J/mol
h	effective heat transfer coefficient	W/(m²·K)
K_p	parabolic oxidation rate coefficient	m²/s
$K_{p,0}$	pre-exponential factor in the Arrhenius relation	m²/s
L	length of the analysed cladding segment	m
m_c	cladding mass / effective thermal mass of the control volume	kg
m_{eff}	effective thermal mass used in selected calculation variants	kg

m_{H2}	accumulated hydrogen mass	kg
$m_{Zr,ox}$	mass of zirconium consumed by oxidation	kg
M_{H2}	molar mass of hydrogen	kg/mol
M_{Zr}	molar mass of zirconium	kg/mol
$n_{gas,0}$	initial amount of gas in the control volume	mol
n_{H2}	amount of hydrogen produced	mol
$n_{Zr,ox}$	amount of zirconium oxidised	mol
q_{ox}	specific chemical power of oxidation	W/kg
$\dot{Q}_d$	effective external heat input to the cladding segment	W
$\dot{Q}_{in}$	heat supplied to the cladding control volume	W
$\dot{Q}_{out}$	heat removed from the cladding control volume	W
$\dot{Q}_{ox}$	heat generation rate due to zirconium oxidation	W
$\dot{Q}_{ext}$	external heat input used in calculation variants	W
r_i	inner radius of the cladding	m
r_o	outer radius of the cladding	m
R	universal gas constant	J/(mol·K)
t	time	s
t_{end}	final simulation time	s
T	cladding temperature	K
T_0	initial cladding temperature	K
T_∞	effective surrounding steam/gas temperature	K
V_c	volume of the analysed cladding segment	m^3
x_{H2}	molar fraction of hydrogen	–
ΔH_r	molar enthalpy of zirconium-steam reaction	J/mol
Δt	time step	s
δ_{ox}	oxide layer thickness	m
$\delta_{ox,0}$	initial oxide layer thickness	m
$\delta_{Zr,eq}$	equivalent thickness of zirconium consumed by oxidation	m
ρ_c	density of the cladding material	kg/m^3
ρ_{Zr}	density of zirconium	kg/m^3
χ	oxide-to-metal thickness conversion factor	–

References

[1] Olander, D. R. (1976). *Fundamental aspects of nuclear reactor fuel elements*. Technical Information Center, Energy Research and Development Administration.
[2] Duderstadt, J. J., & Hamilton, L. J. (1976). *Nuclear reactor analysis*. John Wiley & Sons.
[3] OECD Nuclear Energy Agency. (2009). *Nuclear fuel behaviour in loss-of-coolant accident (LOCA) conditions: State-of-the-art report* (NEA No. 6846). OECD/NEA.

[4] IAEA. (2020). *Hydrogen phenomena during severe accidents in water cooled power reactors*. IAEA-TECDOC Series No. 72. International Atomic Energy Agency.
[5] OECD Nuclear Energy Agency. (2015). *Clad-coolant chemical interaction*. NEA/NSC/R(2015)5. OECD/NEA.
[6] U.S. Nuclear Regulatory Commission. (n.d.). *Acceptance criteria for emergency core cooling systems for light-water nuclear power reactors, 10 CFR 50.46*. U.S. NRC.
[7] U.S. Nuclear Regulatory Commission. (2008). *An assessment of safety margins in Zircaloy oxidation and embrittlement criteria for emergency core cooling systems*. U.S. NRC.
[8] IAEA. (2015). *The Fukushima Daiichi accident: Technical volume 1/5*. International Atomic Energy Agency.
[9] Baker, L., Jr., & Just, L. C. (1962). *Studies of metal-water reactions at high temperatures. III. Experimental and theoretical studies of the zirconium-water reaction* (ANL-6548). Argonne National Laboratory. https://doi.org/10.2172/4781681
[10] Cathcart, J. V., Pawel, R. E., McKee, R. A., Druschel, R. E., Yurek, G. J., Campbell, J. J., & Jury, S. H. (1977). *Zirconium metal-water oxidation kinetics. IV. Reaction rate studies* (ORNL/NUREG-17). Oak Ridge National Laboratory. https://doi.org/10.2172/7317596
[11] Urbanic, V. F., & Heidrick, T. R. (1978). High-temperature oxidation of Zircaloy-2 and Zircaloy-4 in steam. *Journal of Nuclear Materials, 75*(2), 251–261.
[12] Moalem, M., & Olander, D. R. (1991). Oxidation of Zircaloy by steam. *Journal of Nuclear Materials, 182*(2), 170–194.
[13] Billone, M. C., Chung, H. M., & Yan, Y. (2002). *Steam oxidation kinetics of zirconium alloys*. Argonne National Laboratory.
[14] IAEA. (2011). *Thermophysical properties database of materials for light water reactors and heavy water reactors*. IAEA-TECDOC-1496. International Atomic Energy Agency.
[15] Leistikow, S., & Schanz, G. (1987). Oxidation kinetics and related phenomena of Zircaloy-4 fuel cladding exposed to high temperature steam and hydrogen-steam mixtures under PWR accident conditions. *Nuclear Engineering and Design, 103*(1), 65–84.
[16] Prater, J. T., & Courtright, E. L. (1987). Oxidation of Zircaloy-4 in steam at 1300 to 2400°C. In *Zirconium in the Nuclear Industry: Seventh International Symposium* (ASTM STP 939). ASTM International.
[17] OECD Nuclear Energy Agency. (2021). *Benchmark study of the accident at the Fukushima Daiichi nuclear power plant*. OECD/NEA.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_85

Pomiar temperatury za pomocą nowego termometru w masywnej osłonie w zmiennych warunkach przepływowych przy wykorzystaniu metody odwrotnej

MAGDALENA JAREMKIEWICZ, MAREK MAJDAK

Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków
e-mail: magdalena.jaremkiewicz@pk.edu.pl

Słowa kluczowe: pomiar temperatury, stan nieustalony, metoda odwrotna, metoda objętości skończonych

W pracy przedstawiono oraz zweryfikowano eksperymentalnie metodę odwrotną kroczącą wykorzystaną do pomiaru nieustalonej temperatury płynu za pomocą termometrów o masywnej obudowie. Metoda opiera się na pomiarze temperatury w osi cylindra stanowiącego część obudowy termometru, w którym wydrążono otwór o małej średnicy w celu umieszczenia w nim termopary. Znane są zatem dwa warunki brzegowe w osi cylindra, które pozwalają na rozwiązanie odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła. Metoda wykorzystuje metodę objętości kontrolnych. Krocząc z objętości kontrolnej w osi termometru w kierunku brzegu obudowy, wyznaczana jest temperatura jej powierzchni zewnętrznej. Na podstawie bilansu energii dla objętości kontrolnej na brzegu obudowy oraz współczynnika wnikania ciepła wyznaczanego z korelacji na liczbę Nusselta znanej z literatury określana jest temperatura płynu. Metoda została najpierw zweryfikowana na podstawie testu obliczeniowego dla skokowej zmiany temperatury płynu, gdzie z rozwiązania bezpośredniego zagadnienia przewodzenia ciepła, dla zadanego współczynnika przejmowania ciepła, uzyskano temperaturę w osi termometru, a następnie z rozwiązania zagadnienia odwrotnego z powrotem temperaturę płynu. Zbadano wpływ kroku czasowego oraz liczby objętości kontrolnych na dokładność przedstawionej metody, również w przypadku, gdy dane wejściowe zostały zaburzone błędami przypadkowymi. Następnie metoda została zweryfikowana na stanowisku laboratoryjnym, na którym przebadano termometry o różnych średnicach. Stanowisko składa się z długiego prostego kanału, przez który przepływa powietrze nagrzewane w nagrzewnicy elektrycznej, a przepływ jest wymuszony przez wentylator. Zarówno prędkość przepływającego powietrza, jak i moc nagrzewnicy mogą być regulowane. Kształt i długość kanału pozwalają uzyskać przepływ rozwinięty hydraulicznie i termicznie. Temperaturę powietrza w warunkach nieustalonych określono na podstawie przedstawionej metody odwrotnej, a następnie porównano ją z temperaturą zmierzoną w tym samym czasie za pomocą cienkiej termopary płaszczowej. Sprawdzono również, czy wybór najbardziej korzystnego podziału na objętości kontrolne i kroku czasowego w teście obliczeniowym pokrywa się z wynikami uzyskanymi podczas weryfikacji eksperymentalnej.

Wstęp

Pomiar nieustalonej temperatury czynnika o wysokim ciśnieniu, wysokiej temperaturze i dużej prędkości jest trudny do realizacji. Stosowane w takich przypadkach termometry posiadają masywną osłonę oraz dużą bezwładność cieplną, a uzyskane z pomiaru wartości temperatury są obarczone dużym błędem. Jednocześnie pomiar temperatury jest ważnym i szeroko stosowanym pomiarem w procesach przemysłowych [1-2].

Większość prac dotyczących pomiarów temperatury płynów koncentruje się na pomiarach w stanach ustalonych, gdy temperatura czynnika roboczego jest stała, a jej pomiar może być wykonywany z dużą dokładnością. Uwzględnia się w nich jedynie nieustaloną odpowiedź termometru na skokową zmianę temperatury płynu w celu oszacowania stałej czasowej termometru. Stała czasowa termometru w znacznym stopniu zależy od współczynnika wnikania ciepła na powierzchni zewnętrznej osłony termometrycznej, dlatego jej pomiar zazwyczaj wykonuje się dla powietrza i wody (w przypadku powietrza współczynnik wnikania ciepła jest znacznie mniejszy niż w przypadku wody). Dynamiczny błąd pomiaru temperatury jest zazwyczaj szacowany dla nagłych zmian temperatury płynu.

Gdy temperatura płynu zmienia się w czasie, odpowiedź czasowa termometru może być bardzo długa, w zależności od rodzaju termometru i średnicy zewnętrznej osłony [1-6]. Największą trudność stwarza niewystarczająca znajomość własności dynamicznych termometrów o złożonej budowie, jak również zmieniającego się w czasie współczynnika wnikania ciepła na powierzchni zewnętrznej osłony termometru. Nawet dla termopar płaszczowych i termometrów rezystancyjnych o niewielkich średnicach błędy dynamiczne pomiaru temperatury mogą być duże [7-8]. Błędy te można znacznie zmniejszyć modelując termopary jako obiekty inercyjne I-go lub II-go rzędu [8]. Ponadto technika pomiarowa zaproponowana w pracy [8] uwzględnia zależność stałej czasowej termometru od prędkości czynnika roboczego.

Pomiarom nieustalonej temperatury płynu poświęca się mało uwagi, pomimo ogromnego praktycznego znaczenia problemu. W wielu wysokotemperaturowych systemach przemysłowych, takich jak na przykład elektrownie konwencjonalne lub jądrowe, nieustalona temperatura czynnika roboczego podczas rozruchu powinna być mierzona z dużą dokładnością, aby uniknąć poddawania elementów ciśnieniowych działaniu zbyt wysokich temperatur. Dokładny pomiar nieustalonej temperatury czynnika roboczego jest niezbędny do prawidłowego określenia naprężeń cieplnych w elementach konstrukcyjnych. Wyznaczanie temperatury płynu o wysokim ciśnieniu, szczególnie nadkrytycznym, jest niezwykle trudnym zadaniem ze względu na masywną osłonę termometru, która powoduje opóźnienie i tłumienie wskazań [1-2, 7, 9]. Ze względu na brak metod pomiaru nieustalonej temperatury płynu, naprężenia cieplne w elementach ciśnieniowych są określone metodami odwrotnymi [10].

Przegląd dostępnej literatury pokazuje, że istnieje niewiele artykułów dotyczących pomiaru nieustalonej temperatury płynu. Metoda określania temperatury płynu z uwzględnieniem zmian stałej czasowej termometru, związanych ze zmieniającą się prędkością czynnika, została opracowana jedynie w artykule [7]. Jest ona jednak odpowiednia jedynie dla pomiarów temperatury czynnika o ciśnieniu zbliżonym do ciśnienia atmosferycznego. Jedną z bardziej powszechnych metod pomiaru nieustalonej temperatury ciał stałych i płynów jest technika oparta na wykorzystaniu ciekłych kryształów. Badania eksperymentalne dotyczące wykorzystania ciekłych kryształów do pomiarów przepływu i temperatury czynnika w małej pionowej szczelinie przedstawiono w [11]. Metoda ta polega na tym, że termochromowe ciekłe cząstki kryształów dysperguje się w przepływającym płynie. Wraz ze zmianą temperatury cząstki kryształu zmieniają kolor światła odbijanego. Badania dotyczące pomiarów za pomocą ciekłych kryształów przedstawia również praca [12]. Jej autorzy mierzyli lokalne fluktuacje temperatur w ścianie i płynie podczas wrzenia pęcherzykowego, stosując niezakapsułkowane termochromowe ciekłe kryształy o wysokiej przestrzennej i czasowej rozdzielczości. Badania polegały na obserwacji kamerą o dużej prędkości wykonywania klatek kształtów rosnącego pęcherza i temperatury ciekłego kryształu poniżej pęcherza. Metoda ciekłych kryształów jest najbardziej

przydatna w badaniach laboratoryjnych. Techniki pomiarów chwilowych, na przykład termoparami lub czujnikami zimnego i gorącego przewodu, są wykorzystywane głównie do pomiaru nieustalonej temperatury w kolektorach ssących i wylotowych w silnikach diesla lub z zapłonem iskrowym [13-14]. Podobne rozwiązania stosuje się do pomiaru temperatury w przepływach pulsujących w komorach ssących sprężarek tłokowych [15]. Aby osiągnąć krótki czas reakcji, stosuje się w nich mikrotermopary lub bardzo cienkie termoanemometry. Czujniki tego typu nie są jednak odpowiednie do pomiarów nieustalonej temperatury czynnika o wysokim ciśnieniu przepływającego z dużą prędkością. Aby zmniejszyć dynamiczny błąd pomiaru temperatury gazu w kolektorze wydechowym silnika, w pracy [16] zaproponowano zastosowanie równania regulatora PID. Z kolei w [17] opracowano nową obudowę termometru do pomiaru temperatury gazu w zakresie od -40 do 1000°C. Koniec tego termometru wypełniony jest ceramiczną masą o wysokiej przewodności cieplnej, w zakresie od 0,5 do 3 W/(mK). Koncepcja ta może być stosowana w wysokich temperaturach, ale z powodu cienkiej obudowy czujnika nie jest odpowiednia do pomiarów w gazach o wysokim ciśnieniu i przepływających z dużą prędkością. W takim przypadku przepływający czynnik wywierałby duży nacisk na termometr, powodując duży moment zginający, którego nie wytrzymałaby cienka obudowa czujnika temperatury. W przypadku, gdy termometr ma złożoną budowę, potrzebny jest matematyczny model wymiany ciepła pomiędzy nim, a otaczającym go powietrzem w celu określenia temperatury gazu. Model taki został zaproponowany w [18], gdzie temperatura gazu jest określana iteracyjnie. Niestety, procedura iteracyjna nie zawsze pozwala uzyskać poprawną temperaturę gazu, ponieważ proces iteracyjny może być rozbieżny.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki testów obliczeniowych i badań eksperymentalnych metody odwrotnej kroczącej wykorzystanej do pomiaru nieustalonej temperatury powietrza za pomocą termometrów o masywnej osłonie. Metoda opiera się na metodzie objętości skończonych. Na podstawie pomiaru temperatury w osi symetrii obudowy termometru, traktowanej jak pełny cylinder, wyznaczana jest temperatura jej zewnętrznej powierzchni. Następnie, wykorzystując pomiar prędkości czynnika roboczego, obliczane są współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni termometru oraz temperatura płynu. Zweryfikowano dokładność metody i określono najkorzystniejszy sposób podziału osłony termometru na objętości kontrolne oraz długość kroku czasowego. Weryfikację metody przeprowadzono również na specjalnie w tym celu zbudowanym stanowisku laboratoryjnym, stanowiącym tunel powietrzny.

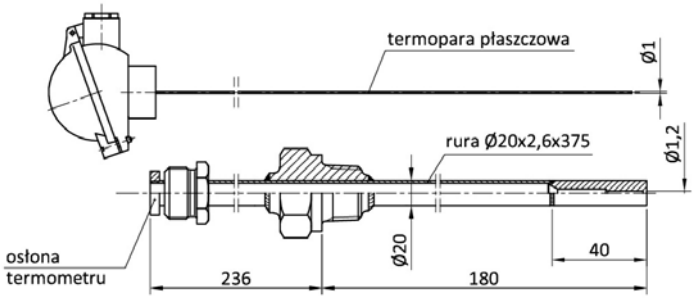
1. Metoda odwrotna krocząca

Zaproponowana metoda pomiaru nieustalonej temperatury wymaga zastosowania termometrów o nowej konstrukcji, których obudowę stanowi masywny cylinder. W osi cylindra wykonany jest otwór o bardzo małej średnicy (rysunek 1.), do którego wsunięta jest termopara płaszczowa. Aby zminimalizować opór kontaktowy pomiędzy płaszczem termopary a powierzchnią otworu, wartości średnic termopary i otworu w cylindrze są bardzo do siebie zbliżone. Osłona termometru będzie traktowana jako pełny cylinder o znanej temperaturze w osi.

Do wyznaczenia rozkładu temperatury wewnątrz termometru o przedstawionej konstrukcji i temperatury czynnika zastosowana zostanie metoda odwrotna krocząca.

Równanie różniczkowe przewodzenia ciepła dla elementu cylindrycznego ma postać [19-20]:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right],\ 0 \le r \le r_t \tag{1}$$



Rysunek 1. Budowa termometru o średnicy zewnętrznej 20 mm
Źródło: opracowanie własne.

W rozpatrywanym przypadku znane są dwa warunki brzegowe w osi elementu (r = 0), tj. znana z pomiaru temperatura:

$$T|_{r=0} = T_1(t) \tag{2}$$

oraz gęstość strumienia ciepła (rozpatrywany przypadek jest osiowo symetryczny):

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 \tag{3}$$

Z rozwiązania zagadnienia odwrotnego (1)–(3) wyznaczane są rozkład temperatury w elemencie oraz temperatura na jego zewnętrznej powierzchni ($r = r_t$). Temperatura czynnika określana jest wówczas z warunku brzegowego III-go rodzaju dla zewnętrznej powierzchni cylindra:

$$\lambda(T)\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_t} = \alpha\left(T_{cz} - T|_{r=r_t}\right). \tag{4}$$

Współczynnik wnikania ciepła α w warunku brzegowym (4) może zmieniać się w czasie, jeśli zmianie ulegają strumień masowy lub ciśnienie czynnika.

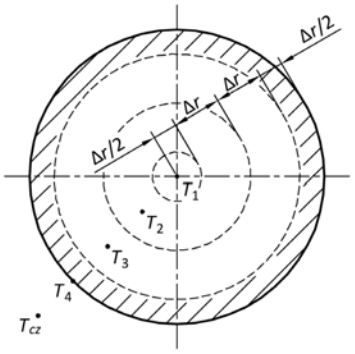
Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego (1)-(3) otrzymano przy wykorzystaniu metody objętości skończonych [21]:

$$\Delta V_i c(T_i)\rho(T_i)\frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_c}\dot{Q}_{i,j} + \Delta V_i \dot{q}_v(T_i). \tag{5}$$

Osłona termometru rozpatrywana jest jako pełny cylinder bez otworu, podzielony na objętości kontrolne. Przykład podziału na cztery objętości kontrolne przedstawia rysunek 2. W środku grubości każdej z objętości znajduje się węzeł. Jeśli węzły rozmieszczone są w jednym kierunku promieniowym, odległości pomiędzy kolejnymi są takie same i wynoszą Δr. Podział jest realizowany w taki sposób, że ostatni węzeł znajduje się na zewnętrznej powierzchni elementu. Położenie ostatniego węzła na brzegu cylindra ułatwia sformułowanie warunku brzegowego (4) w postaci dyskretnej.

Czujnik temperatury umieszczony jest w osi cylindra i za jego pomocą realizowany jest pomiar temperatury w węźle 1. Temperatury w kolejnych węzłach są obliczane wyłącznie na podstawie temperatury zmierzonej w węźle 1 z rozwiązania zagadnienia odwrotnego. Stosując metodę objętości skończonych, dla wszystkich węzłów można zapisać równania bilansu energii. Dla przypadku przedstawionego na rysunku 2. dzięki temu, że temperatura $T_1(t)$ w węźle 1 jest mierzona, z równania bilansu energii dla węzła 1 wyznaczana jest temperatura w węźle 2. Z bilansu energii dla węzła 2

wyznaczana jest temperatura w węźle 3, a następnie temperatura w węźle 4 z bilansu energii dla węzła 3.



Rysunek 2. Przykład podział elementu cylindrycznego na cztery objętości kontrolne
Źródło: opracowanie własne.

Wzory na temperatury w węzłach 2, 3 i 4 przedstawiają się następująco:

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2}\frac{(\Delta r)^2}{\lambda_1+\lambda_2} c_1\rho_1 \frac{dT_1}{dt} \tag{6}$$

$$T_3 = T_2 - \frac{1}{3}\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_3+\lambda_2}(T_1 - T_2) + \frac{4}{3}(\Delta r)^2 \frac{c_2\rho_2}{\lambda_3+\lambda_2}\frac{dT_2}{dt} \tag{7}$$

$$T_4 = T_3 - \frac{3}{5}\frac{\lambda_2+\lambda_3}{\lambda_4+\lambda_3}(T_2 - T_3) + \frac{8}{5}(\Delta r)^2 \frac{c_3\rho_3}{\lambda_4+\lambda_3}\frac{dT_3}{dt} \tag{8}$$

gdzie współczynnik przewodzenia ciepła $\lambda_i = \lambda(T_i)$, ciepło właściwe $c_i = c(T_i)$, gęstość $\rho_i = \rho(T_i)$, a symbol $\Delta r = r_t/3$ oznacza krok przestrzenny w kierunku promieniowym r. Temperaturę powierzchni zewnętrznej T_4 wyznacza się sekwencyjnie. W pierwszej kolejności wyznacza się temperaturę T_2, obliczając pochodną dT_1/dt i wykorzystując równanie (6). Następnie oblicza się kolejno temperatury T_3 i T_4 odpowiednio w węzłach 3 i 4, stosując równania (7) i (8).

Do wyznaczenia temperatury T_i w równaniach (6)-(8) niezbędna jest znajomość współczynnika przewodzenia ciepła $\lambda(T_i)$ w węźle i. Temperatury T_i są zatem wyznaczane iteracyjnie. Przyjęto założenie, że wartość początkowa współczynnika przewodzenia ciepła dla pierwszej iteracji wynosi:

$$\lambda\left(T_i^{(0)}\right) = \lambda(T_{i-1}). \tag{11}$$

Proces iteracyjny trwa, dopóki:

$$\left|T_i^{(n+1)} - T_i^{(n)}\right| \le \varepsilon,\ i = 2,\ 3,\ 4, \tag{12}$$

gdzie wartość ε jest równa 0,000 01 K.

Wartość ε musi być na tyle mała, aby dzięki przeprowadzonym obliczeniom iteracyjnym możliwe było wyznaczenie dokładnej temperatury T_i w i-tym węźle, przy uwzględnieniu, że właściwości termometru – c, ρ i λ są zależne od temperatury.

W przeciwieństwie do większości innych metod rozwiązywania odwrotnego zagadnienia przewodzenia ciepła, opracowana metoda nie wymaga żadnych informacji na temat początkowego rozkładu temperatury w cylindrze. Wystarczająca jest jedynie znajomość temperatury w osi termometru w kilku wcześniejszych chwilach czasowych, którą można określić na podstawie pomiaru lub wygenerować sztucznie.

Metody odwrotne cechują się wrażliwością na błędy przypadkowe, dlatego w celu wygładzenia danych pomiarowych proponuje się zastosowanie filtru cyfrowego, np. 9-punktowego [22].

2. Pomiar nieustalonej temperatury czynnika

Po określeniu temperatury wewnątrz i na powierzchni zewnętrznej elementu cylindrycznego oblicza się temperaturę płynu. Wyznacza się ją na podstawie bilansu energii dla węzła objętości kontrolnej położonej na brzegu elementu cylindrycznego. W prezentowanym przykładzie podziału cylindra na 4 objętości kontrolne jest to bilans energii dla węzła 4.

Bilans energii dla węzła 4 przedstawia równanie:

$$\pi\left[r_t^2-\left(r_t-\frac{\Delta r}{2}\right)^2\right]c_4\rho_4\frac{dT_4}{dt}=2\pi\left(r_t-\frac{\Delta r}{2}\right)\frac{\lambda_3+\lambda_4}{2}\frac{T_3-T_4}{\Delta r}+2\pi r_t\alpha(T_{cz}-T_4) \tag{9}$$

z którego w wyniku przekształceń wyznacza się temperaturę płynu $T_{cz}(t)$:

$$T_{cz}=T_4-\frac{5}{12}\frac{\lambda_3+\lambda_4}{\alpha\Delta r}(T_3-T_4)+\frac{11}{24}\Delta r\frac{c_4\rho_4}{\alpha}\frac{dT_4}{dt} \tag{10}$$

Współczynnik wnikania ciepła α określany jest na podstawie korelacji znanych z literatury dla poprzecznie omywanego elementu cylindrycznego.

3. Test obliczeniowy

Metoda została zweryfikowana za pomocą testu obliczeniowego. Analizie poddano termometr o średnicy zewnętrznej 20 mm, wykonany ze stali 1.4541 (stal austenityczna), o następujących właściwościach fizycznych: $\rho = 7{,}9\cdot10^3$ kg/m³, $\lambda = 15$ W/(m·K), $c = 500$ J/(kg·K). Przyjęto, że współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni zewnętrznej elementu wynosi $\alpha = 70$ W/(m²·K), a temperatura płynu zmienia się skokowo od 20 do 80°C.

W pierwszym etapie obliczeń na podstawie powyższych danych, wykorzystując rozwiązanie zagadnienia bezpośredniego, za pomocą metody analitycznej wyznaczono rozkład temperatury na promieniu cylindra, w tym „dane pomiarowe" w postaci temperatury w jego osi.

Następnie, stosując opisaną metodę odwrotną kroczącą, obliczono temperaturę płynu dla przypadków podziału obudowy termometru na 2, 3, 4 i 5 objętości kontrolnych oraz dla kroków czasowych Δt wynoszących 1, 2 i 4 sekundy. Obliczenia te miały na celu sprawdzenie dokładności metody oraz wybór najkorzystniejszego podziału na objętości kontrolne i długości kroku czasowego. Weryfikacji dokonano na podstawie błędu średniokwadratowego, który wyznaczany jest z zależności

$$s_N=\sqrt{\frac{S}{N-1}} \tag{11}$$

gdzie: S – suma kwadratów różnic między temperaturą płynu zadaną a obliczoną metodą odwrotną, N – liczba punktów pomiarowych.

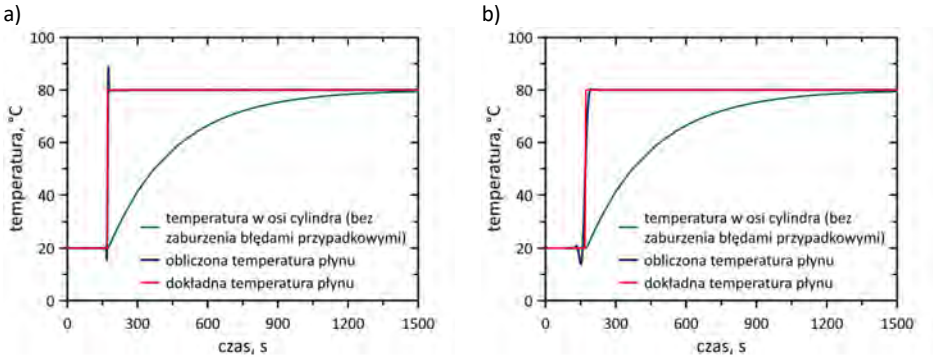
Podsumowanie błędów średniokwadratowych dla obliczonej temperatury płynu przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Błędy średniokwadratowe obliczonej temperatury płynu dla różnych ilości objętości kontrolnych i kroków czasowych

	Liczba objętości kontrolnych *i*			
Krok czasowy Δ*t*, s	5	4	3	2
1	1,245 K	1,166 K	1,136 K	2,128 K
2	1,821 K	1,722 K	1,575 K	1,619 K
4	2,601 K	2,483 K	2,319 K	1,998 K

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie wykonanych obliczeń można stwierdzić, że opisana metoda jest najdokładniejsza dla podziału cylindra na 3 objętości kontrolne oraz dla kroku czasowego Δ*t* = 1 s, gdzie błąd średniokwadratowy wynosi 1,136 K. Dla podziału na 2 objętości kontrolne najkorzystniejszy krok czasowy wynosi 2 s; w przypadku podziału na większą liczbę objętości – 1 s. Dla kroku czasowego 1 i 2 s najkorzystniejszy jest podział na 3 objętości kontrolne; dla większych wartości kroku – na 2 objętości kontrolne. Należy jednak zwrócić uwagę, że wartości błędów są niewielkie, w większości przypadków nie przekraczają dokładności pomiarowej termopary klasy 2. Rysunek 3. przedstawia wyniki obliczonej temperatury czynnika roboczego dla przypadków, dla których błąd średniokwadratowy jest najmniejszy (*i* = 3 oraz Δ*t* = 1 s) i największy (*i* = 5 oraz Δ*t* = 4 s).



Rysunek 3. Temperatura płynu zadana (dokładna), obliczona w osi cylindra metodą bezpośrednią („dane pomiarowe") oraz obliczona metodą odwrotną kroczącą dla: a) *i* = 3 i Δ*t* = 1 s, b) *i* = 5 i Δ*t* = 4s
Źródło: opracowanie własne.

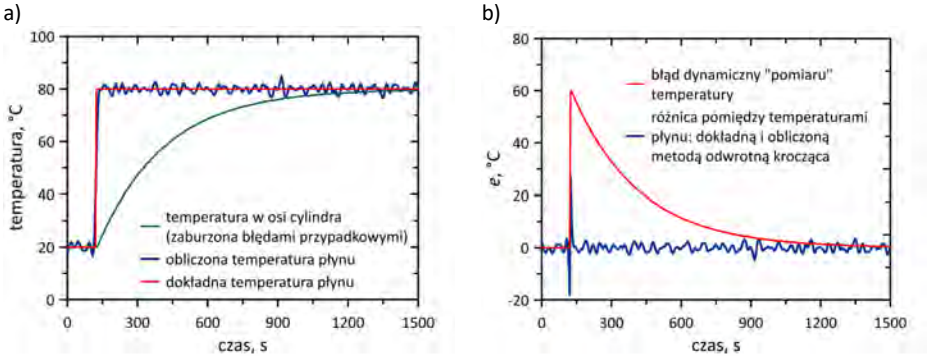
W drugim etapie testu obliczeniowego „dane pomiarowe" w postaci przebiegu temperatury w osi elementu cylindrycznego zaburzono pseudolosowymi błędami o rozkładzie normalnym i średniej równej 0. Wariancja pseudolosowych liczb wynosi σ^2 = 0,010542 K^2. Dla takiej wartości wariancji prawdopodobieństwo, że przypadkowe błędy pomiaru znajdują się w zakresie ±0,201 K wynosi 95%. Następnie powtórzono obliczenia dla podziału na *i* = 2, 3, 4 i 5 objętości kontrolnych oraz kroków czasowych Δ*t* wynoszących 1, 2, 4 i 6 s. Błędy średniokwadratowe obliczonej temperatury płynu zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Błędy średniokwadratowe obliczonej temperatury płynu dla różnych ilości objętości kontrolnych i kroków czasowych

	Liczba objętości kontrolnych *i*			
Krok czasowy Δ*t*, s	5	4	3	2
1	7,012572	8,994759	13,97039	25,45586
2	2,952675	3,271423	3,9456	6,763971
4	2,81143	2,716068	2,627292	2,84522
6	3,321249	3,206817	3,054227	2,862094

Źródło: opracowanie własne.

Zaburzenie danych pomiarowych zmienia wnioski dotyczące dokładności metody odwrotnej kroczącej. W przeciwieństwie do pierwszego etapu obliczeń, najmniej dokładne wyniki uzyskuje się dla kroku czasowego Δ*t* = 1 s. Obliczenia rozszerzono o przypadek, gdy Δ*t* = 6 s w celu sprawdzenia, czy malejąca tendencja wartości błędu średniokwadratowego wraz ze wzrostem kroku czasowego się utrzymuje. W każdym z analizowanych przypadków podziału elementu cylindrycznego na objętości kontrolne najmniejsze wartości błędów uzyskiwane są dla kroku czasowego Δ*t* = 4 s, dla większych długości kroku wartości błędu rosną. Najdokładniejsze wyniki obliczeń temperatury czynnika uzyskano dla podziału na 3 objętości kontrolne i kroku czasowego Δ*t* = 4 s. Rysunek 4. przedstawia przebieg obliczonej temperatury płynu dla tego przypadku.



Rysunek 4. Wyniki obliczeń testowych: a) temperatura płynu zadana (dokładna), obliczona w osi cylindra metodą bezpośrednią („dane pomiarowe") oraz obliczona metodą odwrotną kroczącą dla *i* = 3 i Δ*t* = 4 s; b) błąd bezwzględny pomiaru z i bez zastosowania metody odwrotnej kroczącej
Źródło: opracowanie własne.

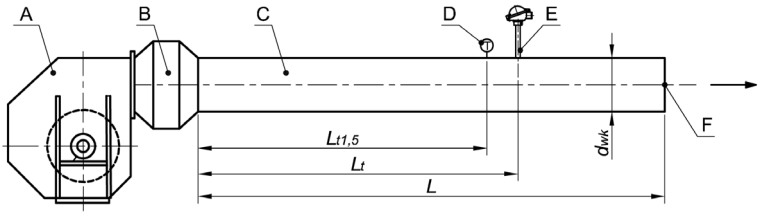
4. Weryfikacja eksperymentalna metody

Metoda została zweryfikowana w laboratorium, gdzie testowano termometry o różnych średnicach. Wyniki zaprezentowane w niniejszej pracy dotyczą termometru o średnicy zewnętrznej obudowy wynoszącej 20 mm (rysunek 1.).

4.1. Budowa stanowiska laboratoryjnego

Stanowisko laboratoryjne pracuje jako układ otwarty (rysunek 5., rysunek 6.), składa się z wentylatora, nagrzewnicy i prostego kanału. Powietrze zasysane z otoczenia przez wentylator (A) jest następnie tłoczone do nagrzewnicy (B), gdzie jest ogrzewane. Następnie czynnik roboczy przepływa przez prosty

kanał (C) o przekroju kołowym, zaizolowany cieplnie wełną mineralną. W rurociągu umieszczone są dwa czujniki temperatury, termopara o średnicy 1,5 mm (D) oraz badany termometr o średnicy obudowy 20 mm (E). Na końcu rurociągu znajdują się cztery dysze, na wylocie których mierzona jest prędkość powietrza za pomocą anemometru (F). Kształt i długość kanału sprawiają, że przepływ powietrza w miejscu pomiaru temperatury jest rozwinięty hydraulicznie i termicznie.



Rysunek 5. Schemat stanowiska do badania termometrów: A – wentylator, B – nagrzewnica kanałowa elektryczna, C – kanał powietrzny o przekroju kołowym, D – termopara płaszczowa o średnicy 1,5 mm, E – badany termometr, F – miejsce pomiaru prędkości powietrza
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 6. Widok stanowiska do badania termometrów
Źródło: opracowanie własne.

Zastosowany wentylator to wentylator promieniowy o wydajności 3,28 m^3/s, spiętrzeniu 970 Pa i mocy silnika 5,5 kW. Wentylator współpracuje z falownikiem, co umożliwia regulację prędkości przepływu powietrza. Nagrzewnica elektryczna ma w pełni regulowaną moc 51,75 kW (z podziałem na dwie sekcje: 24,15 kW i 27,6 kW). Kanał o przekroju kołowym ma długość L = 5 m i średnicę wewnętrzną d_{wk} = 314 mm. Na końcu kanału znajduje się dennica z czterema otworami, w których zamocowano elementy o łagodnie zmieniającym się przekroju mające na wylocie średnicę wewnętrzną d_{wd} = 80 mm. W odległości L_t = 3,42 m od początku kanału powietrznego zamocowano termometr o masywnej obudowie będący przedmiotem badań. Termometr ma nowatorską konstrukcję umożliwiającą zastosowanie metody odwrotnej do wyznaczania nieustalonej temperatury czynnika. Konstrukcja ta

opiera się na obudowie stanowiącej cylinder, w którym wykonano otwór o niewielkiej średnicy, do którego wsunięto termoparę płaszczową, tak że szczelina pomiędzy powierzchnią otworu a termoparą jest bardzo mała. Średnica zewnętrzna obudowy wynosi 20 mm. Aby umożliwić weryfikację metody odwrotnej, w kanale w odległości $L_{t1,5}$ = 3,09 m od wlotu zamocowano dodatkowo termoparę płaszczową o średnicy zewnętrznej 1,5 mm. Pozwala ona porównać temperaturę powietrza obliczoną na podstawie pomiaru termometrem o średnicy 20 mm z rzeczywistą temperaturą czynnika. Obie termopary są typu K klasy 1. Prędkość powietrza w kanale wyznaczana jest na podstawie pomiaru wykonywanego na wylocie za pomocą cyfrowego anemometru skrzydełkowego o dokładności ±0,2 m/s lub ±1% wartości zmierzonej.

4.2. Wyniki weryfikacji eksperymentalnej

Badania ekperymentalne przeprowadzono w kilku etapach: a) zwiększenie temperatury na nagrzewnicy z temperatury otoczenia przy małej prędkości powietrza, b) ogrzewanie powietrza przy jednoczesnym stopniowym zwiększaniu prędkości powietrza do wartości maksymalnej, c) obniżenie temperatury na nagrzewnicy do temperatury otoczenia, a następnie jej zwiększenie przy maksymalnej prędkości powietrza w kanale. W oparciu o pomiar temperatury termometrem o średnicy obudowy 20 mm, za pomocą przedstawionej metody odwrotnej, wyznaczono temperaturę powietrza w tunelu, a następnie porównano ją z pomiarem wykonanym w tym samym czasie za pomocą cienkiej termopary płaszczowej o średnicy 1,5 mm. Materiał i właściwości fizyczne obudowy termometru są takie same, jak przyjęto w teście obliczeniowym. Dzięki pomiarowi wykonanemu cienką termoparą płaszczową możliwe było dobranie najdokładniejszej korelacji liczby Nusselta dla omywanego poprzecznie elementu cylindrycznego, na podstawie której wyznaczano współczynnik przejmowania ciepła na jego powierzchni zewnętrznej. Porównano korelacje wg Holmana [23], Churchilla i Bernsteina [24], Żukauskasa [25], Moffata [25] oraz Kramersa [26]. Najdokładniejsze wyniki obliczeń uzyskiwano dla współczynnika przejmowania ciepła wyznaczanego z korelacji wg Kramersa , której oryginalna postać dla $0{,}1 \le \mathrm{Re} \le 10^4$ przedstawia się następująco [26]:

$$\mathrm{Nu}_d = 0{,}42\,\mathrm{Pr}^{0{,}26} + 0{,}57\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}\,\mathrm{Re}_d^{0{,}50}$$

Korelacja ta została dodatkowo zmodyfikowana. Modyfikacja polegała na zmianie wartości wykładnika liczby Reynoldsa na 0,55 i wynikała z dokładniejszego określenia współczynnika wnikania ciepła dla warunków, w jakich przeprowadzono eksperyment, i dużej średnicy termometru.

Obliczenia przeprowadzono dla różnych objętości kontrolnych oraz kroków czasowych. Dokładność metody odwrotnej określono na podstawie błędu średniokwadratowego wyznaczonego na podstawie temperatury powietrza obliczonej za pomocą zaproponowanej metody i zmierzonej cienką termoparą. Wartości błędów średniokwadratowych wyznaczonych dla całego okresu badań przedstawiono w tabeli 3.

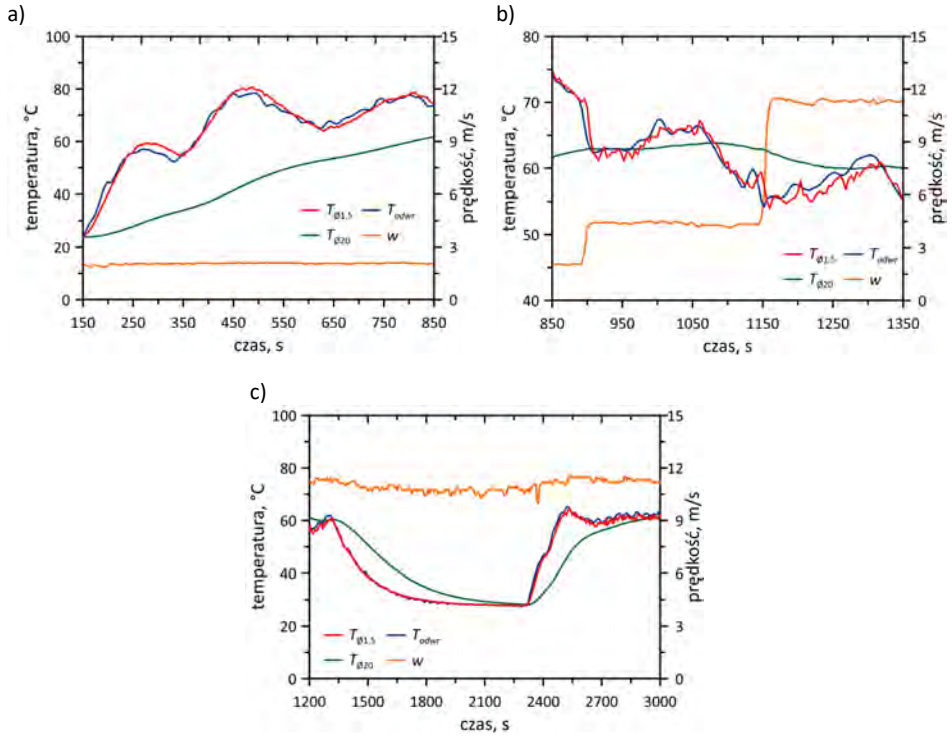
Uzyskane wyniki pokazują, że najkorzystniejszy podział obudowy termometru o średnicy 20 mm jest na i = 3 objętości kontrolne, a najbardziej optymalny krok czasowy wynosi Δt = 4 s. Wnioski te pokrywają się z wnioskami z testu obliczeniowego, w którym „dane pomiarowe” zostały zaburzone błędami przypadkowymi. Można również zwrócić uwagę, że wielkość błędów przypadkowych w teście obliczeniowym została znacznie zawyżona. Wynika to z tego, że analizowana obudowa termometru cechuje się dużą bezwładnością cieplną, która tłumi wszelkie szumy w pomiarach temperatury.

Tabela 3. Błędy średniokwadratowe obliczonej temperatury płynu dla różnych ilości objętości kontrolnych i kroków czasowych wyznaczone dla całkowitego okresu przeprowadzonych badań

	Liczba objętości kontrolnych *i*			
Krok czasowy Δ*t*, s	5	4	3	2
1	2,260 K	2,731 K	3,947 K	6,746 K
2	1,503 K	1,562 K	1,711 K	2,419 K
4	1,355 K	1,359 K	1,348 K	1,515 K

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7. przedstawia wyniki walidacji metody odwrotnej w kolejnych etapach badań eksperymentalnych dla termometru o średnicy 20 mm, podziału obudowy termometru na i = 3 objętości kontrolne i Δt = 4 s.



Rysunek 7. Wyniki przeprowadzonych badań eksperymentalnych: a) nagrzewanie powietrza przy stałej niskiej prędkości powietrza; b) nagrzewanie powietrza przy zmiennej prędkości powietrza; c) chłodzenie i nagrzewanie powietrza przy stałej wysokiej prędkości czynnika
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 7. Przyjęto następujące oznaczenia: $T_{ø1,5}$ – temperatura powietrza zmierzona termoparą płaszczową o średnicy 1,5 mm, $T_{ø20}$ – temperatura zmierzona w osi termometru o średnicy 20 mm, T_{odwr} – temperatura powietrza obliczona metodą odwrotną, w – prędkość powietrza.

Badania eksperymentalne przeprowadzane dla różnych warunków pracy zarówno wentylatora, jak i nagrzewnicy elektrycznej polegały na uzyskaniu stanu nieustalonego w pomiarze temperatury.

W pierwszym etapie przedstawionym na rysunku 7a. nagrzewnica została załączona przy małej prędkości powietrza ok. 2,06 m/s. Temperatura nagrzewnicy była zwiększana stopniowo od temperatury otoczenia 23,9°C do ok. 80°C, ale mimo to układ regulacji temperatury okresowo odłączał jej zasilanie, co powodowało krótkotrwałe spadki temperatury powietrza. W drugim etapie badań, przedstawionym na rysunku 7b., zmianie poddawana była prędkość powietrza, tj. zwiększana z ok. 2,06 m/s do ok. 4,37 m/s i 11,02 m/s. Podanym prędkościom powietrza odpowiadały średnie wartości współczynnika przejmowania ciepła: 51,06 W/(m²K), 76,95 W/(m²K) i 127,60 W/(m²K). Podczas zmiany prędkości powietrza układ regulacji temperatury okresowo wyłączał nagrzewnicę po osiągnięciu zbyt wysokiej temperatury. Trzeci etap eksperymentu (rysunek 7c.), to wychłodzenie nagrzewnicy do temperatury otoczenia i ponowne nagrzanie do temperatury ok. 60°C przy dużej prędkości powietrza ok. 11,02 m/s. Wysoka prędkość powietrza pozwoliła na ciągłą pracę układu grzewczego. Niezależnie od analizowanego etapu metoda odwrotna krocząca daje bardzo dobre wyniki – błąd średniokwadratowy obliczony dla całego okresu badań wyniósł zaledwie 1,348 K.

Podsumowanie

W pracy przedstawiono metodę pomiaru nieustalonej temperatury z wykorzystaniem metody odwrotnej kroczącej. Metoda jest właściwa w przypadku, gdy pomiar temperatury musi być realizowany z użyciem termometru o masywnej obudowie. Tego typu pomiary, szczególnie gdy współczynnik przejmowania ciepła ma małą wartość, są obarczone dużym błędem dynamicznym ze względu na bezwładność cieplną osłony. Zastosowanie opisanej metody wymaga użycia termometru o odpowiedniej budowie, tj. takiej aby w części odpowiedzialnej za pomiar można było przyjąć, że mamy do czynienia z cylindrem o pełnym przekroju.

Zaprezentowana metoda pomiarowa została zweryfikowana – najpierw obliczeniowo, a następnie eksperymentalnie. Ponieważ metody odwrotne są wrażliwe na błędy pomiarowe, do ich wygładzenia zastosowano 9-punktowy filtr cyfrowy. Określono najkorzystniejszy podział obudowy termometru na objętości kontrolne oraz krok czasowy. Zarówno w teście obliczeniowym, w którym „dane pomiarowe" zostały zaburzone błędami przypadkowymi, jak i w badaniach eksperymentalnych otrzymano, że najkorzystniejszy jest podział na 3 objętości kontrolne przy długości kroku czasowego wynoszącego 4 s. Zarówno testy obliczeniowe, jak i wyniki badań laboratoryjnych wskazują na wysoką dokładność metody.

Badania przeprowadzone na termometrach o innych wymiarach obudowy wskazują, że dobór najbardziej korzystnych kroku czasowego i liczby objętości kontrolnych zależy od średnicy termometru. Dalsze badania będą prowadzone w kierunku zdefiniowania kryteriów doboru optymalnych wartości tych parametrów.

Nomenklatura

c – ciepło właściwe, J/(kgK)
d_{wd} – średnica wewnętrzna otworów wylotowych z rurociągu, m
d_{wk} – średnica wewnętrzna rurociągu, m
e – różnica pomiędzy dokładną temperaturą płynu i temperautrą wskazywaną bezpośrednio przez termometr lub obliczoną metodą odwrotną , °C lub K
L – długość rurociągu, m
L_t – odległość zamocowania termometru o średnicy 20 mm od wlotu do rurociągu, m

$L_{t1,5}$ – odległość zamocowania termopary o średnicy 1,5 mm od wlotu do rurociągu, m
n – liczba iteracji
n_c – liczba objętości kontrolnych sąsiadujących z analizowanym obszarem kontrolnym
N – liczba danych pomiarowych
Nu_d – liczba Nusselta płynu omywającego poprzecznie termometr
Pr – liczba Prandtla w średniej temperaturze płynu
$\dot{q}_v$ – moc jednostkową objętościowych źródeł ciepła, W/m^3
$\dot{Q}_{i,j}$ – strumieniem ciepła przekazywanym z węzła *j* znajdującego się wewnątrz sąsiadującej komórki do węzła *i*, W
r – promień, m
r_t – promień powierzchni zewnętrznej termometru, m
Re_d – liczba Reynoldsa płynu omywającego poprzecznie termometr
s_N – błąd średniokwadratowy, K
S – suma kwadratów różnic
t – czas, s
T – temperatura, °C
T_{cz} – temperatura czynnika roboczego, °C
T_i – temperatura w *i*-tym punkcie, °C
T_{odwr} – temperatura powietrza obliczona metodą odwrotną, °C
$T_{\emptyset 1,5}$ – temperatura powietrza zmierzona termoparą płaszczową o średnicy 1,5 mm, °C
$T_{\emptyset 20}$ – temperatura zmierzona w osi termometru o średnicy 20 mm, °C
w – prędkość, m/s
α – współczynnik wnikania ciepła, W/(m^{2}K)
Δr – krok przestrzenny w kierunku promieniowym, m
Δt – krok czasowy, s
ΔV_i – objętość *i*-tej komórki kontrolnej, m^3
ρ – gęstość, kg/m^3
ε – tolerancja, K
λ – współczynnik przewodzenia ciepła, W/(m·K)
σ^2 – wariancja przypadkowych błędów pomiarowych, °C^2 lub K^2

Bibliografia

[1] Kerlin T. W., Johnson M. (2012). *Practical Thermocouple Thermometry*. 2nd ed., International Society of Automation, Research Triangle Park, NC.
[2] Michalski L., Eckersdorf K., Kucharski J., McGhee J. (2001). *Temperature Measurement*. 2nd ed., Wiley, Chichester.
[3] ASME PTC 19.3 TW-210 (2010). *Thermowells. Performance Test Codes*. An American National Standard, The American Society of Mechanical Engineers, New York.
[4] Jaremkiewicz M. (2012). Odwrotne zagadnienia wymiany ciepła występujące w pomiarach nieustalonej temperatury płynów. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
[5] Johnson M.P., Gilson A.G. (2014). Understanding the impact of steam cleanout on thermowell installations. *Flow Control*, 6, 14-17. http://www.flowcontrolnetwork.com
[6] Love J. (2007). *Process Automation Handbook. A Guide to Theory and Practice*, *Chapter 16: Temperature Measurement*, Springer, Berlin, 99-106.

[7] Jaremkiewicz M., Taler D., Sobota T. (2009). Measuring transient temperature of the medium in power engineering machines and installations. *Applied Thermal Engineering*, 29, 3374-3379. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2009.05.013
[8] Tomczuk K., Werszko R. (2013). Correction for thermal lag in dynamic temperature measurements using resistance thermometers. *Review of Scientific Instruments*, 84, 074903-1-074903-7. https://doi.org/10.1063/1.4816648
[9] Johnson M.P., Gilson A.G. (2012). Do Your Thermowells Meet the ASME Standard? *Flow Control*, 8. http://www.flowcontrolnetwork.com
[10] Taler J., Węglowski B., Sobota T., Jaremkiewicz M., Taler D. (2011). Inverse space marching method for determining temperature and stress distributions in pressure components. W: M.A. dos Santos Bernardes (Ed.), *Developments in Heat Transfer* (s. 273-292). InTech, Vienna-Rijeka.
[11] Heiland H.G., Wozniak G., Wozniak K. (2007). Flow and temperature field measurements of thermal convection in a small vertical gap using liquid crystals. *Heat and Mass Transfer*, 43, 863-870. https://doi.org/10.1007/s00231-006-0165-z
[12] Stephan P., Fuchs T. (2009). Local heat flow and temperature fluctuations in wall and fluid in nucleate boiling systems. *Heat and Mass Transfer*, 45, 919-928. https://doi.org/10.1007/s00231-007-0320-1
[13] Bauer W.D., Wenisch J., Heywood J.B. (1998). Averaged and time-resolved heat transfer of steady and pulsating entry flow in intake manifold of a spark-ignition engine, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 19, 1-9. https://doi.org/10.1016/S0142-727X(97)10001-7
[14] Olczyk A. (2008). Problems of unsteady temperature measurements in a pulsating flow of gas. *Measurement Science and Technology*, 19, 1-11.
[15] Morriesen A., Deschamps C.J. (2012). Experimental investigation of transient fluid flow and superheating in the suction chamber of a refrigeration reciprocating compressor. *Applied Thermal Engineering*, 41, 61-70. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.12.011
[16] Baerts Ch., Van Gerwen P. (2001). *European patent EP1069416 (A1)*, Method for decreasing the response time of a temperature sensor, Heraeus Electro Nite Int, 2001-01-17.
[17] Dietmann S., Wienand K. (1996). *German patent DE4424384 (A1)*, Fast response temperature probe especially for measuring temperature in range minus forty to plus one thousand degrees centigrade, Heraeus Sensor GmbH, 1996-01-18.
[18] Kolpatzik S.(2000). *European patent EP1014061 (A1),* Method for determining the gas temperature, averaged over the cross-section of a gas conduit, Ruhrgas AG, 2000-06-28.
[19] Jaremkiewicz M., Taler D., Sobota T. (2015). Measurement of transient fluid temperature. *International Journal of Thermal Sciences*, 87, 241-250. https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2014.09.002
[20] Taler J., Dzierwa P., Taler D., Jaremkiewicz M., Trojan M. (2016). *Monitoring of Thermal Stresses and Heating Optimization Including Industrial Applications*. Nova Science Publishers, New York.
[21] Taler J., Duda P.(2006). *Solving Direct and Inverse Heat Conduction Problems*. Springer, Berlin.
[22] Taler J. (1995). *Teoria i praktyka identyfikacji procesów przepływu ciepła*. Zakład Narodowy imienia Ossolińskich, Wrocław.
[23] Kaminski D.A., Jensen M. K. (2005). *Introduction to thermal and fluids engineering*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ.
[24] Kreith F. (1998). *The CRC Handbook of Mechanical Engineering*, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.

[25] Wiśniewski S. (1983). *Pomiary temperatury w badaniach silników i urządzeń cieplnych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
[26] Kramers, H. (1946). Heat transfer from spheres to flowing media. *Physica*, 12, Iss. 2-3, 61-80. https://doi.org/10.1016/S0031-8914(46)80024-7

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_86

A Simplified CFD Model for Transient Forced-Flow He II

MARCIN OPALSKI[1], PRZEMYSAW BŁASIAK[1], BERTRAND BAUDOUY[2], SŁAWOMIR PIETROWICZ[1]

[1]Department of Thermodynamics and Renewable Energy Sources, Faculty of Mechanical and Power Engineering, Wrocław University of Science and Technology, Wybrzeże Wyspiańskiego 27 St., 50 -370 Wrocław, Poland
[2]Université Paris-Saclay, CEA, IRFU, Département des Accélérateurs, de la Cryogénie et du Magnétisme, 91191 Gif-sur-Yvette, France
[1]e-mail: slawomir.pietrowicz@pwr.edu.pl

Key words: Superfluid helium, Forced Flow, CFD, Transient-State, He II, OpenFOAM

1. INTRODUCTION

Liquid helium exists in two distinct phases. Above the lambda point, it remains in the normal liquid state (He I), whereas below $T_\lambda \approx 2.17$ K, it enters the superfluid state (He II). The unusual nature of this phase was first interpreted in the framework of the two-fluid concept introduced by Tisza [1] and later developed by Landau [2] and Khalatnikov [3]. In contrast to classical fluids, He II exhibits remarkable transport phenomena such as the fountain effect, second sound, helium film flow and quantum turbulence, as comprehensively discussed by Van Sciver [4].

Because of its exceptional heat-transfer capability at cryogenic temperatures, He II has long been regarded as an attractive coolant for superconducting magnet systems and other devices operating below 2 K. Its practical relevance was established in large cryogenic applications reported, among others, by Aymar et al. [5], Claudet et al. [6] and Lebrun et al. [7], and later confirmed in subsequent magnet-cooling developments [8, 9].

According to the two-fluid description, He II may be regarded as a mixture of two interpenetrating components: a viscous normal component carrying entropy and an inviscid superfluid component with zero entropy. The relative fractions of these two components depend strongly on temperature; near the lambda point, the superfluid fraction vanishes, whereas at lower temperatures the superfluid component becomes dominant. When a temperature gradient is imposed, the two components move in opposite directions, giving rise to the characteristic thermal counterflow of He II, in which the normal component flows toward the colder region while the superfluid component moves toward the hotter region [3].

In contrast to ordinary fluids, heat transport in He II is therefore not governed primarily by classical thermal conduction in the bulk liquid, but by this internal counterflow mechanism. For sufficiently small heat fluxes, the corresponding thermal response may be approximated as quasi-linear, whereas for stronger relative motion between the components, Gorter and Mellink showed that the interaction must be represented through a nonlinear mutual-friction law [10]. This nonlinear regime later became one of the cornerstones of He II heat-transfer modeling.

In stagnant He II, heat transport is dominated by internal convection, i.e., thermal counterflow. For sufficiently high heat fluxes, this transport enters the nonlinear Gorter-Mellink regime, which has become the standard framework for describing turbulent heat transfer in superfluid helium [2, 10]. In forced-flow He II, advection is superimposed on internal counterflow, while pressure-drop and Joule-Thomson effects also contribute to the overall thermal response. Early

experiments by Srinivasan and Hofmann established the basic heat-transfer behavior of subcooled He II in forced flow and showed no clear advantage to operating above about 1 bar [11,12]. Kashani and Van Sciver then proposed one of the first one-dimensional engineering descriptions of forced convection in He II [13,14], whereas Walstrom demonstrated that turbulent forced-flow temperature profiles require accounting for an additional vortex-line-density contribution generated by normal-fluid turbulence [15]. At high Reynolds numbers, Fuzier et al. showed that the pressure drop produces a measurable temperature rise through isenthalpic expansion in steady flow [16], and later established the transient benchmark in which heat pulses are transported and reshaped by the combined action of forced convection, counterflow and Joule-Thomson heating [17]. More recently, Vitrano and Baudouy showed that the pressure-drop contribution may become comparable to the mutual-friction contribution in the forced-flow Gorter-Mellink regime [18].

Because of this complexity, numerical descriptions of forced-flow He II have evolved along two main directions. The first retains the full two-fluid description. Within this class of models, Tatsumoto et al. first reported a two-dimensional numerical analysis of steady heat transfer in pressurized He II [19] and later extended this approach to transient heat transfer problems under step heating [20]. Soulaine et al. subsequently proposed a segregated finite-volume algorithm for the two-fluid equations and demonstrated its application to transient forced-flow configurations [21]. Later studies extended this to multidimensional thermal-counterflow problems and more complex geometries [22–24]. These models are numerically demanding because they require the simultaneous solution of several strongly coupled fields, in particular pressure, temperature, and the velocities of the normal and superfluid components, while the mutual-friction terms remain strongly nonlinear. In practice, this means that standard pressurevelocity solution procedures must be modified to handle the coupling specific to the two-fluid description of He II.

The second direction consists of reduced formulations intended for engineering-scale applications. In this class of models, the objective is to preserve the dominant forced-flow physics at a lower computational cost while reducing the numerical complexity of the problem. Representative examples include the early one-dimensional formulations of Kashani and Van Sciver [13,14]. This line of development was continued by Kitamura et al. [25], who proposed a simplified transient formulation for He II heat transfer based on the dominant terms in the superfluid momentum balance, and by Suekane et al. [26], who applied this type of approach to heat transfer and flow in long, narrow He II channels. More recently, Vitrano and Baudouy introduced a single-momentum transient model for superfluid helium phase-transition problems [18]. These studies indicate that reduced models remain attractive when the objective is to preserve the dominant physics of forced-flow He II while simplifying the numerical treatment.

The transient forced-flow experiments of Fuzier et al. have become a standard benchmark for this class of problems because they provide time-resolved temperature evolution in a regime where forced convection, internal counterflow, pressure drop and Joule-Thomson effects interact [16, 17]. In addition to the original modeling reported by Fuzier and Van Sciver [17], this configuration was later used as a reference case in full two-fluid simulations by Soulaine et al. [21]. This shows that the Fuzier configuration remains an active validation case for contem-

porary He II transient modeling.

Against this background, it remains relevant to determine whether a reduced model originally developed for steady-state forced-flow He II can also reproduce the transient response of the Fuzier benchmark with sufficient accuracy for engineering applications. In our previous work, a simplified CFD model for forced-flow He II was derived and validated for steady-state conditions [27]. The objective of the present paper is therefore not to propose another steady-state formulation, nor to repeat the full derivation of the reduced model, but to examine whether this previously developed pressure-gradient-aware formulation can also be used for transient calculations of time-dependent heating in forced-flow He II.

The contribution of the present work lies in the transient implementation, numerical treatment, and validation of this reduced model against a well-established forced-flow benchmark. The detailed derivation of the reduced formulation is not repeated here and is referred to in our earlier steady-state paper [27], whereas only the relations required to define the present transient formulation are summarized below. The main objective is to assess whether this approach can reproduce the transient temperature evolution measured by Fuzier et al. [16, 17] while retaining the practical advantages of a reduced CFD model.

2. MODEL DESCRIPTION

The present transient model is based on the reduced formulation derived in our previous steady-state study of forced-flow He II [27]. Since the detailed derivation of that formulation has already been reported there, it is not repeated here. Instead, only the assumptions and relations required for the present transient calculations are summarized.

The starting point is the two-fluid description of He II, in which the total density is expressed as

$$\rho = \rho_n + \rho_s, \tag{1}$$

and the total mass flux is written as

$$\rho \mathbf{u} = \rho_n \mathbf{u}_n + \rho_s \mathbf{u}_s. \tag{2}$$

Following our previous formulation [27], it is assumed that the dominant terms in the superfluid momentum balance are the thermomechanical term, the pressure-gradient term and the Gorter-Mellink mutual-friction term. Under this assumption, the superfluid momentum equation reduces to

$$s\nabla T = \frac{1}{\rho}\nabla P - A\rho_n \left|\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_s\right|^2 \left(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_s\right), \tag{3}$$

where s is the specific entropy and A is the Gorter-Mellink coefficient.

It follows that the relative velocity between the normal and superfluid components can be expressed as

$$\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_s = -\left(\frac{s}{A\rho_n \left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right|^2}\right)^{1/3} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right). \tag{4}$$

Using Eqs. (2) and (4), the component velocities are reconstructed from the total fluid

velocity, pressure gradient and temperature gradient. For the superfluid component,

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u} + \left(\frac{\rho_n^3 s}{A\rho^3 \rho_n \left| -\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right|^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right), \tag{5}$$

whereas for the normal component,

$$\mathbf{u}_n = \mathbf{u} - \left(\frac{\rho_s^3 s}{A\rho^3 \rho_n \left| -\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right|^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right). \tag{6}$$

At this point it should be emphasized that the nonlinear closure used to define the counterflow heat flux is one of the principal assumptions and limitations of the model. In the generalized Gorter-Mellink form, the thermal driving term may be written directly as

$$\left| -\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right| = f_m(T,P)\,|\mathbf{q}|^m, \tag{7}$$

where m denotes the nonlinear exponent, whereas $f_m(T,P)$ should be understood here only as a formal closure coefficient associated with the adopted exponent, rather than as a universally established material function for arbitrary m.

Equation (7) is introduced here only to make explicit the role of the nonlinear exponent in the counterflow closure. The present model does not attempt to establish a universal constitutive law for an arbitrary variable exponent. Generalized interpretations in which the apparent Gorter-Mellink exponent departs from the classical value have been discussed in the literature. In particular, Donnelly and Swanson related such departures to scaling arguments for counterflow turbulence, which suggest that the apparent exponent may vary with operating conditions, especially temperature and heat flux [28]. Experimental studies in the vicinity of the lambda line have also reported effective values larger than 3 [29,30]. However, these results do not justify introducing here a universally established constitutive law of the form $m = m(T,P,q)$.

For this reason, the actual calculations reported in the present work are restricted to the classical case $m = 3$, in order to remain consistent with the traditional forced-flow literature and with our earlier steady-state formulation [10, 14, 17, 27]. Accordingly, the counterflow heat flux used in the present model is written as

$$\mathbf{q} = -\left(\frac{1}{f(T,P)\left| -\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right|^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right), \tag{8}$$

where $f(T,P) \equiv f_{m=3}(T,P)$ denotes the conductivity function adopted for the classical Gorter-Mellink closure.

Equation (8) may be interpreted in a diffusion-like form as

$$\mathbf{q} = -k_{\text{eff}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T \right), \tag{9}$$

with the effective conductivity

$$k_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{f(T,P)\left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right|^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \tag{10}$$

This point is important for the transient implementation, because the nonlinear He II counterflow contribution enters the temperature equation through the divergence of $\mathbf{q}$. In numerical terms, the internal convection specific to He II is therefore represented in the energy equation as a diffusion-like term with a field-dependent effective conductivity k_{eff}, while still being derived from the reduced two-fluid closure rather than from Fourier heat conduction.

The continuity equation is written in the standard form as

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \tag{11}$$

The momentum equation for the total fluid is obtained by substituting the reduced component velocities into the total momentum balance. In the present formulation it is written as

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = {} & -\rho(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} - \nabla P \\
& - \nabla \cdot \left\{ \frac{\rho_n \rho_s}{\rho} \left(\frac{s}{A\rho_n \left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right|^2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right)\left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right) \right\} \\
& + \eta \Bigg[\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3}\nabla(\nabla\cdot\mathbf{u}) - \left(\frac{\rho_s^3 s}{A\rho^3 \rho_n \left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right|^2} \right)^{\frac{1}{3}} \Bigg\{ \nabla^2 \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right) \\
& \qquad + \frac{1}{3}\nabla \left[\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right) \right] \Bigg\} \Bigg] + \rho \mathbf{g} - \mathbf{S}_P,
\end{aligned} \tag{12}$$

where η is the dynamic viscosity and $\mathbf{S}_P$ is an additional source term accounting for the pressure losses not reproduced correctly by standard turbulence closures.

As in our previous steady-state formulation [27], this source term is written as

$$\mathbf{S}_P = \frac{2\rho C_f \mathbf{u}|\mathbf{u}|}{D_h}, \tag{13}$$

where C_f is the Fanning friction factor and D_h is the hydraulic diameter.

The energy equation used in the transient calculations is

$$\begin{aligned}
\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_P (\mathbf{u}\cdot\nabla)T = {} & \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{f(T,P)\left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right|^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right) \right] \\
& + A\rho_n \rho_s \left(\frac{s}{A\rho_n} \left|-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T\right| \right)^{\frac{4}{3}} - \left[(\mathbf{u}\cdot\nabla)P\right](1-\beta T) + q_v,
\end{aligned} \tag{14}$$

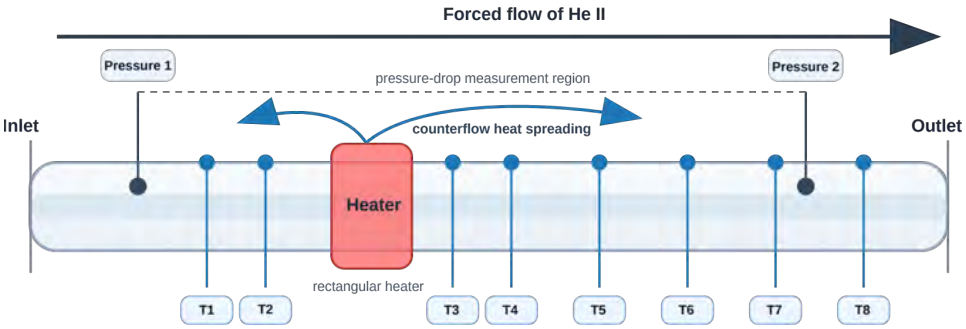


Figure 1. Simplified schematic of the forced-flow He II reference experiment, showing the heater location, thermometer positions (T1-T8), and the pressure measurement section.

where c_P is the specific heat capacity, β is the thermal expansion coefficient, and q_v is the volumetric heat source.

The first term on the right-hand side of Eq. (14) is the divergence of the counterflow heat flux given by Eq. (8). The second term accounts for the dissipation associated with mutual friction, whereas the third one represents the Joule-Thomson contribution.

The thermophysical properties required by the model, namely ρ, ρ_n, ρ_s, s, c_P, β, η and the conductivity function $f(T, P)$, are taken from the HEPAK database, consistently with our previous steady-state formulation [27]. It should be noted that, in the present formulation, the reduced model is not modified at the level of its physical closure relative to the previously published steady-state version. The transient extension consists in solving the same reduced equation set in time for a forced-flow configuration subjected to time-dependent heating.

In this sense, the physical assumptions of the model remain unchanged, while the present work focuses on its transient implementation and validation against the benchmark experiments of Fuzier et al. [17]. At the same time, the use of the classical value $m = 3$ should be kept in mind as one of the principal limitations of the present approach. A more fundamental treatment of this issue would require explicit modeling of the vortex dynamics, for example within a two-fluid framework coupled with a vortex-structure description or, more generally, within the Hall-Vinen-Bekarevich-Khalatnikov class of models [31–34].

3. FORCED-FLOW EXPERIMENT OF FUZIER AND VAN SCIVER

The results obtained in the present work are compared with the forced-flow He II experiment reported by Fuzier and Van Sciver [17]. The experiment was performed in a straight heated channel instrumented with a wall heater and eight thermometers. Temperature measurements were carried out using bare-chip Cernox thermometers, which are well suited for cryogenic measurements because of their high sensitivity at low temperatures and good stability. A schematic representation of the experimental arrangement adopted as the reference case in the present study is shown in Fig. 1.

The importance of this experiment lies in the fact that it captures, within a single configuration, the main mechanisms governing heat transfer in forced-flow He II. The measured temperature response reflects the combined effect of forced convection, internal counterflow heat

transport, and pressure-related thermal effects associated with the Joule-Thomson mechanism. Moreover, the relative importance of these effects changes with flow velocity, which makes the dataset particularly useful for testing the range of applicability of a reduced model.

In the present paper, attention is restricted to selected cases corresponding to a 20 ms heat pulse and flow velocities of 2, 8, and 16 m/s. These conditions were chosen because they represent low-, intermediate-, and high-velocity regimes in the original experiment. This selection ensured that the comparison covered the range from cases dominated mainly by forced convection and temperature-gradient-driven counterflow to cases in which pressure-related effects became increasingly important.

Following Fuzier and Van Sciver [17], the comparison is carried out in terms of the temperature increase

$$\Delta T(t) = T(t) - T_{\mathrm{base}}, \tag{15}$$

rather than the absolute temperature. This representation removes the steady background increase associated with the JouleThomson effect and allows the propagation, attenuation, and temporal spreading of the heat pulse to be compared more directly.

4. SIMULATION SETUP

The transient calculations were performed using the reduced formulation implemented in the same OpenFOAM-based solver environment as in our previous steady-state study [27]. However, the computational domain used in the present work does not reproduce the geometry adopted in that earlier study. Instead, it follows the benchmark configuration of Fuzier and Van Sciver [17], namely a straight test section with a 10 mm inner diameter and a length of 0.86 m, with a localized heater positioned between $x = 30.3$ and 31.3 cm from the inlet.

The numerical representation remains one-dimensional in the axial direction, consistent with the reduced character of the model. At the inlet, the flow velocity and temperature are imposed based on the experimental conditions, while a zero-gradient condition is used for the pressure-related variable. At the outlet, the temperature is fixed to the experimental value, the velocity is treated with a zero-gradient condition, and the pressure-related variable is set to the reference value. A schematic view of the computational domain and the applied boundary conditions is shown in Fig. 2. In the present work, the volumetric heat source is implemented as a time-dependent pulse corresponding to the experimental heating conditions. The source term is applied over the heater region, matching the experimental location, while the remaining part of the computational domain represents the unheated section of the test pipe.

For the purpose of the present comparison, the experimental temperature traces were extracted manually from the published figures. Consequently, the uncertainty considered in this work includes both the experimental measurement uncertainty discussed in Fuzier's doctoral thesis [35] and the additional uncertainty introduced by the data extraction procedure. The latter was evaluated from the visible noise level of the digitized signal, the reading uncertainty in the temperature axis, the reading uncertainty in the time axis, and the uncertainty associated with the determination of the pre-pulse reference level used to define $\Delta T(t)$. In particular, the noise level was estimated from the pre-pulse part of the signal, while the time-axis uncertainty was converted into an equivalent temperature uncertainty through the local slope of the experimen-

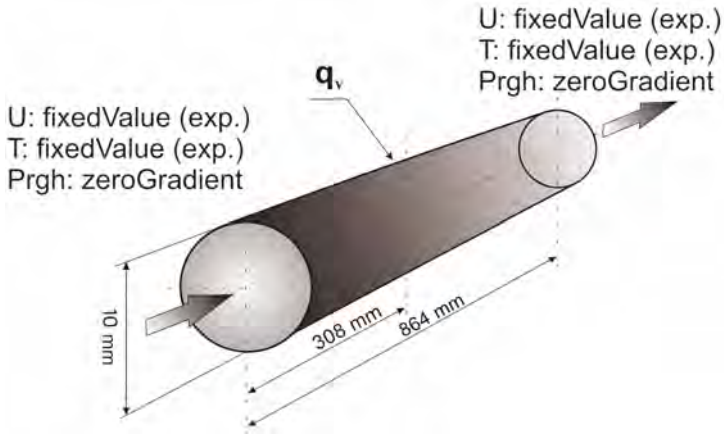


Figure 2. Computational domain and boundary conditions used in the present transient calculations. The geometry adopted here follows the experiment of Fuzier and Van Sciver [17].

tal trace. These contributions were then combined and taken into account in the subsequent comparison between the experimental and numerical temperature-rise histories.

5. NUMERICAL RESULTS AND COMPARISON

Figures 3-5 compare the experimental and numerical temperature-rise histories obtained for the three selected flow velocities. The results show that the present reduced model reproduces the same qualitative regime division as that reported by Fuzier and Van Sciver [17] and later discussed in our previous steady-state study [27]. At low flow velocity, the thermal response is governed mainly by forced convection combined with temperature-gradient-driven counterflow. At high flow velocity, the pressure-gradient contribution and the associated Joule-Thomson effect become dominant. The weakest agreement is obtained in the intermediate regime, where both mechanisms are of comparable importance.

At 2 m/s, the agreement between the numerical and experimental signals is generally satisfactory, as shown in Fig. 3. The model reproduces the propagation of the thermal response along the channel and predicts the timing of the response at the successive sensor locations reasonably well. It also captures the main amplitudes of the signals recorded at the first measurement positions with satisfactory accuracy. In this regime, the pressure-gradient contribution remains relatively weak, so the transient response is governed mainly by advection and the temperature-gradient contribution appearing in Eqs. (4), (8), and (14). Under such conditions, the combined driving term $-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T$ is controlled primarily by ∇T, and the present model behaves as in the reduced one-dimensional descriptions of Kashani and Van Sciver [14] and, later, Fuzier and Van Sciver [17], in which the thermal response is governed predominantly by temperature-gradient-driven counterflow.

The weakest agreement is obtained for the 8 m/s case, shown in Fig. 4. This is consistent with the interpretation proposed by Fuzier and Van Sciver [17], who also identified the intermediate-velocity range as the most difficult one for reduced formulations. In that regime,

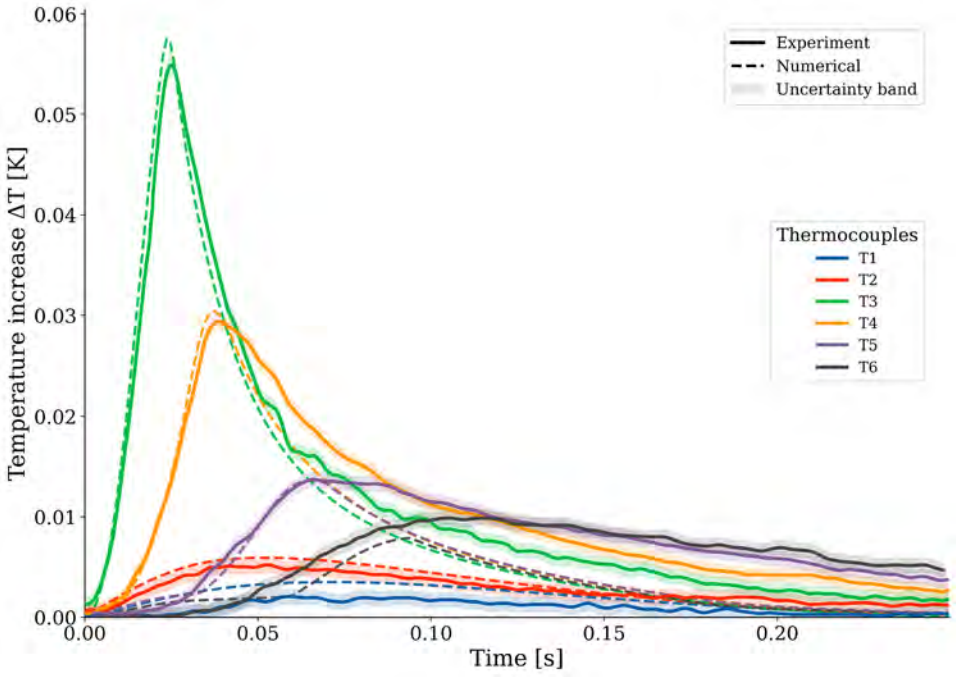


Figure 3. Comparison of experimental and numerical temperature increase ΔT profiles at a flow velocity of 2 m/s. Shaded areas represent the uncertainty bands.

the pressure-gradient and temperature-gradient contributions become comparable, so the heat-transport response is no longer controlled by a single dominant mechanism. This observation is also consistent with the later analysis of Vitrano and Baudouy [18], who showed that in forced-flow He II the pressure-drop contribution may become comparable to the mutual-friction contribution in the Gorter-Mellink regime.

The same interpretation is compatible with the mathematical structure of the present model. In contrast to the formulation of Fuzier and Van Sciver, the present approach does not rely solely on a reduced energy equation. Instead, it is derived from a simplified two-fluid description and solved as a coupled set consisting of the continuity equation, a modified momentum equation for the total fluid, and an energy equation [27]. The combined term $-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T$ therefore enters not only the heat-flux closure but also the reconstructed relative velocity of the normal and superfluid components and the modified momentum balance. When the pressure-gradient and temperature-gradient contributions are of similar magnitude, the solution may therefore become particularly sensitive to inaccuracies in either field. This provides a plausible explanation for the broader and more attenuated numerical signals observed at 8 m/s, although it should not be regarded as the only possible source of the discrepancy.

The role of the exponent m introduced in Eq. (7) also requires comment. In the present work, the calculations were restricted to the classical choice $m = 3$, consistently with the traditional forced-flow literature and with our previous steady-state formulation. However, the behaviour

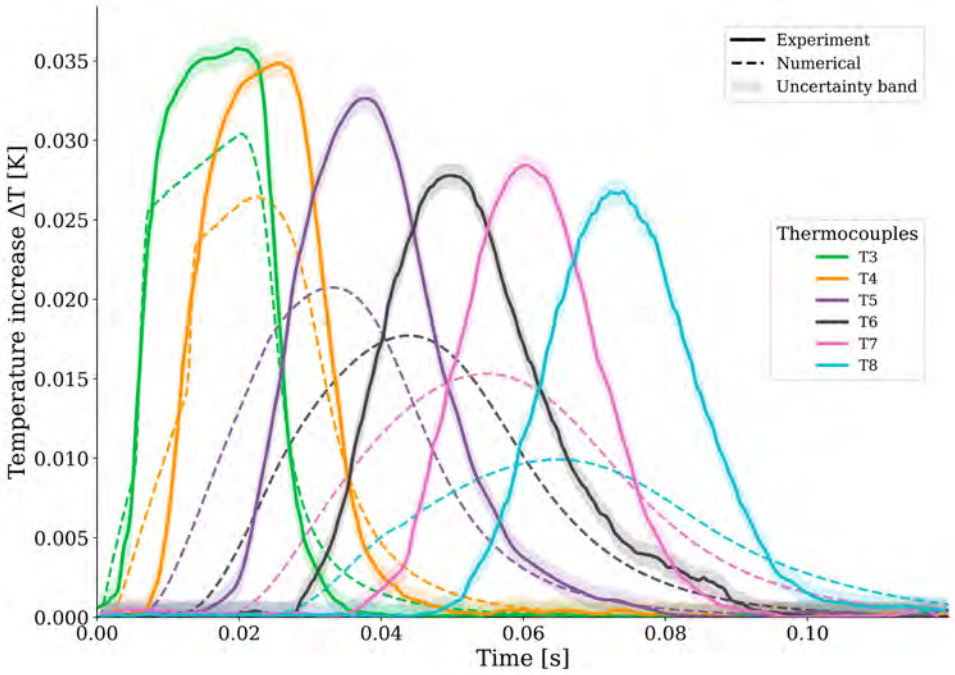


Figure 4. Comparison of experimental and numerical temperature increase ΔT profiles at a flow velocity of 8 m/s. Shaded areas represent the uncertainty bands.

observed in the intermediate regime suggests that the exponent appearing in the generalized Gorter-Mellink relation should not be regarded here as a strictly universal material constant. Donnelly and Swanson [28] already discussed departures from the classical scaling in terms of counterflow-turbulence arguments, while later experimental studies also reported apparent values of m different from 3 [29, 30]. In the present formulation, the choice of m directly affects the nonlinear closure linking the combined driving term $-\frac{1}{\rho s}\nabla P + \nabla T$ with the counterflow heat flux. The exponent therefore acts rather as an effective closure parameter, because the influence of unresolved vortex dynamics and mutual-friction variability is absorbed into the fixed counterflow law.

This interpretation is physically plausible because, in the Gorter-Mellink regime, the heat flux is directly related to the relative motion of the two components and therefore to the structure of the vortex tangle and the resulting mutual friction. From this point of view, the poorest agreement at 8 m/s may reflect not only numerical sensitivity but also missing physics associated with the transient evolution of the vortex structure and the corresponding mutual-friction response. Such effects are not represented explicitly in the present reduced formulation and are instead absorbed into the effective conductivity closure through the fixed choice of m.

At 16 m/s, the agreement improves again, as shown in Fig. 5. The numerical results correctly reproduce the propagation of the thermal pulse along the channel and the general order of the response at the successive sensor locations. In this regime, the thermal response is increasin-

gly controlled by the pressure-gradient contribution and by the Joule-Thomson term explicitly present in Eq. (14). This explains why the present model, originally developed as a pressure-gradient-aware reduced formulation, regains predictive capability at high velocity. In this sense, the present results also clarify the difference with respect to the original model of Fuzier and Van Sciver: the pressure-gradient contribution is not only retained in the energy balance but is embedded more generally in the reduced two-fluid CFD framework. Nevertheless, the numerical pulses remain smoother than the experimental ones, especially at the leading and trailing edges, which indicates that the transient spreading is still overestimated.

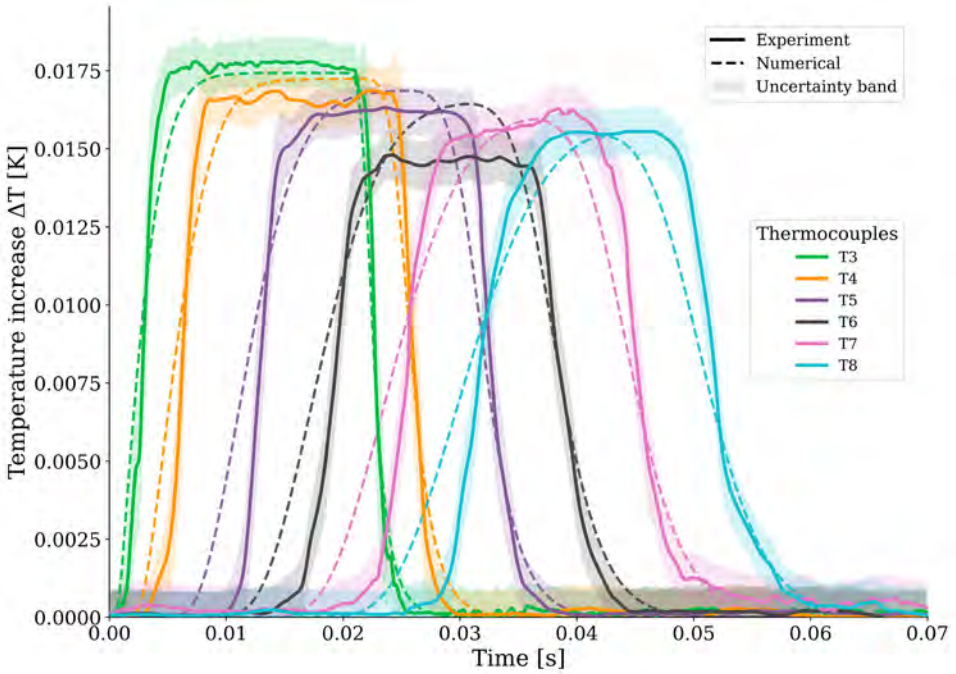


Figure 5. Comparison of experimental and numerical temperature increase ΔT profiles at a flow velocity of 16 m/s. Shaded areas represent the uncertainty bands.

The present results do not justify the statement that a full two-fluid model would necessarily remove the discrepancy, since Fuzier and Van Sciver themselves noted that such a conclusion would require a direct comparison with complete two-fluid calculations [17]. Nevertheless, the present results indicate that the transition regime is the part of the benchmark in which the limitations of a fixed-exponent reduced closure become the most visible. For this reason, more advanced formulations, such as full two-fluid or Hall-Vinen-Bekarevich-Khalatnikov-type approaches coupled with a more explicit description of vortex dynamics, appear as natural directions for future work.

Figure 6 summarizes the relative model errors and the corresponding experimental uncertainty levels for the individual sensor locations. The highest discrepancies are observed for the intermediate 8 m/s case, while the low- and high-velocity cases are reproduced more consi-

stently. At the same time, the largest relative values occur at positions where the temperature rise remains small, so even limited absolute differences may produce large percentage errors. The error comparison, therefore, supports the conclusion that the present model is most reliable when one of the two competing mechanisms - temperature-gradient-driven counterflow or pressure-gradient-driven transport is clearly dominant.

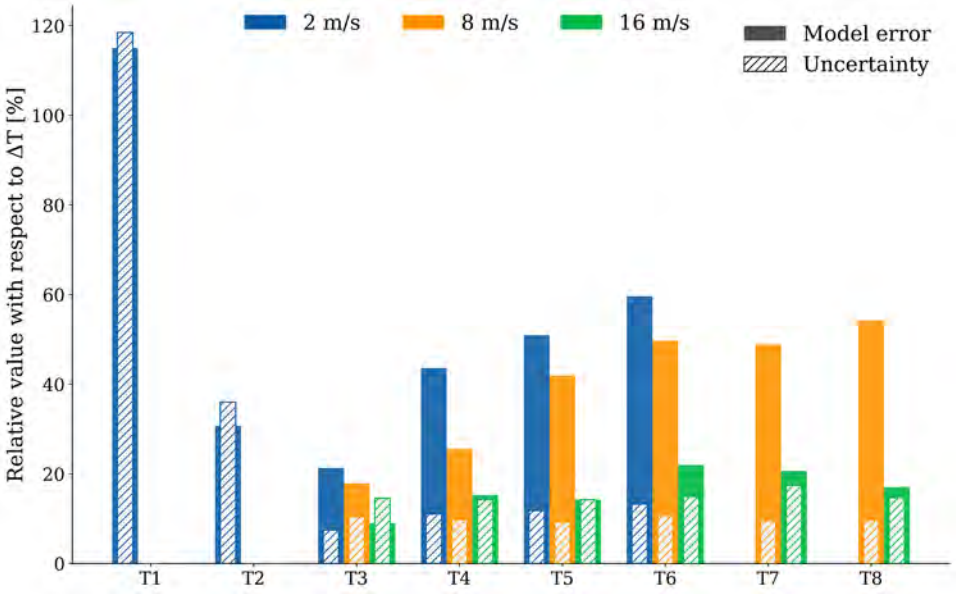


Figure 6. Relative model errors and experimental uncertainties for sensors T1-T8 at flow velocities of 2 m/s, 8 m/s, and 16 m/s.

From the present results, the model appears to be reliable as an engineering-oriented tool when the objective is to reproduce the main propagation features of the thermal pulse, including the response timing, the order of the sensor responses, and the main amplitude level in regimes where one transport mechanism is clearly dominant. In this sense, the results for 2 and 16 m/s may be regarded as satisfactory. By contrast, the model is less reliable when the objective is to describe accurately the detailed pulse shape in the transition regime, where the pressure-gradient and temperature-gradient effects compete directly and the unresolved vortex dynamics most likely becomes part of the closure error.

6. CONCLUSIONS

In the present work, the simplified CFD model previously developed for steady-state forced-flow He II [27] was extended to transient calculations and validated against the pulse-heating benchmark of Fuzier and Van Sciver [17]. The objective was to assess whether the reduced pressure-gradient-aware formulation can reproduce the main features of the transient thermal response of forced-flow He II.

The comparison with the experimental data showed that the model reproduces the main qualitative regime division reported in the literature. Satisfactory agreement was obtained for

the 2 and 16 m/s cases, where the dominant propagation features of the thermal pulse, including the response timing and the main amplitude level, were captured reasonably well. The weakest agreement was observed for the intermediate 8 m/s case, which confirms that the transition regime remains the most difficult one for reduced formulations.

This behavior is consistent with the mathematical structure of the model. In the intermediate regime, the pressure-gradient and temperature-gradient contributions become comparable, and the transient response becomes particularly sensitive to their balance. The results also indicate that the fixed choice $m = 3$ in the generalized Gorter–Mellink closure should be regarded as one of the principal limitations of the present approach since unresolved vortex dynamics and mutual-friction variability are absorbed into the reduced closure.

Overall, the present model appears to be useful as an engineering-oriented tool for transient forced-flow He II calculations in regimes where one transport mechanism is clearly dominant. A more accurate description of the transition regime will require additional physics beyond the present fixed-exponent reduced formulation, in particular, a more explicit treatment of vortex dynamics.

BIBLIOGRAPHY

[1] L. Tisza. Transport phenomena in Helium II. *Nature*, 141(3577):913–913, 5 1938.

[2] L. Landau. Theory of the Superfluidity of Helium II. *Phys. Rev.*, 60:356–358, Aug 1941.

[3] Isaac M Khalatnikov and I M Khalatnikov. *An introduction to the theory of superfluidity.* Frontiers in Physics. Benjamin, New York, NY, 1965.

[4] Steven W Van Sciver. *Helium cryogenics; 2nd ed.* International cryogenics monograph series. Springer, New York, NY, 2012.

[5] R. Aymar, P. Genevey, S. Palanque, A. Sagniez, J.P. Soubeyrand, and B. Turck. A NbTi 10 T 388 mm bore magnet working at 1.8 K in pressurized superfluid helium. *Cryogenics*, 20(9):521 – 524, 1980.

[6] G. Claudet, G. [Bon Mardion], B. Jager, and G. Gistau. Design of the cryogenic system for the TORE SUPRA tokamak. *Cryogenics*, 26(8):443 – 449, 1986.

[7] Ph Lebrun. Superfluid-helium cryogenics for the Large Hadron Collider project at CERN. *CRYOGENICS*, 34(ICEC):1–8, 1994. 15th International Cryogenic Engineering Conference (ICEC 15), GENOVA, ITALY, JUN 07-10, 1994.

[8] J. R. Miller. The NHMFL 45-T hybrid magnet system: past, present, and future. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 13(2):1385–1390, 2003.

[9] LR Dixon, WD Markiewicz, WW Brey, and KK Shetty. Performance of the ultra wide bore 900 MHz NMR magnet at the national high magnetic field laboratory. *IEEE Trans. on Applied Supercon.*, 15(2, 2):1334–1337, JUN 2005. 2004 Applied Superconductivity Conference, Jacksonville, FL, OCT 03-08, 2004.

[10] C. J. Gorter and J. H. Mellink. On the irreversible processes in liquid helium II. *Physica*, 15(3):285–304, May 1949.

[11] R. Srinivasan and A. Hofmann. Investigations on cooling with forced flow of He II. Part 1. *Cryogenics*, 25(11):641 – 651, 1985.

[12] R. Srinivasan and A. Hofmann. Investigations on cooling with forced flow of He II. Part 2. *Cryogenics*, 25(11):652 – 657, 1985.

[13] A. Kashani and S. W. Van Sciver. *Steady State Forced Convection Heat Transfer in He II*, pages 489–498. Springer US, Boston, MA, 1986.

[14] A. Kashani, S. W. Van Sciver, and J. C. Strikwerda. Numerical solution of forced convection heat transfer in He II. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 16(2):213–228, 1989.

[15] P.L. Walstrom. JouleThomson effect and internal convection heat transfer in turbulent He II flow. *Cryogenics*, 28(3):151–156, 1988.

[16] S. Fuzier, B. Baudouy, and S. W. Van Sciver. Steady-state pressure drop and heat transfer in He II forced flow at high Reynolds number. *Cryogenics*, 41(5):453–458, May 2001.

[17] S. Fuzier and S.W. Van Sciver. Experimental measurements and modeling of transient heat transfer in forced flow of He II at high velocities. *Cryogenics*, 48(3):130 – 137, 2008.

[18] Andrea Vitrano and Bertrand Baudouy. Superfluid helium forced flow in the gorter-mellink regime. *Cryogenics*, 129:103628, 2023.

[19] H Tatsumoto, K Fukuda, and M Shiotsu. Numerical analysis for steady-state two-dimensional heat transfer from a flat plate at one side of a duct containing pressurized he ii. *Cryogenics*, 42(1):9–17, 2002.

[20] H Tatsumoto, K Fukuda, and M Shiotsu. Numerical analysis for two-dimensional transient heat transfer from a flat plate at one-side of a duct containing pressurized he ii. *Cryogenics*, 42(1):19–28, 2002.

[21] Cyprien Soulaine, Michel Quintard, Hervé Allain, Bertrand Baudouy, and Rob Van Weelderen. A PISO-like algorithm to simulate superfluid helium flow with the two-fluid model. *Computer Physics Communications*, 187:20–28, 2015.

[22] Cyprien Soulaine, Michel Quintard, Bertrand Baudouy, and Rob Van Weelderen. Numerical investigation of thermal counterflow of he ii past cylinders. *Physical Review Letters*, 118(7):074506, 2017.

[23] Hamid Yousefi and Hossein Afshin. Numerical simulation of thermal counterflow in superfluid helium: Investigating the effect of rotation and heat flux on the surface of the cylinder. *Computer Physics Communications*, 310:109495, 2025.

[24] Hamid Yousefi and Hossein Afshin. Numerical simulation of thermal counterflow in superfluid helium: converging/diverging, hyperbolic/elliptical, and forward/backward steps channels. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 119:110262, 2026.

[25] T. Kitamura, K. Shiramizu, N. Fujimoto, Y.F. Rao, and K. Fukuda. A numerical model on transient, two-dimensional flow and heat transfer in He II. *Cryogenics*, 37(1):1 – 9, 1997.

[26] T. Suekane, M. Sekiguchi, S. Hirai, and T. Okamura. Heat transfer and flow of He II in narrow channels. *Cryogenics*, 43(2):125–131, 2003.

[27] Sawomir Pietrowicz, Przemysaw Basiak, Marcin Opalski, and Bertrand Baudouy. Simplified numerical model for steady-state he ii forced flow. *Cryogenics*, 150:104137, 2025.

[28] Russell J. Donnelly and Charles E. Swanson. Quantum turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 173:387–429, 1986.

[29] A. Sato, M. Maeda, T. Dantsuka, M. Yuyama, and Y. Kamioka. Temperature dependence of the gorter-mellink exponent m measured in a channel containing he ii. In *AIP Conference Proceedings*, volume 823, pages 387–392, 2006.

[30] K. Kuehn and G. Ahlers. Mutual friction in superfluid ^{4}he near the λ-line. *Journal of Low Temperature Physics*, 126(5–6):1515–1528, 2002.

[31] H. E. Hall and W. F. Vinen. The rotation of liquid helium ii. ii. the theory of mutual friction in uniformly rotating helium ii. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 238(1213):215–234, 1956.

[32] I. L. Bekarevich and I. M. Khalatnikov. Phenomenological derivation of the equations of vortex motion in he ii. *Soviet Physics JETP*, 13(3):643–646, 1961.

[33] D. D. Holm. Introduction to hvbk dynamics. In C. F. Barenghi, R. J. Donnelly, and W. F. Vinen, editors, *Quantized Vortex Dynamics and Superfluid Turbulence*, volume 571 of *Lecture Notes in Physics*, pages 114–130. Springer, Berlin, Heidelberg, 2001.

[34] Z. Zhang, I. Danaila, E. Lévêque, and L. Danaila. Higher-order statistics and intermittency of a two-fluid hall-vinen-bekharevich-khalatnikov quantum turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 962:A22, 2023.

[35] S. Fuzier. Heat transfer and pressure drop in forced flow helium ii at high reynolds numbers. PhD thesis, 2004.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_87

Computational Analysis of Moist Airflow Distribution in Underground Mine Roadways

Kamil ŚMIERCIEW, Jerzy GAGAN, Dariusz BUTRYMOWICZ
Bialystok University of Technology, Wiejska 45C, Białystok, 15-351, Poland,
d.butrymowicz@pb.edu.pl

Keywords: mine ventilation; CFD; moist airflow; species transport; underground thermal comfort

Assessing thermal comfort and microclimatic conditions in underground mine workings requires a reliable description of the local airflow structure, yet direct measurements are typically limited to a small number of cross-sections and cannot resolve the flow field within the roadway network. This paper presents a CFD-based investigation of moist airflow distribution in a section of an underground mine ventilation network, developed from field measurement data and a geometric model of the facility supplied in *.step* format. Due to the limited availability of geometric and measurement data, a simplified computational domain was adopted, comprising only the airflow volume within a truncated fragment of the roadway network; the preservation of the air mass flow rate was therefore adopted as the primary validation criterion, with local velocities treated as resultant quantities recalculated with respect to the true and modelled cross-sectional areas. The analysis was performed in two stages: a baseline dry-airflow model was first validated against measured velocity, temperature and mass flow rate at two reference cross-sections, followed by a moist-airflow simulation incorporating water vapour transport using the Species Transport approach. Very good agreement with measurements was obtained for area-averaged velocity, temperature, relative humidity and mass flow rate, with deviations remaining within typical measurement and numerical uncertainty. Detailed analysis of a target cross-section located downstream of a bend and upstream of a ventilation branch split revealed a strongly non-uniform flow structure, with a distinct high-velocity core and near-wall low-velocity zones resulting from the upstream bend and asymmetric inflow; no global flow reversal was identified. The results provide a validated, physically consistent baseline airflow model for the analysed mine section and establish a reference framework for subsequent work, including the incorporation of rock-mass heat exchange, technological heat and moisture sources, and the evaluation of thermal comfort indices for underground working conditions.

INTRODUCTION

Underground mine workings are characterised by demanding and highly variable microclimatic conditions, resulting from the combined influence of geothermal heat flux, mechanised equipment, and limited natural ventilation. Maintaining acceptable thermal comfort and air quality at depth is a key operational and safety requirement, and its assessment relies fundamentally on a correct description of the airflow structure within the roadway network [1].

In practice, airflow characterisation in mine ventilation networks is based on anemometric measurements performed at a limited number of cross-sections, typically using multi-point grid methods. While such measurements provide reliable area-averaged estimates of velocity, temperature and humidity at the instrumented locations, they cannot resolve the three-dimensional flow structure between measurement points, particularly in the vicinity of bends, junctions and flow splits [2].

Computational Fluid Dynamics (CFD) has become an established tool for reconstructing the internal flow field of ventilation systems from sparse boundary data, supporting the interpretation of point measurements and enabling prediction of conditions at locations that are difficult or impossible to instrument directly [3]. Applications of CFD to underground mine ventilation networks have addressed

airflow distribution at roadway junctions, dust and gas dispersion, and the influence of geometric irregularities on local flow non-uniformity [4].

A further methodological challenge concerns the modelling of moist air and water vapour transport in mine airflows, which is a prerequisite for the assessment of condensation risk and thermal comfort indices. Balance-based species-transport approaches offer a numerically robust alternative to fully resolved multiphase models, while retaining the ability to track humidity and temperature fields consistently with the underlying velocity field [5].

A common practical limitation, shared by the present study, is that mine roadway networks extend over distances that make full-network modelling infeasible; the computational domain must therefore be geometrically truncated, and appropriate boundary conditions must be constructed from limited field data rather than imposed a priori. The literature does not provide a well-established, generally applicable procedure for combining sparse point measurements with truncated CFD domains under such conditions, particularly when the objective is to characterise flow non-uniformity at a target cross-section not covered by direct measurement [6].

Ultimately, the assessment of thermal comfort in underground working conditions relies on composite indices which combine air velocity, temperature, humidity and radiant heat exchange into a single evaluation criterion; the reliable determination of these indices at locations not covered by direct measurement is only possible once a validated, spatially resolved airflow and humidity field is available [7]. This motivates the present focus on establishing and validating such a baseline airflow model prior to the incorporation of thermal loads and comfort criteria.

The present study addresses this gap by developing and validating a CFD model of a section of an underground mine ventilation network, based on field measurement data and a geometric model of the facility. A staged dry-airflow / moist-airflow modelling strategy is applied and validated against two reference cross-sections, and the resulting model is used to characterise the flow structure, temperature and humidity distribution at a target cross-section located upstream of a ventilation branch split. The obtained results establish a validated baseline for subsequent stages of the work, including the incorporation of rock-mass heat exchange, technological heat and moisture sources, and the evaluation of thermal comfort indices for underground working conditions.

METHODOLOGY

The analysed section of the mine ventilation network comprises a main ventilation roadway, a side roadway providing additional air inflow (referred to as the intake), and a downstream bifurcation into two further ventilation branches. Two reference cross-sections, S1 and S2, (denoted as 4 and 5 in fig.1) correspond to the locations at which field measurements of velocity, temperature and relative humidity were performed; a target cross-section, S3 (denoted as 6 in Fig.1), located approximately at the midpoint of the roadway section preceding the branch split, was defined as the primary object of the CFD-based analysis.

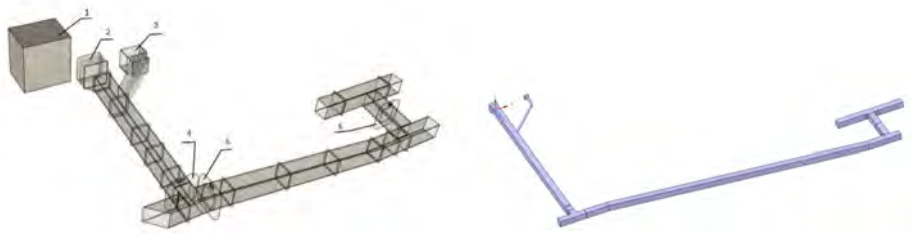


Fig. 1. Comparison of the original facility model reported by DAC (left) with the final computational domain developed in ANSYS SpaceClaim (right), comprising only the airflow volume. [Source: own elaboration]

Due to the limited availability of geometric and measurement data, the computational domain was deliberately simplified to include only the airflow volume, without modelling of structural elements or heat exchange with the surrounding rock mass. The analysed roadways were geometrically truncated with respect to the actual network, which extends further over distances on the order of hundreds of metres. Consequently, the model is intended for analysis of flow structure, mass-flow distribution and air mixing, and is not intended for precise reproduction of pressure losses in the full network, local condensation phenomena, or rock-mass heat exchange.

The geometric model delivered in *.step* format differs from the facility description contained in the measurement report primarily in the cross-sectional areas at the locations corresponding to S1 and S2, with discrepancies on the order of several square metres. For this reason, an exact pointwise reproduction of the measured velocities was not considered methodologically justified; instead, the preservation of the air mass flow rate was adopted as the primary criterion of agreement with the experimental data, with local velocity values in the CFD model treated as resultant quantities recalculated with respect to the actual and modelled cross-sectional areas.

Boundary conditions and mass-balance approach

Field data at cross-sections S1 and S2 indicated an increase in both cross-sectional area and average velocity between these locations, implying additional air inflow between S1 and S2 beyond that supplied by the main ventilation fan. This additional inflow was represented in the model as a side inlet (intake), corresponding to a roadway branch visible in the geometry. Since no direct measurement data were available for this branch, the corresponding mass flow rate was not prescribed arbitrarily but derived from the mass balance between S1 and S2, computed from the measurement report data.

On the outlet side, application of classical pressure-outlet conditions directly at the truncated boundaries resulted in a non-physical dominance of one outlet channel and pronounced sensitivity of the solution to the prescribed pressure values, including local backflow. This behaviour was attributed to the proximity of the outlet boundaries to the flow-distribution node, where the flow is not yet fully developed. To address this, the outlet channels were extended geometrically by approximately 3.6 m, allowing flow disturbances to decay before reaching the computational boundary; this substantially improved numerical stability and enabled a physically plausible mass-flow split to be obtained using pressure-outlet conditions.

The obtained mass balance (Table 1) confirms preservation of flow continuity throughout the computational domain, with the net mass balance exhibiting small, bounded oscillations (on the order of ±0.15 kg/s at a total flow rate of approximately 36.7 kg/s, i.e. below 0.5%) and no systematic drift, indicating that the solution reached a steady state in the engineering sense.

Table 1. Mass flow rate and average static pressure at the domain boundaries.

Boundary condition	Mass flow rate, kg/s	Average static pressure, Pa
Main inlet (main ventilation fan)	32.136	116.00
Intake (side inflow)	4.607	17.13
Outlet 1	12.248	11.61
Outlet 2	12.248	6.77
Outlet 3	12.248	6.91

Dry-airflow and moist-airflow (species transport) modelling

The numerical analysis was performed in two consecutive stages. In the first stage, a baseline dry-airflow model, independent of water vapour transport, was solved and used to verify the correctness

of the applied boundary conditions, solution stability, and agreement with measurement data at cross-sections S1 and S2. In the second stage, the model was extended using the Species Transport approach, in which air is treated as a mixture of dry air and water vapour. This approach was selected in preference to a fully resolved two-phase air–water model, as it allows independent specification of the inlet mixture composition at each inlet, is significantly more robust numerically, and does not require modelling of a liquid phase or condensation, which were outside the scope of the present analysis.

Humidity and temperature at the intake inlet, for which no direct measurement data were available, were determined from mass and energy balances at cross-section S2, combining measurement data with the results of the dry-airflow calculations. Moist-airflow calculations were themselves performed in a staged manner: an initial configuration using mass-flow outlet conditions was used to verify correct implementation of the species-transport model and mass/vapour balances, followed by the final configuration using pressure-outlet conditions at the extended outlet channels described in Section 1.2, which provides a more physically justified representation of the natural flow split between the outlet branches.

Numerical solver settings

The CFD calculations were performed in ANSYS Fluent using a coupled pressure-based solver for the steady-state, three-dimensional Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations, combined with the Species Transport model for water vapour, as described in Section 1.3. [Turbulence model, mesh type and element count, near-wall treatment, discretisation schemes and convergence criteria to be specified by the author.] The computational mesh was refined in the vicinity of the S1–S2 bend and the intake junction, where the strongest velocity and scalar gradients were expected, consistent with the flow non-uniformity discussed in Section 2.

RESULTS AND DISCUSSION

The velocity distribution obtained in cross-section S1 is characterised by a relatively uniform profile, typical of a fully developed channel flow (Fig. 2), and the area-averaged velocity obtained from the CFD calculations agrees with the analytically derived value to within about 1.4%, confirming the correctness of the boundary conditions applied at the main inlet.

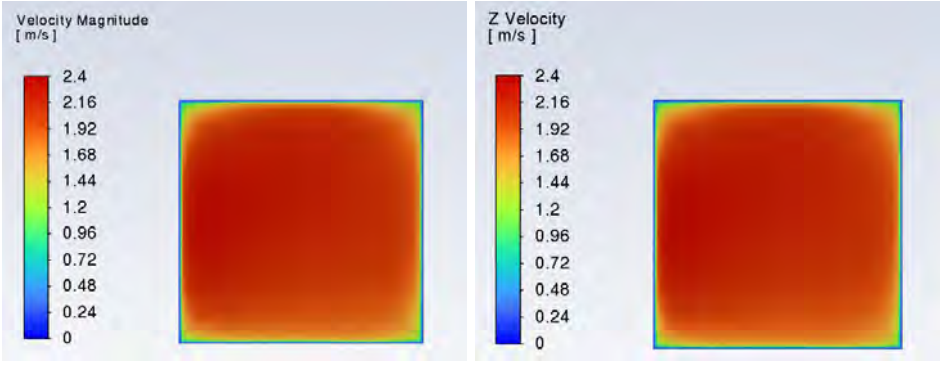


Fig. 2. Colour maps of velocity magnitude (left) and of the velocity component normal to cross-section S1 (right). [Source: own elaboration]

In cross-section S2, a pronounced asymmetry of the velocity field is observed (Fig. 3), resulting from the combined influence of the upstream bend and the side inflow from the intake. Because the local flow direction deviates from the cross-section normal by approximately 20–30°, comparison with

the point-based anemometric measurements requires the use of the velocity component normal to the cross-section rather than the velocity magnitude.

Table 2 summarises the comparison between the CFD results and the field measurement data at S1 and S2 for velocity, temperature, relative humidity and mass flow rate. Very good agreement was obtained at both cross-sections: the normal velocity component differed from the measured value by about 1.2–1.4%, temperature agreed to within 0.2 °C, relative humidity to within about 1 percentage point, and the mass flow rate to within approximately 1%. The small residual discrepancies are systematic in nature and consistent with the combined measurement and numerical uncertainty, including the pointwise character of the anemometric measurements, the absence of local boundary-condition tuning, and numerical diffusion in regions of intensive stream mixing.

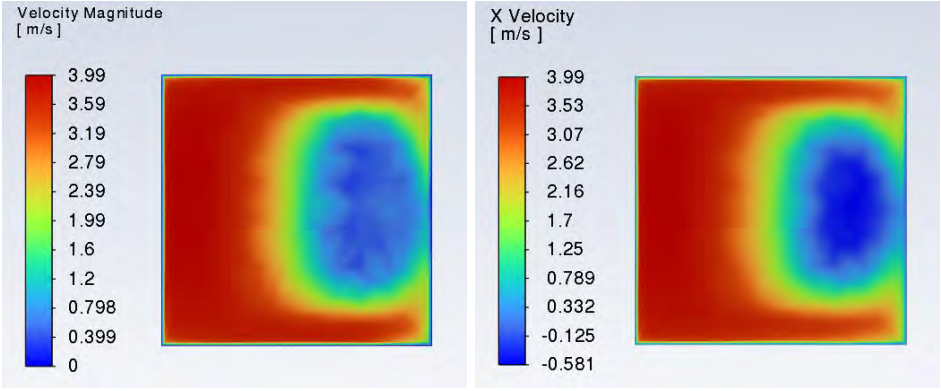


Fig. 3. Colour maps of velocity magnitude (left) and of the velocity component normal to cross-section S2 (right). [Source: own elaboration]

Table 2. Comparison of CFD results and field measurement data (EXP) at cross-sections S1 and S2 (* recalculated to account for differences between the modelled and actual cross-sectional geometry).

Quantity	S1 – CFD	S1 – EXP	S2 – CFD	S2 – EXP
Velocity (normal component), m/s	2.05	2.02*	2.34	2.31*
Temperature, °C	16.1	16.1	15.6	15.8
Relative humidity, %	87.6	87	84.2	85
Mass flow rate, kg/s	32.12	31.8	36.72	36.4

The flow structure upstream of S2 is illustrated by the streamlines originating from the main inlet and the intake (Fig. 4), which show a gradual deformation of the main stream at the bend, followed by progressive mixing with the side-inflow stream. The corresponding vector field in the bend region (Fig. 5) reveals secondary flows and near-wall regions of reduced velocity, which account for the observed difference between the velocity magnitude and its normal component in cross-section S2.

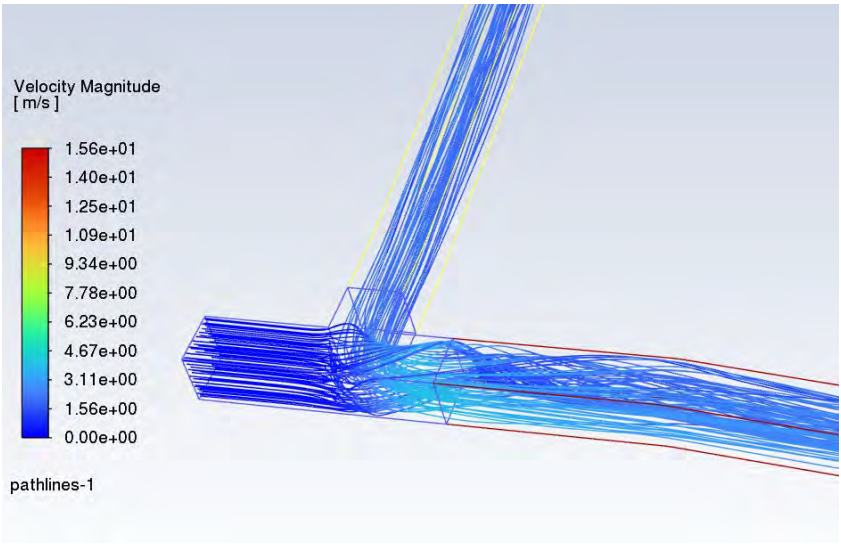


Fig. 4. Streamlines originating from the main inlet and the intake, illustrating the mixing of the two air streams upstream of cross-section S2. [Source: own elaboration]

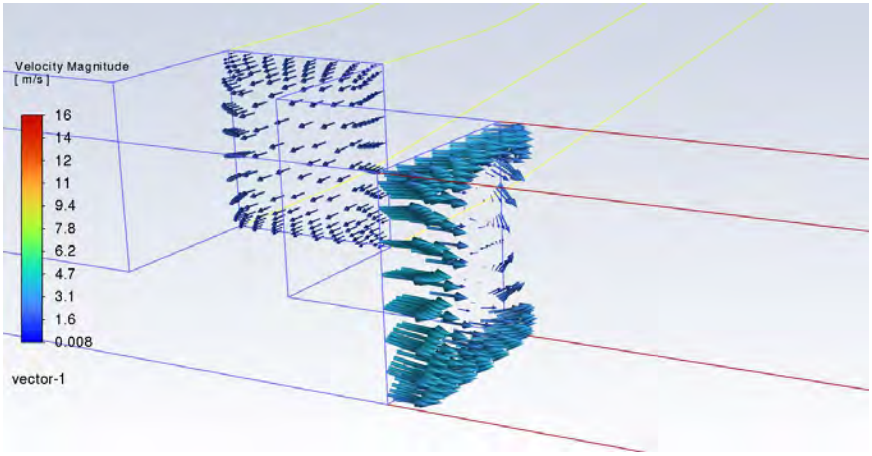


Fig. 5. Velocity vector field in planes S1–S2, showing secondary flows induced by the bend. [Source: own elaboration]

The distribution of turbulence kinetic energy in the vicinity of the S1–S2 bend (Fig. 6) indicates a region of intensified mixing coinciding with the zone of interaction between the main and intake streams. Since the degree of turbulence-field uniformity in this area governs the rate of humidity and temperature equalisation, this result provides interpretative context for the moist-airflow fields discussed below.

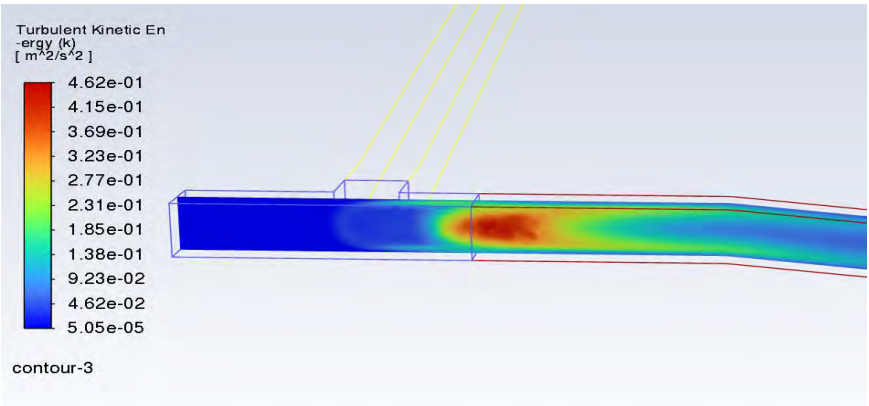


Fig. 6. Turbulence kinetic energy in the vicinity of the S1–S2 bend, XY plane. [Source: own elaboration]

A qualitative comparison of the CFD velocity field with the 3×3 anemometric velocity map reported for cross-section S2 (Fig. 7) confirms correct reproduction of the global trends: both datasets indicate a shift of the velocity maximum towards the outer wall of the bend, consistent with the expected influence of centrifugal forces and secondary flows, with reduced velocities on the opposite side of the cross-section corresponding to the less-mixed flow core.

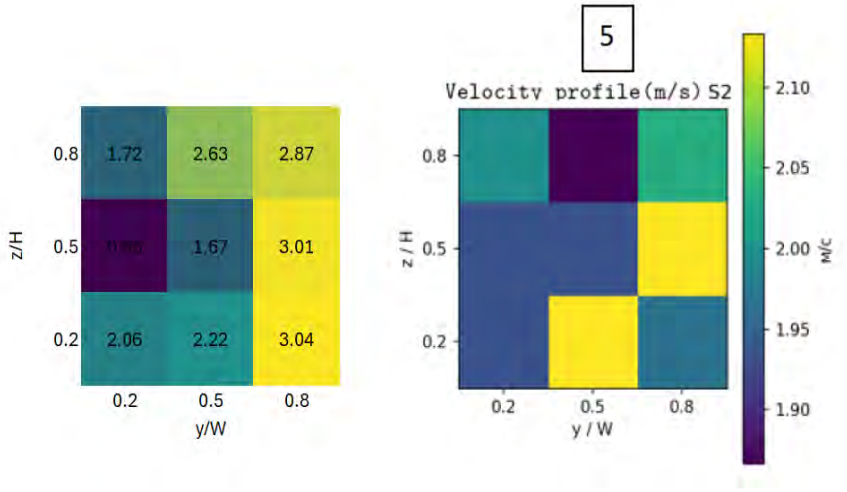


Fig. 7. Comparison of the CFD velocity heatmap (left) and the experimental 3×3 anemometric heatmap (right) for cross-section S2, upstream view. [Source: own elaboration]

Temperature and relative humidity distributions in cross-section S2 (Fig. 8) show moderate spatial variation associated with the incomplete mixing of the two inflow streams, consistent with the velocity field described above.

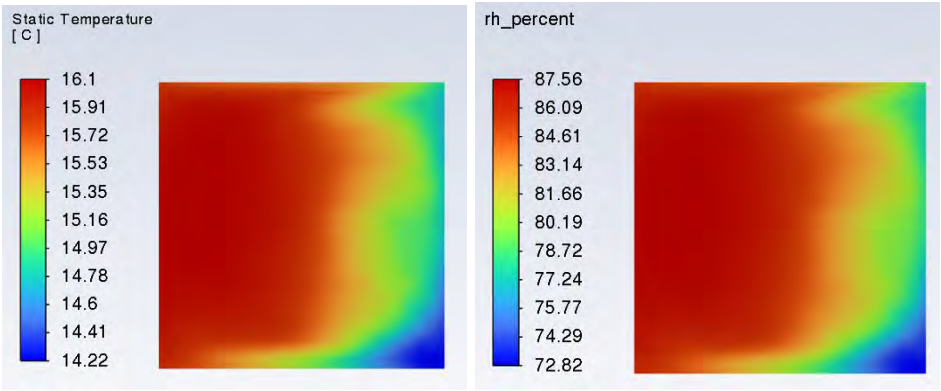


Fig. 8. Colour maps of temperature (left) and relative humidity (right) distributions in cross-section S2.

[Source: own elaboration]

Flow structure and thermo-hygrometric conditions at the target cross-section S3

Cross-section S3 is located at the midpoint of a 20 m long roadway, downstream of the S1–S2 bend and upstream of the bifurcation into two further ventilation branches (Fig. 9). No direct measurement data are available at this location; its characterisation therefore relies entirely on the CFD model validated in Section 2.1.

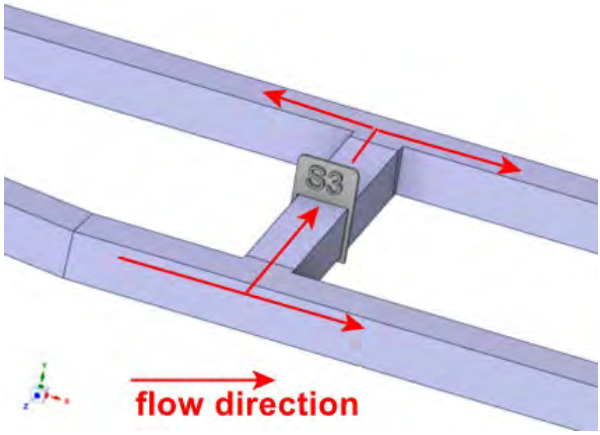


Fig. 9. Location of the target cross-section S3 within the mine roadway layout. [Source: own elaboration]

The velocity field in cross-section S3 (Fig. 10) is strongly non-uniform, featuring a distinct high-velocity core and near-wall low-velocity zones, with the velocity magnitude ranging from approximately 0 to 3.23 m/s about an area-averaged value of 1.42 m/s (Table 3). Non-uniformity indices, computed as the velocity range normalised by the mean value, amount to 2.26 for the velocity magnitude and 1.85 for the axial (Vz) component, confirming a pronounced departure from a fully developed flow profile. No positive values of the axial velocity component were identified anywhere in the cross-section, indicating the absence of global flow reversal; the observed low-velocity regions are attributed to near-wall deceleration and local vortical structures rather than to backflow.

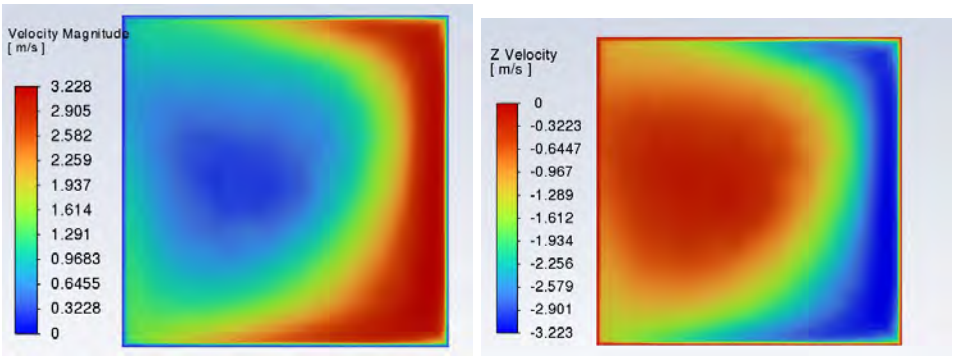


Fig. 10. Colour maps of the velocity profile in cross-section S3: velocity magnitude (left), axial component (right). [Source: own elaboration]

Table 3. Summary of flow, temperature and humidity characteristics in cross-section S3.

Quantity	Average	Maximum	Minimum
Velocity magnitude, m/s	1.42	3.23	0
Normal (Vz) velocity component, m/s	−1.37	−3.22	0
Non-uniformity index UI (velocity magnitude / Vz)	2.26 / 1.85	–	–
Temperature, °C	15.79	–	–
Relative humidity, %	85.5	–	–
Mass flow rate, kg/s	21.62	–	–

Temperature and relative humidity fields in cross-section S3 (Fig. 12) show only minor spatial variation, with area-averaged values of 15.79 °C and 85.5%, respectively — consistent with the present modelling stage, in which rock-mass heat exchange, technological heat and moisture sources, and condensation phenomena have not yet been included.

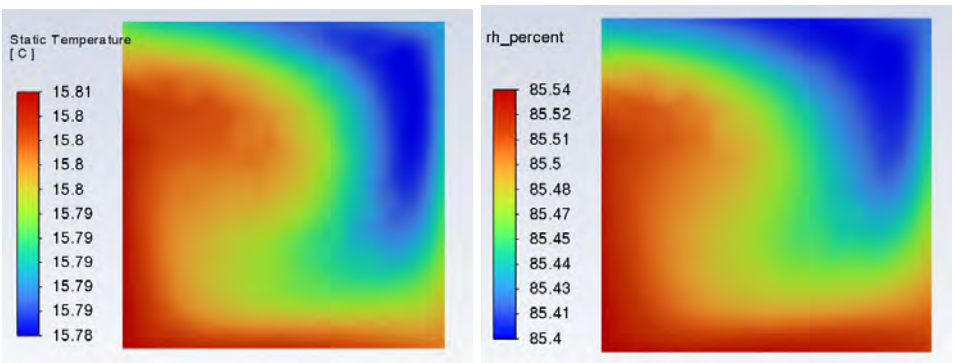


Fig. 12. Colour maps of temperature (left) and relative humidity (right) distributions in cross-section S3. [Source: own elaboration]

The velocity vector field in cross-section S3 (Fig. 11) confirms that the vectors are consistently oriented along the main flow direction, with no local closed loops indicative of axial backflow; the observed local disturbances are transverse rather than axial in character, and do not lead to reversal of the flow direction along the roadway axis.

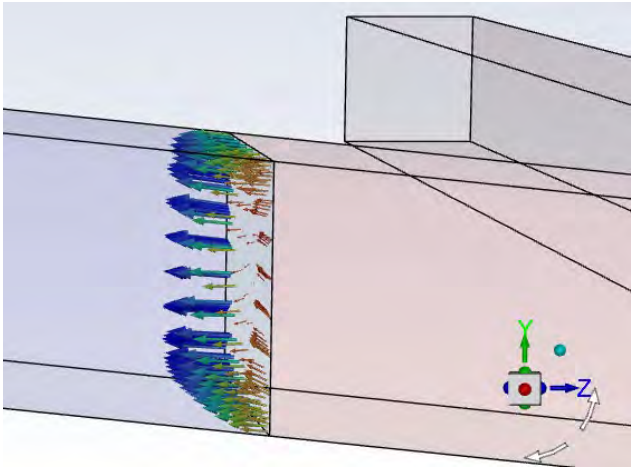


Fig. 11. Velocity vectors in cross-section S3. [Source: own elaboration]

The streamline pattern in the vicinity of S3 (Fig. 13) confirms that the observed non-uniformity results directly from the upstream bend and asymmetric inflow: a distinct jet core travels along one side of the roadway, while local vortical structures and reduced-velocity zones persist elsewhere in the cross-section. The net mass transport retains a clear, unidirectional orientation along the roadway, and cross-section S3 should therefore be interpreted as a transitional region in which the flow structure is still being shaped by the upstream geometry and the approaching branch split, rather than as a location of fully developed flow.

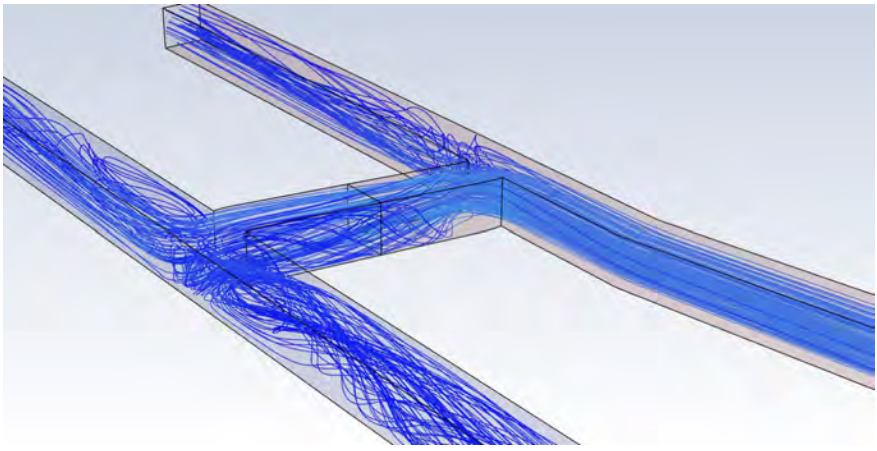


Fig. 13. Streamlines in the vicinity of cross-section S3, showing the jet core and near-wall low-velocity zones resulting from the upstream bend and asymmetric inflow. [Source: own elaboration]

From a practical standpoint, the pronounced non-uniformity identified at cross-section S3 indicates that a single area-averaged velocity value would not adequately represent the local convective conditions entering the downstream branches, and that any future assessment of thermal comfort or cooled-air supply scenarios in this part of the network should account for the distinct jet core and near-wall low-velocity zones identified in the present analysis. This observation is particularly relevant for the placement of prospective monitoring sensors and for the design of local air-distribution or cooling measures in the branching region.

CONCLUSIONS

A CFD model of a section of an underground mine ventilation network was developed from field measurement data and a geometric model supplied in *.step* format, and validated in two stages against measured velocity, temperature, relative humidity and mass flow rate at reference cross-sections S1 and S2.

Given the unavoidable differences between the actual and modelled roadway geometry, preservation of the air mass flow rate was adopted as the primary validation criterion, with local velocities treated as resultant quantities recalculated with respect to the true and modelled cross-sectional areas; this approach yielded very good agreement with measurements (within about 1–1.5% for velocity and mass flow rate, and within about 1 percentage point for relative humidity).

A staged boundary-condition strategy was necessary to obtain a stable and physically plausible solution using pressure-outlet conditions, given the geometric truncation of the computational domain.

The Species Transport approach provided a numerically robust and sufficiently accurate representation of moist airflow for the purposes of this study, without requiring explicit modelling of a liquid phase or condensation.

Detailed analysis of the target cross-section S3 revealed a strongly non-uniform flow structure, with a distinct high-velocity core and near-wall low-velocity zones resulting from the upstream bend and asymmetric inflow, and confirmed the absence of global flow reversal.

The obtained results provide a validated, physically consistent baseline airflow model for the analysed mine section, establishing a reference framework for subsequent work incorporating rock-mass heat exchange, technological heat and moisture sources, and the evaluation of thermal comfort indices for underground working conditions.

ACKNOWLEDGEMENTS

The research results presented in the paper are supported by the project DACRIS: Revolutionary and sustainable cooling system for underground mining, Project number: 24614

REFERENCES

1. Sunkpal, M., Roghanchi, P., Kocsis, K.C. (2018). A Method to Protect Mine Workers in Hot and Humid Environments. Safety and Health at Work, 9(2), 149–158. https://doi.org/10.1016/j.shaw.2017.06.011

2. Jia, Z., Zhao, Q., Zhao, Y., Cui, B., Song, T. (2025). Dimensionless Analysis of Rough Roadway Airflow Distribution Based on Numerical Simulations. Fluids, 10(4), 77. https://doi.org/10.3390/fluids10040077

3. Yi, H., Kim, M., Lee, D., Park, J. (2022). Applications of Computational Fluid Dynamics for Mine Ventilation in Mineral Development. Energies, 15(22), 8405. https://doi.org/10.3390/en15228405

4. Aminossadati, S.M., Hooman, K. (2008). Numerical simulation of ventilation air flow in underground mine workings. In: Wallace, K.G. (Ed.), Proceedings of the 12th U.S./North American Mine Ventilation Symposium, Reno, NV, pp. 253–259.

5. Serrano, J.R., Piqueras, P., Navarro, R., Tarí, D., Meano, C. (2018). Development and verification of an in-flow water condensation model for 3D-CFD simulations of humid air streams mixing. Computers & Fluids, 167, 158–165. https://doi.org/10.1016/j.compfl uid.2018.02.032

6. Dziurzyński, W., Krach, A., Pałka, T. (2017). Airflow Sensitivity Assessment Based on Underground Mine Ventilation Systems Modeling. Energies, 10(10), 1451. https://doi.org/10.3390/en10101451

7. Roghanchi, P., Kocsis, K.C. (2018). Challenges in Selecting an Appropriate Heat Stress Index to Protect Workers in Hot and Humid Underground Mines. Safety and Health at Work, 9(1), 10–16. https://doi.org/10.1016/j.shaw.2017.04.002

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_88

Analiza CFD nierównomierności rozpływu czynnika roboczego w kolektorze dwufazowego wymiennika minikanałowego

KAMIL ŚMIERCIEW, JERZY GAGAN, DARIUSZ BUTRYMOWICZ, MICHAŁ ŁUKASZUK, ANDRZEJ PAWLUCZUK, ADAM DUDAR

Politechnika Białostocka, Wiejska 45C, Białystok, 15-351, Polska,
d.butrymowicz@pb.edu.pl

Słowa kluczowe: wymiennik minikanałowy; hydraulika kolektora; nierównomierność rozpływu; CFD dwufazowe; modelowanie strefy porowatej

Równomierny rozdział strumienia masy pomiędzy równoległe minikanały jest warunkiem koniecznym stabilnej pracy parownika, jednak geometria kolektora zasilającego jest często projektowana bez szczegółowej oceny hydraulicznej, co pozostawia lokalną nierównomierność rozpływu oraz przepływ wsteczny na poziomie pojedynczych kanałów niewykryte aż do późniejszych etapów rozwoju konstrukcji. W artykule przedstawiono opartą na CFD analizę hydrauliczną kolektora zasilającego wymiennik minikanałowy pracujący z dwufazowym przepływem propanu (R290), ukierunkowaną na ilościowe określenie nierównomierności rozpływu oraz identyfikację jej geometrycznego źródła. Zbadano dwie konfiguracje kolektora przy identycznych warunkach brzegowych. Konfiguracja bazowa, zasilana pojedynczym wlotem na pełnej długości pakietu kanałów, wykazała silnie nierównomierny rozdział przepływu: strumienie masy w jedenastu kanałach wylotowych wahały się od 0,00126 kg/s do 0,00245 kg/s (rozrzut sięgający niemal 95%), a w kanale zlokalizowanym w rejonie niskiego ciśnienia kolektora zidentyfikowano przepływ wsteczny (−0,00084 kg/s), zgodny ze strefą recyrkulacji potwierdzoną analizą linii prądu. Jawne odwzorowanie pełnej długości minikanałów istotnie zwiększało koszt obliczeniowy, sprzyjając jednocześnie powstawaniu przepływu wstecznego indukowanego warunkami brzegowymi; zastąpienie kanałów strefami porowatymi ograniczyło ten koszt przy zachowaniu poprawnego oporu hydraulicznego, a podejście hybrydowe – krótki jawny odcinek wlotowy kanału połączony z bryłą strefy porowatej – zapewniło najlepszy kompromis między stabilnością numeryczną a wiernością fizyczną. Dla przepływu dwufazowego uproszczony model Mixture nie pozwolił uzyskać stabilnych, fizycznie spójnych rozwiązań w obecności wielu wylotów i stref porowatych; jedynie podejście Eulerian multiphase dało zbieżne, gładkie rozwiązanie z bilansem masy zamykającym się do 10^{-7} kg/s, zgodne z niezależnymi obliczeniami jednowymiarowymi. Na tej podstawie opracowano zmodyfikowaną geometrię kolektora (konfiguracja 2), obejmującą wielopunktowe zasilanie i przeprojektowaną podstawę kolektora, która istotnie poprawiła jednorodność rozpływu, dając gładki, przewidywalny rozdział strumienia masy między kanały przy jedynie umiarkowanej asymetrii szczątkowej w rejonie wlotu. Analiza wrażliwości parametrów oporu strefy porowatej potwierdziła, że obserwowany charakter rozpływu jest strukturalną konsekwencją geometrii kolektora, a nie artefaktem doboru współczynników oporu. Wyniki ustanawiają zwalidowane ramy modelowe – łączące reprezentację porowatą kanałów z podejściem Eulerian dwufazowym – dla hydraulicznego projektowania i optymalizacji kolektorów wymienników minikanałowych.

WPROWADZENIE

Równomierny rozdział strumienia masy czynnika roboczego pomiędzy równoległe minikanały decyduje o stabilności pracy parownika, powtarzalności warunków wrzenia oraz o wykorzystaniu nominalnej powierzchni wymiany ciepła. Niedostateczna jednorodność rozpływu prowadzi do lokalnego przegrzania jednych kanałów i niedoboru czynnika w innych, co obniża efektywną sprawność wymiennika i sprzyja niestabilności termicznej [1].

Zjawisko nierównomiernego zasilania kanałów równoległych, określane jako maldystrybucja przepływu, jest szeroko opisywane w literaturze dotyczącej kompaktowych wymienników ciepła i chłodnic minikanałowych. Jego źródłem są przede wszystkim nierównomierne straty ciśnienia wzdłuż kolektora, geometria wlotu oraz stosunek przekroju kolektora do przekroju pojedynczego kanału, przy czym skala tego zjawiska rośnie wraz z miniaturyzacją kanałów przepływowych [2].

W odpowiedzi na te ograniczenia w literaturze proponowane są liczne modyfikacje geometrii kolektora, obejmujące m.in. wielopunktowe zasilanie, przeprojektowanie kształtu podstawy kolektora czy zastosowanie przewężeń i dysz kierujących strugę wlotową, prowadzące do istotnej poprawy jednorodności rozpływu kosztem niewielkiego wzrostu całkowitego spadku ciśnienia [3].

Z punktu widzenia metodyki obliczeniowej, jawne odwzorowanie w CFD pełnej, rzeczywistej długości minikanałów prowadzi do bardzo dużej liczby elementów siatki, co przy analizach wielowariantowych oraz obliczeniach dwufazowych skutkuje wysokim kosztem numerycznym i sprzyja powstawaniu artefaktów brzegowych. Zastępowanie pakietów kanałów strefami porowatymi opisanymi równaniem Darcy–Forchheimera pozwala odwzorować całkowity opór hydrauliczny kanałów przy znacznej redukcji liczby komórek obliczeniowych, zachowując wiarygodność wyników na poziomie kolektora [4].

Modelowanie przepływu dwufazowego w kolektorach i główkach rozdzielczych wymienników minikanałowych stanowi dodatkowe wyzwanie numeryczne, związane z wyborem odpowiedniego modelu wielofazowego. Podejście Eulerian multiphase, choć bardziej wymagające obliczeniowo niż modele uproszczone typu Mixture, pozwala na niezależne odwzorowanie pól prędkości i ciśnienia poszczególnych faz oraz stabilne domknięcie bilansu masy w układach z licznymi wylotami i strefami porowatymi, co czyni je właściwym narzędziem do analizy rozdziału czynnika dwufazowego w kolektorach parowników [5].

Mimo rosnącej liczby prac poświęconych projektowaniu kolektorów wymienników minikanałowych, literatura nie dostarcza spójnej procedury łączącej: (i) ocenę hydrauliki kolektora na etapie koncepcyjnym za pomocą jawnego modelu jednofazowego, (ii) redukcję kosztu obliczeniowego poprzez modelowanie porowate kanałów oraz (iii) walidację zmodyfikowanej geometrii w warunkach rzeczywistego przepływu dwufazowego. W szczególności niewiele prac odnosi się wprost do przepływu wstecznego na poziomie pojedynczych kanałów, wynikającego zarówno z geometrii kolektora, jak i z warunków brzegowych narzucanych w modelu CFD [6].

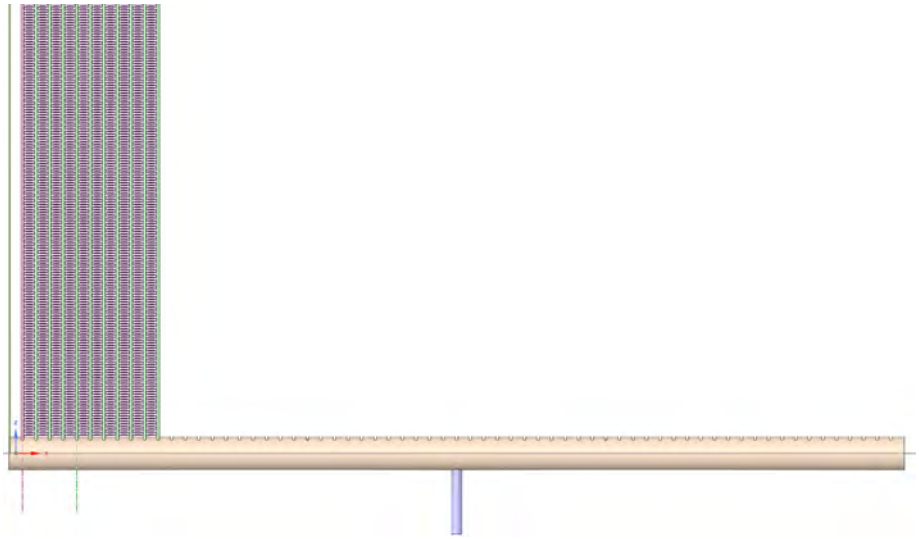
Niniejsza praca wypełnia tę lukę, przedstawiając kompleksową analizę CFD hydrauliki kolektora zasilającego dwufazowy wymiennik minikanałowy, obejmującą: ocenę konfiguracji bazowej i identyfikację źródeł nierównomierności oraz przepływu wstecznego, opracowanie i walidację metodyki porowatej redukującej koszt obliczeniowy, dobór modelu wielofazowego zapewniającego stabilne i fizycznie spójne rozwiązanie przepływu dwufazowego oraz ocenę zmodyfikowanej geometrii kolektora (konfiguracja 2) pod kątem poprawy jednorodności zasilania kanałów.

MODEL OBLICZENIOWY I METODYKA

Przedmiotem analiz numerycznych jest ocena hydrauliki przepływu czynnika roboczego w kolektorze zasilającym wymiennika minikanałowego, ze szczególnym uwzględnieniem rozdziału strumienia masowego pomiędzy poszczególne kanały przepływowe. Analizy skupiono na części przepływowej wymiennika – kolektorze oraz strefach doprowadzenia czynnika do kanałów – przy założeniu zadanych warunków brzegowych odpowiadających pracy ustalonej. Celem obliczeń nie było szczegółowe odwzorowanie procesów wymiany ciepła, lecz jakościowa i ilościowa ocena równomierności rozpływu oraz identyfikacja niekorzystnych zjawisk hydrodynamicznych, takich jak lokalne strefy stagnacji, recyrkulacje czy nadmierna koncentracja strumienia w rejonie wlotu.

W konfiguracji bazowej (konfiguracja 1) kolektor zasilający posiada jeden centralny wlot, z którego czynnik roboczy rozdzielany jest osiowo na obie strony kolektora, po 33 panele minikanałowe z każdej strony. Taka koncepcja sprawia, że lokalne warunki przepływowe w kolektorze – spadek ciśnienia

wzdłuż długości, przyspieszenia i strefy recyrkulacyjne – mają bezpośredni wpływ na nierównomierność zasilania poszczególnych kanałów.

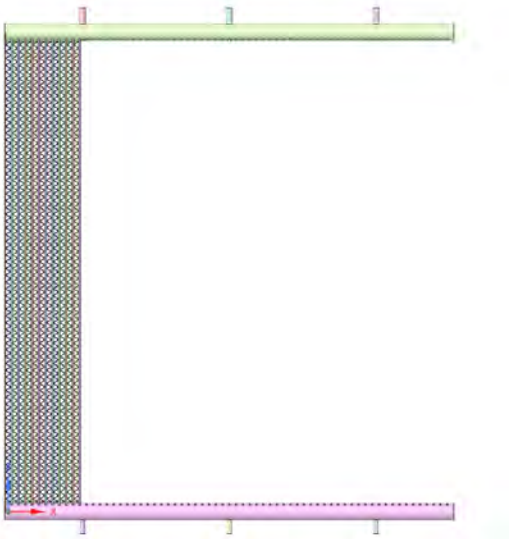


Rys. 1. Model CAD wymiennika — konfiguracja bazowa (pojedynczy wlot centralny); dla przejrzystości rysunku przedstawiono jedynie wybrany fragment pakietu paneli minikanałowych i lamel międzypanelowych, a nie ich pełną liczbę. [Źródło: opracowanie własne]

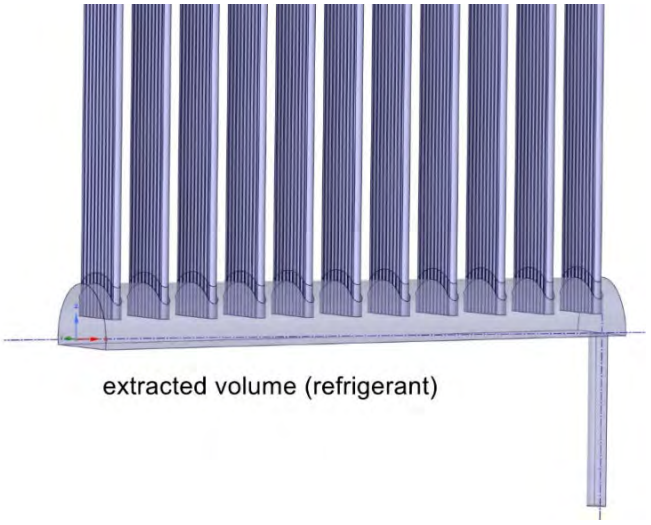
W odpowiedzi na jednoznacznie niekorzystny charakter rozpływu uzyskany dla konfiguracji bazowej opracowano konfigurację 2, w której zastosowano kilka wlotów zamiast pojedynczego dopływu centralnego – każdy z nich obsługuje wydzieloną sekcję pakietu kanałów, co skraca efektywną drogę przepływu wzdłuż kolektora. Dodatkowo zmodyfikowano geometrię dna kolektora, nadając mu wyraźne nachylenie wzdłuż kierunku przepływu, w celu wymuszenia bardziej równomiernego rozkładu pola ciśnienia i ograniczenia lokalnych stref stagnacji i recyrkulacji.

Ze względu na koszt obliczeniowy do szczegółowej analizy hydraulicznej wyodrębniono z pełnego modelu CAD reprezentatywny fragment odpowiadający 1/6 długości wymiennika, obejmujący pełną geometrię sekcji kolektora oraz jedenaście wylotów prowadzących do minikanałów.

Test niezależności siatkowej dla wariantu referencyjnego z jawną reprezentacją minikanałów przeprowadzono dla trzech gęstości (ok. 0,95 mln, 1,72 mln i 2,99 mln elementów); wariant o gęstości ok. 1,72 mln elementów przyjęto jako optymalny kompromis między dokładnością a kosztem obliczeniowym i wykorzystano go jako model referencyjny w dalszych analizach. Dla obliczeń dwufazowych jawną geometrię minikanałów zastąpiono strefami porowatymi, co pozwoliło zredukować liczbę elementów siatki do ok. 0,57 mln (575 203 komórek). Jakość siatki oceniono na podstawie *orthogonal quality* (minimalna wartość ok. 0,20–0,30 w rejonach silnej krzywizny) oraz maksymalnego *aspect ratio*, uznanych za akceptowalne dla analizy hydrodynamicznej bez pełnej rozdzielczości warstwy przyściennej.



Rys. 2. Model CAD wymiennika — konfiguracja 2, z wielopunktowym zasilaniem i zmodyfikowaną geometrią dna kolektora; podobnie jak na Rys. 1, pokazano tylko część panelu minikanałowego i lamel międzypanelowych, dla czytelności rysunku. [Źródło: opracowanie własne]



Rys. 3. Wyodrębniona z modelu CAD objętość obliczeniowa (1/6 wymiennika). [Źródło: opracowanie własne]

Obliczenia jednofazowe wykonano w solwerze ANSYS Fluent przy użyciu algorytmu sprzężonego (Coupled) rozwiązania pola ciśnienia i prędkości oraz modelu turbulencji SST k–ω, ze schematem dyskretyzacji drugiego rzędu. Na wlocie zadano masowy strumień czynnika (ciekły propan, 288 K) równy 0,0175 kg/s, na wylotach minikanałów – ciśnienie statyczne 0 Pa z możliwością lokalnego przepływu wstecznego (warunek outflow), ściany zdefiniowano jako nieruchome, gładkie (no-slip).

W obliczeniach dwufazowych (konfiguracja zmodyfikowana, model Eulerian) na wlocie zadano ciśnienie całkowite względne 448 675 Pa oraz udział objętościowy fazy ciekłej 0,916 (odpowiadający stopniowi suchości x ≈ 0,20), a na jedenastu wylotach – jednakowe ciśnienie względne 415 175 Pa. Właściwości faz przyjęto jako stałe: ciecz propan – gęstość 521,85 kg/m³, lepkość $1{,}127\times10^{-4}$ kg/(m·s); para propanu – gęstość 11,95 kg/m³, lepkość $8{,}0\times10^{-6}$ kg/(m·s). Sprzężenie ciśnienie–prędkość realizowano metodą Phase-Coupled SIMPLE, z dyskretyzacją ciśnienia schematem PRESTO! oraz schematami pierwszego rzędu dla pędu, udziałów faz i wielkości turbulentnych, co zapewniło stabilność w złożonym układzie wielofazowym ze strefami porowatymi.

Modelowanie oporu hydraulicznego kanałów: od geometrii jawnej do stref porowatych

Analiza z jawną reprezentacją pełnej długości minikanałów ujawniła lokalne przepływy wsteczne w rejonie niskiego ciśnienia kolektora, indukowane w dużej mierze przez narzucone warunki brzegowe oraz skróconą reprezentację długich, rzeczywistych kanałów w modelu CFD. W rzeczywistym wymienniku znaczny opór hydrauliczny długich minikanałów stabilizuje kierunek przepływu i tłumi lokalne recyrkulacje – efekt ten trudno odwzorować w jawnym, skróconym modelu CFD.



Rys. 4. Porównanie rozdziału strumienia masy między panele dla modelu referencyjnego (jawna geometria minikanałów, 1,72M), wariantu w pełni porowatego (próba 1, 0,36M) oraz wariantu hybrydowego (próba 3, 0,57M). [Źródło: opracowanie własne]

Z tego względu podjęto próbę zastąpienia jawnej geometrii kanałów strefami porowatymi opisanymi równaniem Darcy–Forchheimera, których parametry (składowa lepka 1/α oraz bezwładnościowa C_2) wyznaczono na podstawie jednowymiarowego modelu przepływu w pojedynczym minikanale (przepływ laminarny, liczba Poiseuille'a Po ≈ 56,9), opracowanego w środowisku Mathcad. Warunek porous jump, przypisany do powierzchni, okazał się niewystarczający dla analizowanej topologii i został porzucony na rzecz objętościowych stref porowatych (porous zone), w których opór hydrauliczny wprowadzany jest jako dodatkowy człon źródłowy w równaniach pędu.

Rozważono dwa warianty: (próba 1) całkowite zastąpienie minikanałów strefami porowatymi oraz (próba 3) podejście hybrydowe, w którym zachowano jawnie krótki, 15-milimetrowy odcinek wlotowy kanału, a pozostałą, dominującą część długości zastąpiono materiałem porowatym. Wariant hybrydowy uwzględnia lokalne efekty geometryczne inicjujące rozpływ przy jednoczesnej stabilizacji przepływu na dalszej długości kanału. Rozważano również wariant pośredni (próba 2, siatka o gęstości

ok. 1,15 mln elementów), stanowiący etap przejściowy pomiędzy próbą 1 a próbą 3 w procesie doboru ustawień modelu porowatego; ostatecznie do dalszej analizy wybrano wariant hybrydowy (próba 3) jako oferujący korzystniejszy kompromis między dokładnością a kosztem obliczeniowym.

Zastosowanie stref porowatych istotnie wygładziło rozdział przepływu między panelami i praktycznie wyeliminowało silne przepływy wsteczne, przy jednoczesnym zmniejszeniu liczby elementów siatki z ok. 1,72 mln do 0,36–0,57 mln, co znacząco redukuje koszt obliczeniowy szczególnie istotny w analizach dwufazowych.

Wybór modelu przepływu wielofazowego

Do modelowania przepływu dwufazowego w ANSYS Fluent rozważono trzy podejścia: VOF, Mixture oraz Eulerian. Model VOF, przeznaczony do przepływów z ostrą, dobrze zdefiniowaną granicą faz, uznano za nieadekwatny wobec rozproszonego charakteru przepływu dwufazowego w kolektorze oraz nadmiernych wymagań siatkowych w złożonej geometrii wielokanałowej.

Model Mixture, mimo licznych prób konfiguracji warunków brzegowych i ustawień numerycznych, nie zapewnił stabilnej kontroli bilansu masy w obecności stref porowatych i wielu wylotów: zaobserwowano nieliniowy, niefizyczny wzrost strumieni masy w porusach, artefakty na interfejsach kanał–porus oraz brak jednoznacznego sposobu zadania stopnia suchości czynnika na wlocie masowym. Z tych względów model Mixture uznano za nieodpowiedni do analizy rozpływu dwufazowego w analizowanym układzie.

Dopiero zastosowanie modelu Eulerian multiphase przywróciło poprawne, przewidywalne działanie stref porowatych: zniknęły losowe transfery masy i niefizyczne skoki wielkości na interfejsach, globalny bilans masy domknął się na poziomie rzędu 10^{-7} kg/s, a prędkość na wlocie była zgodna z niezależnymi obliczeniami jednowymiarowymi w Mathcad (różnica na poziomie promila). Model Eulerian, w którym każda faza opisywana jest własnym zestawem równań zachowania masy i pędu, został ostatecznie wybrany jako docelowe narzędzie analizy przepływu dwufazowego w dalszej części pracy.

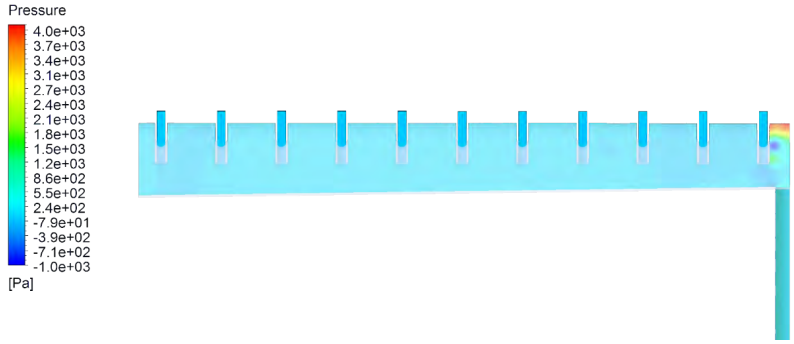
WYNIKI I DYSKUSJA

Konfiguracja bazowa: nierównomierność rozpływu i przepływ wsteczny

Analiza jawnego modelu jednofazowego konfiguracji bazowej wykazała skrajnie nierównomierny rozdział czynnika wzdłuż kolektora (Tabela 1). Strumień masy w kanale o największym obciążeniu (out-4) wyniósł 0,002454 kg/s, podczas gdy w kanale najsłabiej zasilanym (out-9) jedynie 0,001261 kg/s – różnica sięgająca blisko 95% względem wartości średniej. W kanale out-11, zlokalizowanym w końcowej części kolektora, zarejestrowano przepływ wsteczny o wartości −0,000842 kg/s, potwierdzony obniżonym lokalnie ciśnieniem oraz zaburzonymi liniami prądu w tym rejonie.

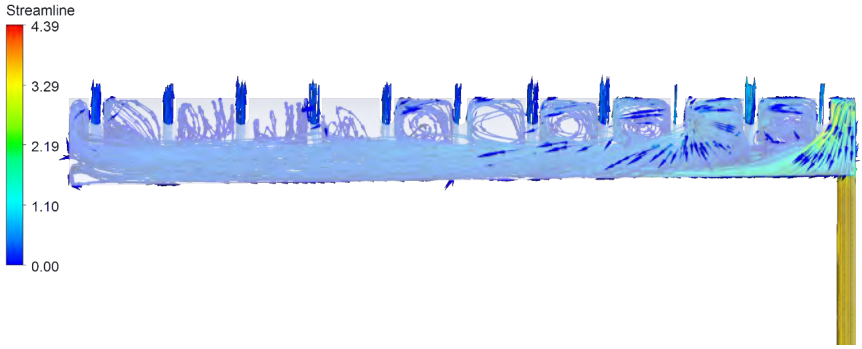
Tabela 1. Rozdział strumienia masy między wybrane kanały wylotowe – konfiguracja bazowa, model jednofazowy z jawną geometrią kanałów.

Kanał	Strumień masy, kg/s
wlot	0,0175
out-4 (maksimum)	0,002454
out-9 (minimum)	0,001261
out-11 (przepływ wsteczny)	−0,000842
suma na wylotach	0,017511



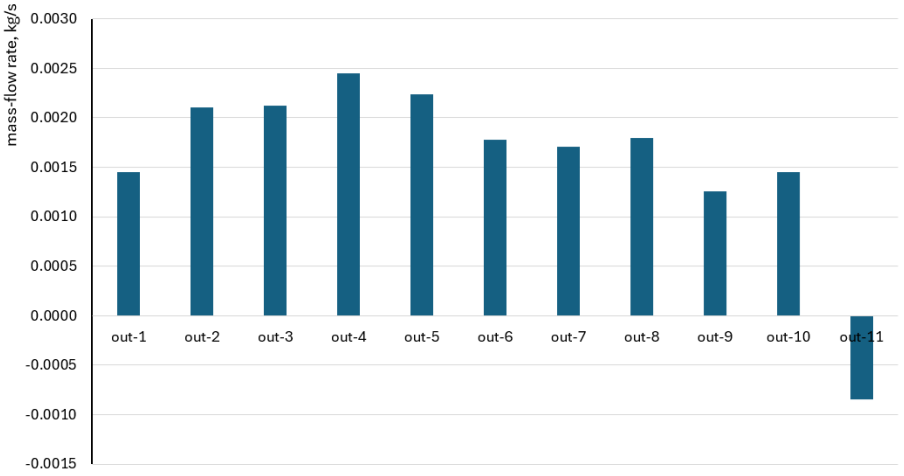
Rys. 5. Rozkład ciśnienia na płaszczyźnie ZX w końcowej części kolektora (przekrój ZX-6) – konfiguracja bazowa. [Źródło: opracowanie własne]

Pole ciśnienia wykazuje systematyczny spadek wzdłuż kolektora, prowadzący do nadmiernego obciążenia pierwszych portów i zmniejszenia udziału portów końcowych. Analiza linii prądu (Rys. 6) potwierdza, że w początkowej części kolektora przepływ jest uporządkowany, natomiast w dalszej części pojawiają się lokalne zaburzenia kierunku i strefy recyrkulacji, wymuszane przez geometrię przewężeń i krzywizn kolektora.



Rys. 6. Linie prądu w kolektorze z zaznaczonymi wektorami prędkości – konfiguracja bazowa. [Źródło: opracowanie własne]

Zestawienie graficzne rozdziału strumienia masy (Rys. 7) wyraźnie ujawnia asymetrię obciążenia poszczególnych portów. Taki charakter przepływu oznacza, że zdecydowana większość czynnika roboczego przepływałaby przez niewielką liczbę kanałów zlokalizowanych blisko wlotu, podczas gdy znaczna część pakietu kanałów pozostawałaby w praktyce niedostatecznie zasilona, prowadząc do istotnie niejednorodnych warunków przepływowo-termicznych i potencjalnej niestabilności wrzenia.



Rys. 7. Rozdział strumienia masy między kanały wylotowe – konfiguracja bazowa (wartości ujemne oznaczają przepływ wsteczny). [Źródło: opracowanie własne]

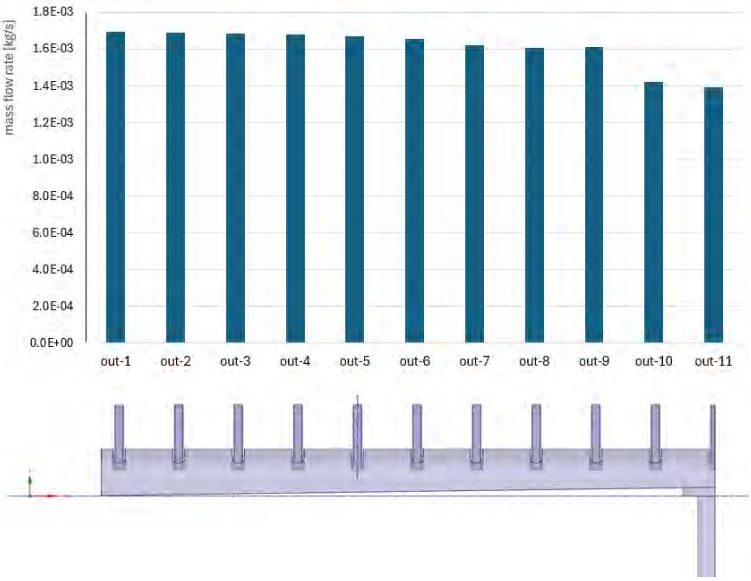
Uzyskany rozkład jednoznacznie dyskwalifikuje konfigurację bazową z punktu widzenia zastosowań wymiennikowych, co uzasadniało opracowanie zmodyfikowanej geometrii kolektora (konfiguracja 2) oraz zastosowanie metodyki porowatej opisanej w rozdziale 1.4.

Konfiguracja zmodyfikowana: wynik końcowy modelu dwufazowego Eulerian

Dla zmodyfikowanej geometrii kolektora (konfiguracja 2), przy zastosowaniu podejścia hybrydowego (krótki jawny odcinek kanału + strefa porowata) oraz modelu Eulerian multiphase, uzyskano gładki, pozbawiony artefaktów numerycznych rozdział strumienia masy między jedenaście paneli minikanałowych (Tabela 2).

Tabela 2. Rozdział strumienia masy między panele minikanałowe – konfiguracja zmodyfikowana, model Eulerian dwufazowy, warunki referencyjne.

Panel	m_i, kg/s	$m_i/\Sigma m_{out}$	
wlot	0,01772	–	
panele 1–9 (zakres)	0,00161–0,00169	0,091–0,096	
panel 10	0,001421	0,080	
panel 11 (przy wlocie)	0,00139	0,078	
bilans NET	$6{,}6\times10^{-6}$	–	



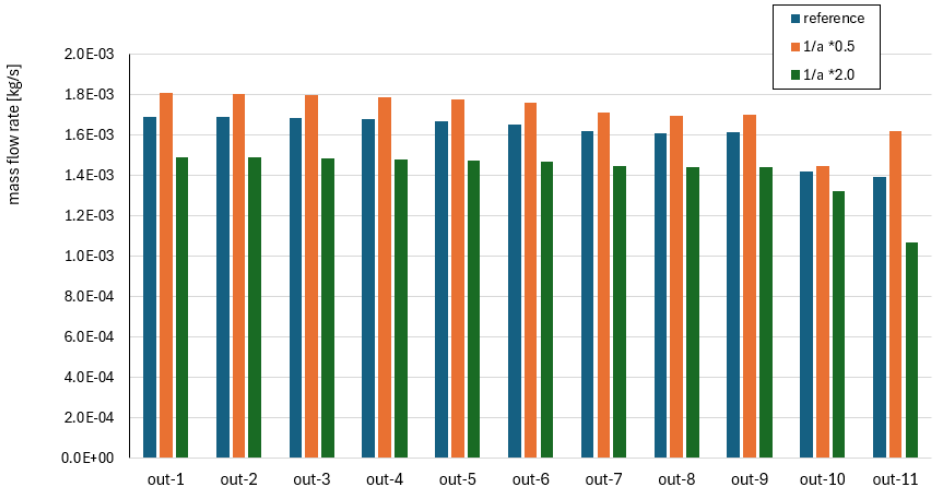
Rys. 8. Strumień masy na wylotach odpowiadających poszczególnym panelom minikanałowym wraz z widokiem modelu kolektora – warunki referencyjne, konfiguracja zmodyfikowana. [Źródło: opracowanie własne]

Dla paneli 1–9 udział strumienia masy w całkowitym przepływie wylotowym mieści się w wąskim przedziale 0,091–0,096, natomiast dla paneli 10 i 11 (zlokalizowanych najbliżej wlotu) udział spada odpowiednio do ok. 0,080 i 0,078. Odchylenie od idealnie równomiernego rozpływu (1/11 ≈ 0,091) pozostaje zatem umiarkowane i systematyczne, a globalny bilans masy zamyka się na poziomie $6{,}6\times10^{-6}$ kg/s przy całkowitym strumieniu ok. 0,0177 kg/s, co potwierdza poprawność numeryczną rozwiązania.

Rozkład ciśnienia statycznego wzdłuż kanałów (panele 1, 5 i 10) potwierdza, że różnice w strumieniu masy wynikają bezpośrednio z różnic dostępnego spadku ciśnienia w kolektorze, a nie z nieprawidłowego działania modelu porowatego lub dwufazowego – panel 1 (najdalej od wlotu) wykazuje największy całkowity spadek ciśnienia o niemal liniowym przebiegu, podczas gdy panel 10 (blisko wlotu) charakteryzuje się najniższym spadkiem ciśnienia bez oznak lokalnych recyrkulacji. Wyniki te wskazują, że kolektor zmodyfikowany spełnia swoją funkcję w zakresie równomiernego zasilania większości paneli, a obserwowana asymetria w rejonie wlotu ma charakter lokalny i geometryczny, a nie numeryczny.

Analiza wrażliwości parametrów strefy porowatej

Ponieważ parametry oporu hydraulicznego strefy porowatej ($1/\alpha$, C_2) wyznaczono na podstawie jednofazowego przepływu cieczy, ich bezpośrednie przeniesienie do modelu dwufazowego stanowi uproszczenie wymagające weryfikacji. Przeprowadzono analizę wrażliwości, w której obie składowe oporu modyfikowano dwukrotnie w górę i w dół (0,5× oraz 2,0×) względem wartości referencyjnych.

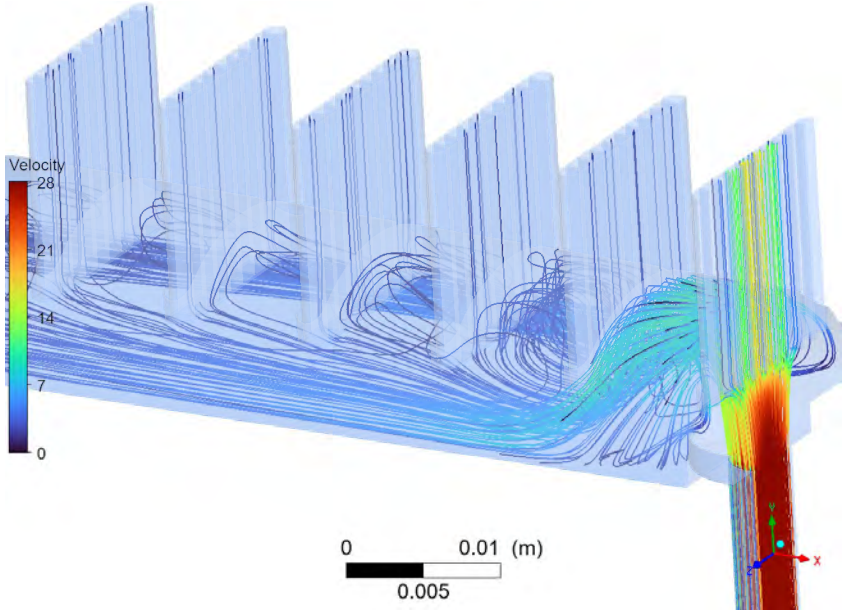


Rys. 9. Wpływ zmian składowej lepkiej oporu materiału porowatego (1/α) na rozkład strumienia masy między panele wymiennika. [Źródło: opracowanie własne]

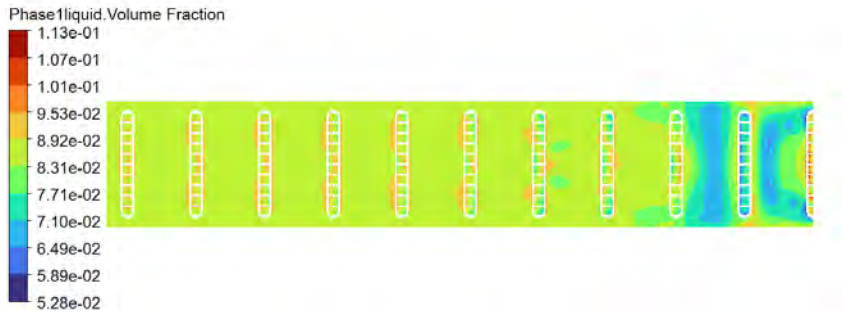
Modyfikacja 1/α wywołuje zauważalną zmianę całkowitego strumienia masy na wlocie (od +6–7% dla 0,5·(1/α) do −12% dla 2,0·(1/α)), zgodną z fizyką zjawiska – jednak względny kształt rozdziału przepływu między panele pozostaje stabilny dla większości kanałów. Największą wrażliwość na zmianę parametrów wykazuje panel znajdujący się bezpośrednio na wprost wlotu (o ok. 20–25% w skrajnych wariantach), co odzwierciedla jego uprzywilejowane położenie w strefie największej presji dynamicznej. Wpływ składowej bezwładnościowej C_2 na strumień całkowity jest wyraźnie słabszy (rzędu 3–5%). Analiza potwierdza, że obserwowany charakter rozpływu jest cechą strukturalną geometrii kolektora, a nie artefaktem arbitralnego doboru współczynników oporu porowatego.

Struktura przepływu w kolektorze – wyniki końcowe modelu dwufazowego

Analiza linii prądu w kolektorze zmodyfikowanej konfiguracji (Rys. 10), barwionych modułem prędkości, potwierdza dominujący kierunek przepływu wzdłuż kolektora oraz stopniowe, płynne rozdzielanie strumienia do kolejnych kanałów, bez preferencyjnych ścieżek przepływu ("krótkiego spięcia"). Lokalne recyrkulacje obserwowane w rejonie wejść do stref porowatych mają charakter wtórny, są powtarzalne dla wszystkich kanałów i nie dominują globalnego pola przepływu.



Rys. 10. Linie prądu w kolektorze wymiennika, barwione modułem prędkości – konfiguracja zmodyfikowana, model Eulerian dwufazowy. [Źródło: opracowanie własne]



Rys. 11. Rozkład udziału objętościowego fazy ciekłej na płaszczyźnie przekrojowej w kolektorze rozdzielczym – konfiguracja zmodyfikowana. [Źródło: opracowanie własne]

Rozkład udziału objętościowego fazy ciekłej (Rys. 11) w przekroju kolektora ma charakter jednorodny w większości kanałów, z płynną zmianą w kierunku wlotu, co wskazuje na stabilne działanie stref porowatych w modelu Eulerian oraz spójność rozdziału przepływu dwufazowego pomiędzy poszczególne kanały. Pole to należy interpretować jako uśredniony rozkład fazy ciekłej wynikający z natury modelu Eulerian multiphase, a nie jako rzeczywisty, ostry interfejs faz.

Brak lokalnych pików prędkości oraz regularność i symetria obserwowanych struktur wirowych potwierdzają, że żaden z kanałów nie "przejmuje" nadmiernej części strumienia, co stanowi bezpośrednie potwierdzenie stabilnego i odpornego (robust) rozpływu masy w zmodyfikowanej geometrii kolektora.

WNIOSKI

Konfiguracja bazowa kolektora, oparta na pojedynczym wlocie zasilającym pełną długość pakietu kanałów, prowadzi do skrajnie nierównomiernego rozpływu czynnika: strumienie masy w jedenastu analizowanych kanałach różniły się o blisko 95%, a w kanale położonym w rejonie niskiego ciśnienia kolektora wystąpił przepływ wsteczny.

Jawne odwzorowanie pełnej długości minikanałów w modelu CFD istotnie zwiększa koszt obliczeniowy i sprzyja powstawaniu przepływu wstecznego indukowanego warunkami brzegowymi, co ogranicza wiarygodność takiego podejścia jako samodzielnego narzędzia oceny hydrauliki kolektora.

Zastąpienie kanałów strefami porowatymi opisanymi równaniem Darcy–Forchheimera pozwoliło odtworzyć poprawny opór hydrauliczny kanałów przy istotnej redukcji kosztu obliczeniowego; podejście hybrydowe, łączące krótki jawny odcinek wlotowy z bryłą porowatą, zapewniło najlepszy kompromis między stabilnością numeryczną a wiernością fizyczną.

Spośród rozważanych modeli przepływu wielofazowego (VOF, Mixture, Eulerian) jedynie model Eulerian multiphase zapewnił stabilne, fizycznie spójne rozwiązanie w obecności licznych wylotów i stref porowatych, z bilansem masy zamykającym się do poziomu 10^{-7} kg/s.

Zmodyfikowana geometria kolektora (konfiguracja 2), obejmująca wielopunktowe zasilanie i przeprojektowaną podstawę, istotnie poprawiła jednorodność rozpływu: dla dziewięciu z jedenastu paneli udział strumienia masy mieścił się w wąskim przedziale 0,091–0,096, przy jedynie umiarkowanej asymetrii szczątkowej (0,078–0,080) w rejonie wlotu.

Analiza wrażliwości parametrów strefy porowatej potwierdziła, że obserwowany charakter rozpływu jest strukturalną konsekwencją geometrii kolektora, a nie artefaktem doboru współczynników oporu hydraulicznego.

Opracowany model CFD, łączący reprezentację porowatą kanałów z podejściem Eulerian dwufazowym, stanowi zwalidowane narzędzie do hydraulicznego projektowania i optymalizacji kolektorów wymienników minikanałowych, otwierające drogę do dalszych analiz parametrycznych oraz przyszłej walidacji eksperymentalnej.

PODZIĘKOWANIA

Badania sfinansowano ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju (NCBR) w ramach projektu FENG.01.01-IP.01-A0MO/24-00 "Opracowanie w ramach zaawansowanych prac badawczo-rozwojowych pierwszej na świecie innowacyjnej powietrznej pompy ciepła opartej o mikrokanałowy wymiennik zapewniający minimalizację napełnienia pompy propanem przy jednoczesnym podwyższeniu efektywności energetycznej"

LITERATURA

1. Dąbrowski, P., Klugmann, M., Mikielewicz, D. (2017). Selected studies of flow maldistribution in a minichannel plate heat exchanger. Archives of Thermodynamics, 38(3), 135–148.
2. Guo, X., Li, Z., Zhai, Y., Wang, H. (2024). Flow maldistribution and its effect on the thermal performance of miniaturized devices: A perspective from thermal boundary condition. Energy Reviews, 3(4), 100098.
3. Kim, B., Kim, K., Kim, S. (2020). Numerical Study on Novel Design for Compact Parallel-Flow Heat Exchanger with Manifolds to Improve Flow Characteristics. Energies, 13(23), 6330. https://doi.org/10.3390/en13236330
4. Rehman, D., Joseph, J., Morini, G.L., Delanaye, M., Brandner, J. (2020). A Hybrid Numerical Methodology Based on CFD and Porous Medium for Thermal Performance Evaluation of Gas to Gas Micro Heat Exchanger. Micromachines, 11(2), 218. https://doi.org/10.3390/mi11020218

5. Panda, K., Hirokawa, T., Huang, L. (2020). Design study of microchannel heat exchanger headers using experimentally validated multiphase flow CFD simulation. Applied Thermal Engineering, 178, 115585. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115585
6. Alnaimat, F., Mathew, B. (2023). Flow distribution in microchannel devices with U-shaped manifolds. International Journal of Thermofluids, 19, 100391.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_89

Entropia ruchu kropli wody w trakcie eksperymentu elektrozwilżania (EWOD)

Artur Nowicki[1], Gabriela Rafałko[1], Romuald Mosdorf[1], Piotr Mrozek[2]

[1] Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok
[2]Bialystok University of Technology, Institute of Biomedical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Wiejska 45A, 15-351, Bialystok
[1] e-mail: artur.nowicki.111488@student.pb.edu.pl

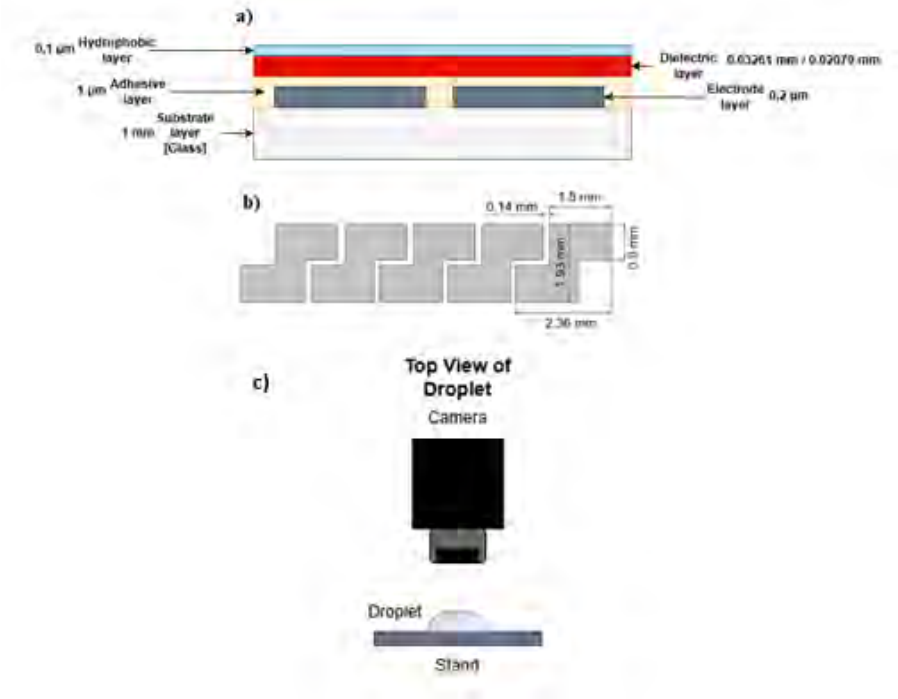
Słowa kluczowe: elektrozwilżanie, dynamika kropli, entropia Shannona

Eksperyment elektrozwilżania na dielektryku (EWOD) umożliwia sterowanie ruchem kropli wody destylowanej poprzez zmianę napięcia elektrycznego, które wpływa na kąt zwilżania powierzchni. Dynamika ruchu kropli ma jednak złożony charakter, ponieważ zależy od wielu czynników, takich jak wartość i częstotliwość napięcia, właściwości powierzchni, siły lepkościowe oraz oddziaływania międzyfazowe [1–3]. Badanie ruchu kropli, jego dynamiki i złożoności w trakcie eksperymentów EWOD może stać się wyznacznikiem jakości powierzchni czy odpowiedniego dobrania parametrów eksperymentalnych. W pracy zidentyfikowano wydłużenie kropli w trakcie każdego przejścia kropli z jednej elektrody na drugą, a następnie obliczono prędkości i entropię Shannona wydłużenia kropli.

Stanowisko eksperymentalne

Eksperyment elektrozwilżania na dielektryku (EWOD) przeprowadzono z wykorzystaniem warstwowo wykonanej płytki o wymiarach 20 × 20 mm. Płytkę pokryto warstwą fotorezystu o grubości 3.261 mm, pełniącą funkcję warstwy dielektrycznej. Badania realizowano dla różnych parametrów sterowania:

- częstotliwość napięcia (AC): 1000 Hz,
- wartości napięcia zmiennego: 100 V, 150 V.

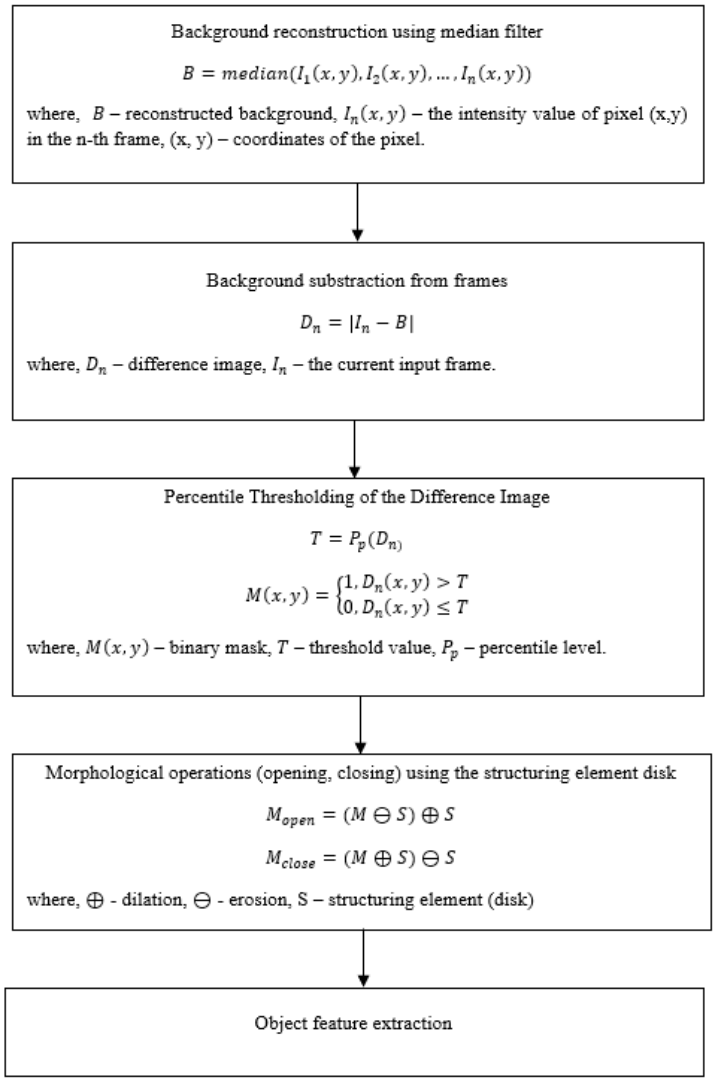


Rysunek 1. Szczegóły stanowiska eksperymentalnego: a) grubości poszczególnych warstw, b) wymiary oraz rozmieszczenie elektrod, c) położenie kamery do szybkiej fotografii Phantom v1610 nad płytką EWOD.

Rejestrację przebiegu eksperymentu prowadzono z wykorzystaniem kamery szybkiej fotografii Phantom v1610 pracującej z częstotliwością 5000 klatek na sekundę. Kamera została umieszczona bezpośrednio nad badaną płytką, co umożliwiło uzyskanie widoku kropli z góry.

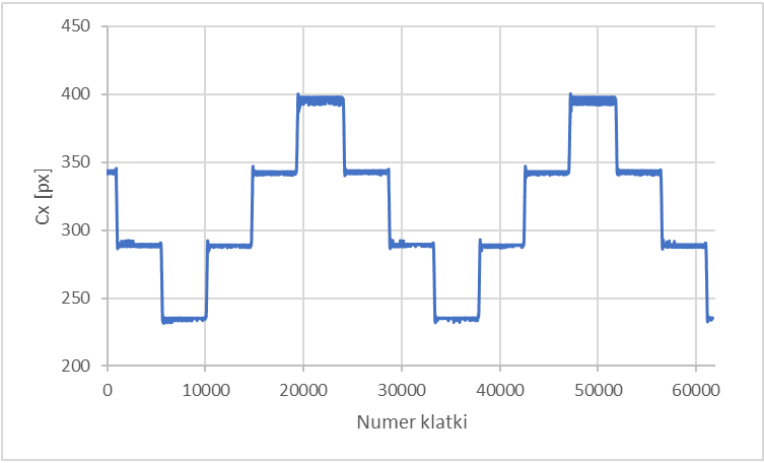
Metody analizy dynamiki ruchu kropli

Zastosowano algorytm przetwarzania obrazu, w tym: rekonstrukcję tła z użyciem filtru medianowego, binaryzację obrazu i operacje morfologiczne (rys. 2). Umożliwiło to identyfikację momentów skoków kropli oraz stanów równowagi na podstawie zmian położenia środka ciężkości. Uzyskane dane stanowiły podstawę dalszej analizy dynamiki ruchu kropli, obejmującej ocenę zmian jej kształtu oraz wyznaczenie prędkości przemieszczania się.



Rysunek 2. Algorytm przetwarzania obrazu.

Na rysunku 3 przedstawiono zmiany położenia współrzędnej *x* środka ciężkości kropli w danej klatce wybranego filmu. Na podstawie analizy przebiegu sygnału możliwa była identyfikacja stanów, w jakich znajdowała się kropla podczas eksperymentu. W trakcie przejścia kropli z jednej elektrody na drugą obserwowano zmianę kształtu oraz wydłużenie kropli.



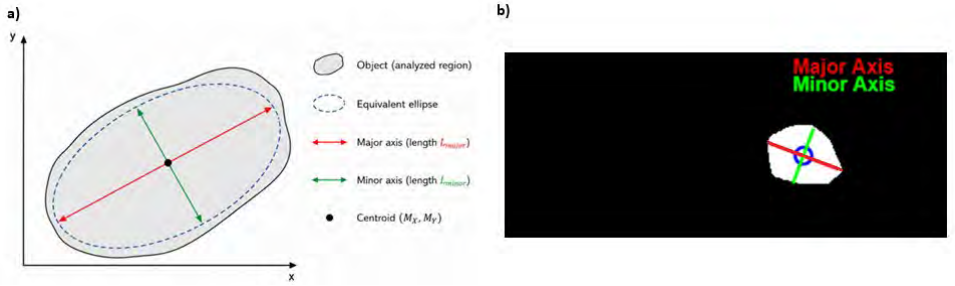
Rysunek 3. Współrzędna środka ciężkości kropli w osi *x* w danej klatce, grubość warstwy dielektrycznej: 3.261 mm, napięcie 100 V i częstotliwość 1000 Hz.

Wydłużenie kropli wyznaczono jako stosunek długości osi głównej do długości osi krótszej elipsy równoważnej aproksymującej analizowany kształt kropli (Rys. 4).

$$E = \frac{L_{major\ axis}}{L_{minor\ axis}}$$

gdzie, E – wydłużenie, L_{major} – długość głównej osi, L_{minor} – długość krótszej osi prostopadłej do głównej.

W celu wyznaczenia osi elipsy wykorzystano momenty geometryczne drugiego rzędu obiektu, obliczane na podstawie binarnego obrazu kropli.



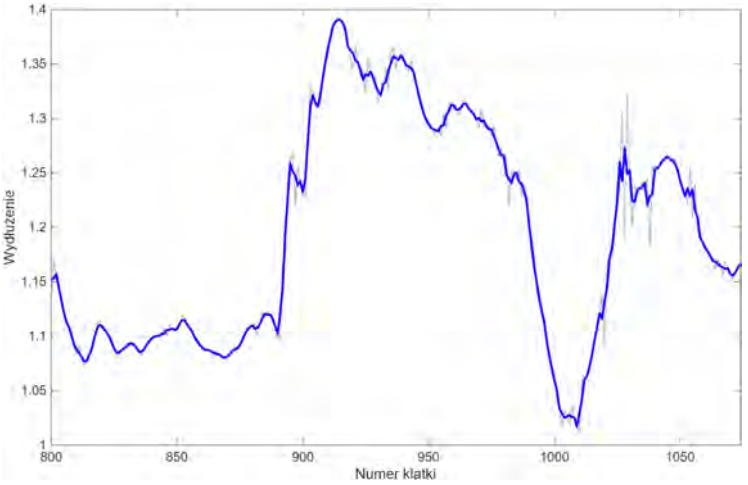
Rysunek 2. Schemat przedstawiający aproksymację analizowanego kształtu kropli elipsą.

W celu analizy złożoności oraz nieregularności sygnału wydłużenia (rys. 5) obliczono na jego podstawie entropię Shannona. Przed obliczeniem entropii dane wydłużenia zostały wygładzone za pomoca średniej ruchomej (okno 3 próbek).

Po tym zabiegu sygnał został znormalizowany, po czym obliczono entropię Shannona.

$$H = \sum_{i=1}^{N} p_i log_2(pi)$$

gdzie, p_i – znormalizowane amplitudy, H – entropia sygnału.



Rysunek 5. Wydłużenie podczas skoku wygładzone średnią ruchomą.

Tabela 1. Parametry dynamiki 4 ml kropli wody w trakcie eksperymentu EWOD, częstotliwość 1000 Hz, napięcie AC 100V, grubość warstwy dielektrycznej: 3.261um.

Numer skoku kropli	Maksymalne wydłużenie E_{max}	Prędkość [mm/s]	Entropia
1	1.39	31.25	8.08
2	1.45	31.25	8.09
3	1.43	25	8.28
4	1.44	26.56	8.3
5	1.41	25	8.3
6	1.46	29.69	8.19
7	1.4	31.25	8.09
8	1.45	31.25	8.09
9	1.44	25	8.28
10	1.43	26.56	8.28
11	1.41	25	8.27
12	1.46	32.81	7.92
13	1.4	32.81	8.05
14	1.47	31.25	8.1
średnia ± SD	1.43 ± 0.02	29.02 ± 3.10	8.17 ± 0.12
Najwyższa wartość wydłużenia	1.47		

Tabela 2. Parametry dynamiki 4 ml kropli wody w trakcie eksperymentu EWOD, częstotliwość 1000 Hz, napięcie AC 150V, grubość warstwy dielektrycznej: 3.261um.

Numer skoku kropli	Maksymalne wydłużenie E_{max}	Prędkość [mm/s]	Entropia
1	1.6	26.56	8.26
2	1.59	26.56	8.21
3	1.68	25	8.3
4	1.67	28.12	8.31
5	1.56	26.56	8.25
6	1.6	25	8.46
7	1.58	26.56	8.38
8	1.57	29.69	8.06
9	1.58	26.56	8.15
10	1.61	28.12	8.15
11	1.59	26.56	8.25
Średnia ± SD	1.6 ± 0.04	27.03 ± 1.45	8.25 ± 0.11
Najwyższa wartość wydłużenia	1.68		

Wnioski

Wydłużenie kropli pozwala na ilościową ocenę stopnia deformacji kropli podczas jej ruchu w układzie EWOD.

Dla analizowanych skoków otrzymano zbliżone wartości entropii Shannona, co wskazuje na podobny poziom złożoności i nieregularności związanej z wydłużeniem kropli w trakcie danego eksperymentu.

Wyższe wartości entropii odnotowano przy wyższym napięciu sterującym, niższej prędkości oraz wyższym wydłużeniu kropli, co wskazuje na mniejszą regularność ruchu kropli w tym przypadku.

Bibliografia

[1] L. Chen, E. Bonaccurso, Electrowetting — From statics to dynamics, Advances in Colloid and Interface Science 210 (2014) 2–12.
[2] R. Mosdorf, P. Mrozek, G. Rafałko, Mechanical description of charged droplet motion in electrowetting-on-dielectric experiment and modelling, Measurement 246 (2025) 116736.
[3] Q. Vo, H. Su, T. Tran, Universal Transient Dynamics of Electrowetting Droplets, Sci Rep 8 (2018) 836.

DOI: 10.65731/978-83-68673-45-6_90

A statistical approach to EWOD analysis based on Recurrence Probability Analysis and *k-NN* Entropy

GABRIELA RAFAŁKO[1], NORBERT MARWAN[2], ROMUALD MOSDORF[1], PIOTR MROZEK[3]

[1] Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, ul. Wiejska 45 A, 15-351 Białystok
[2]A 62, Potsdam Institute for Climate Impact Research,
Telegrafenberg A 31, 14473 Potsdam, Germany,
[3]Bialystok University of Technology, Institute of Biomedical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Wiejska 45A, 15-351, Bialystok
[1] e-mail: gabriela.rafalko@pb.edu.pl

Key words: the *k-NN* (Kozachenko–Leonenko) entropy method, EWOD, droplet dynamics, probability of recurrence

INTRODUCTION

In Electrowetting on dielectric (EWOD) experiments a small droplet is actuated using electric field between electrodes. EWOD devices have found numerous practical applications, including point-of-care diagnostics, digital microfluidic platforms for biochemical assays, digital microfluidic cooling system [3,4,9], DNA and protein analysis and precise sample handling in lab-on-a-chip systems [7,10,15]. Such systems are often fabricated as DMF chips (digital microfluidics) with four main layers: the bottom layer, electrodes layer, dielectric layer, hydrophobic layer. Due to the micro- and nanoscale thicknesses of the top layers, together with the small dimensions of the electrodes and the microliter-sized water droplet, droplet motion under nominally identical experimental conditions exhibits a degree of stochasticity. Even minute variations in layer thickness and surface topography generate local wetting heterogeneities and contact-line pinning effects, leading to small but measurable differences in droplet actuation behaviour during successive electrode-to-electrode transitions. Consequently, the present work adopts a statistical approach to the analysis of droplet dynamics. While such an approach cannot completely eliminate the variability of individual experiments, it enables a systematic characterization of droplet motion.

Additionally, the multispectral and multimodal nature of the EWOD phenomenon [1,11,16] governed by coupled electrical, mechanical, interfacial and hydrodynamic processes results in highly nonlinear system dynamics. Therefore, conventional linear analysis techniques may not fully capture the underlying transition mechanisms, motivating the use of nonlinear signal analysis methods capable of revealing dynamical reorganizations, state transitions and precursor phenomena associated with droplet actuation.

In this paper, nonlinear analysis tools, including Kozachenko–Leonenko k-nearest-neighbor (*k-NN*) entropy estimation and recurrence probability analysis, are employed to characterize the dynamical evolution of EWOD-driven droplet motion and to identify state transitions embedded in the experimental signals.

Such an approach may enable to investigate EWOD plate durability via droplet dynamics analysis as the character of droplet actuation, its orderliness and dynamics corresponds to EWOD parameters and EWOD plate surface quality [5,12,14]. The research hypothesis is that the changes of Kozachenko–

Leonenko k-nearest-neighbor (*k-NN*) entropy estimation and recurrence probability analysis may indicate the beginning and final phase of droplet actuation event thereby help to diagnose EWOD devices quality and performance during droplet actuation events.

1. DATA CURATION AND METHODS OF ANALYSIS

Electrowetting on Dielectric (EWOD) experiment was performed on a single-plate (Fig. 1) with 4 ml water droplet with a photoresist dielectric layer of different thicknesses: 3.261 mm, 2.079 mm and for different operating parameters: AC frequency (0.5 ÷ 1.5) kHz, AC voltage (90 ÷ 100) V. The EWOD experiments were registered using a high speed camera Phantom v1610 at a speed of 5000 fps.

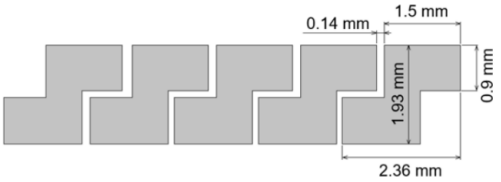


Fig. 1. The scheme and dimensions of electrodes in EWOD single-plate design.

Further, an average of pixel brightness in each high speed video frame was calculated (Fig. 2). During a single video, the droplet was actuated for about 8 to 10 times (droplet jumps from one electrode towards the other electrode). We analyze a discrete time series presenting average pixel brightness changes during high speed video recorded in Electrowetting on dielectric experiment with a water droplet actuated on electrodes (Fig. 1).

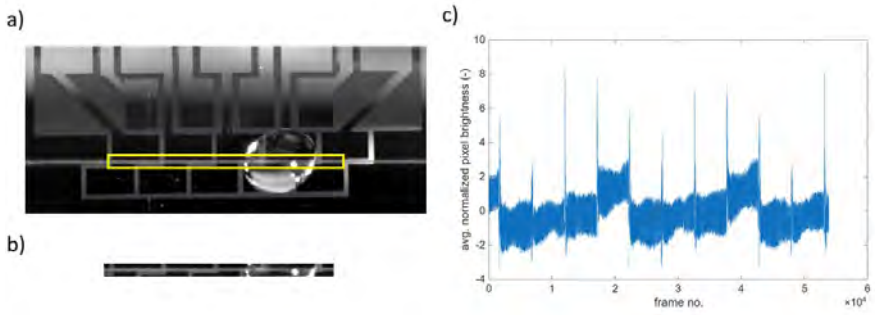


Fig. 1. The registered visual data during EWOD experiment: a) high speed frame and ROI (yellow rectangle), b) Region of Interest, c) average pixel brightness changes vs. frame number.

1.1 k-NN ENTROPY ALGORITHM

The *k-NN* entropy algorithm is applied in further described steps [2,6]. The input data are averaged pixel brightness changes in frames during a single droplet jump (the movement of the droplet from one electrode on to the other). Then, the attractor is reconstructed and as a result set of m dimensional points is given: $\{y_i\}_{i=1}^{M}, M = N - (m-1)\tau$, where N – the length of the data set, m – embedding dimension, τ – time delay, M – the number of vectors after reconstruction.

The data are then divided into windows (100 samples per window of the attractor), and in each window we estimate local differential entropy using the *k-NN* (Kozachenko–Leonenko) method, based on distances to the *k*-th nearest neighbour (*k* = 5). Differential entropy (local entropy; *k-NN*, Kozachenko–Leonenko) is estimated based on distances to the *k*-th nearest neighbour. For a point $y_j \in W_i$, ε_j denotes the distance to its *k*-th nearest neighbour, the entropy is given by the formula:

$$H_i \approx \psi(n) - \psi(k) + \ln(c_d) + \frac{d}{n}\sum_{j=1}^{n} \ln \varepsilon_j$$

where: $d = m$ – the dimension of the space, $c_d = \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(d/2+1)}$ – volume of the unit sphere, ψ – digamma function, $\psi(x) = \frac{d}{dx}\ln(\Gamma(x))$, function Γ is used to estimate the volume of the sphere in which the density of probability is calculated. In this algorithm the probability is estimated: $p(x_i) \approx \frac{k}{N \cdot V(\varepsilon_i)}$.

Figure 3 shows an example sinusoidal signal with noise (black line) and k-NN entropy values calculated based on this signal (grey line). From 100 consecutive points in a multidimensional space, the system trajectories are reconstructed. In each case, the values within the 100-sample window are normalized. When the consecutive 100-sample window contains only small fluctuations, the reconstructed phase space consists solely of chaotic trajectories (low-amplitude light fluctuations). In such a chaotic system, the entropy reaches high values. When the consecutive 100-point window contains both low- and high-amplitude fluctuations, the calculated entropy treats the low-amplitude fluctuations as a form of ordering relative to the high-amplitude fluctuations; therefore, the entropy decreases. This occurs when the analysis window enters the region of high-amplitude fluctuations. A similar process occurs when the window leaves the region of large fluctuations. Small fluctuations begin to appear again — initially, the system becomes more ordered, but later it returns to a chaotic state because the windows contain only low-amplitude fluctuations.

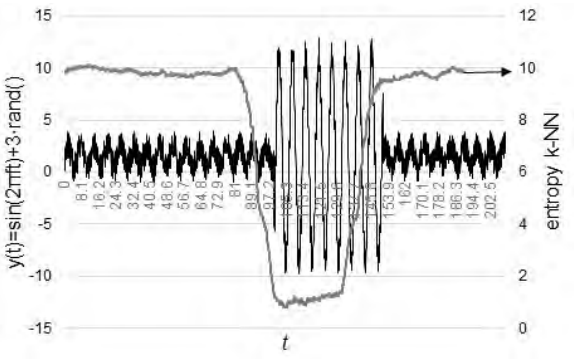


Fig. 3. An example sinusoidal signal with noise ($y(t) = \sin(2\pi ft) + 3*\text{rand}()$) and *k-NN* entropy values calculated for this signal.

1.2 PROBABILITY RECURRENCE MATRIX – TRANSITION SCORES

Probability recurrence analysis is performed in following steps [8,13]. A sequence of PDFs is estimated (using KDE) based on visual data presenting pixel brightness changes during single droplet actuation. The brightness signal is divided into local windows of 10 frames and for each window a synthetic PDF is generated using 500 bins. The PDF sequence is used to compute pairwise recurrence probabilities using a recurrence threshold $\varepsilon = 0.3\sigma$ (where σ – the standard deviation of the signal). These probabilities are used to construct the symmetric recurrence probability matrix A (Fig. 4), where each element A_{ij} corresponds to the average recurrence probability between two local states obtained from lower and upper CDF-based bounds.

Then, the global recurrence density is computed as the mean of all values in A matrix, giving a baseline level of similarity across the whole system. For each index i, a local window (submatrix centred at i) of size defined by the window size (10 frames) is extracted from matrix A. The local density is calculated as the mean value within this window, representing local recurrence structure around point i. Finally, the transition score at point i is defined as the absolute difference between local density and global density, highlighting deviations that indicate potential transitions or regime changes. Additionally, the analysis is performed for signals with a recurrence rate of approximately $RR = 0.25 \pm 0.03$, ensuring comparable recurrence conditions between experiments.

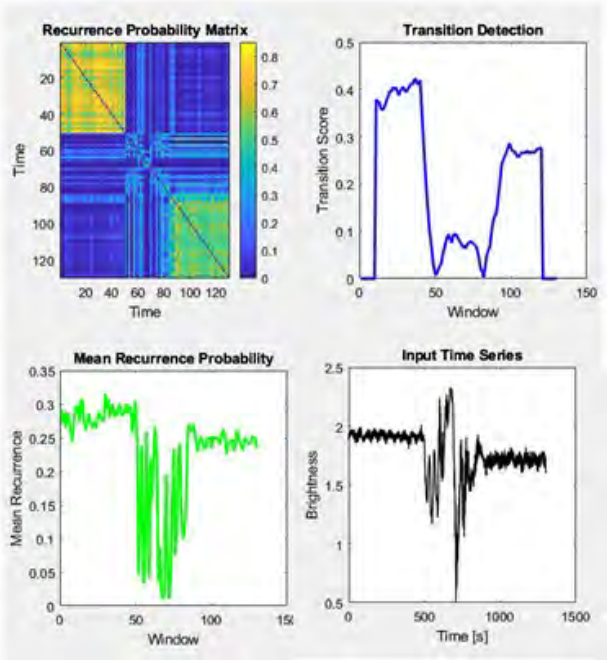


Fig. 4. The recurrence probability analysis based on single droplet actuation signal (pixel brightness changes).

2. RESULTS

2.1 COMPLEXITY AND TRANSITIONS IN DROPLET ACTUATION

The lead time (the relation) between transition scores and *k-NN* entropy for each analysed data set was estimated. The relation between k-NN entropy changes and transition scores for a single droplet actuation signal is shown in Fig. 5.

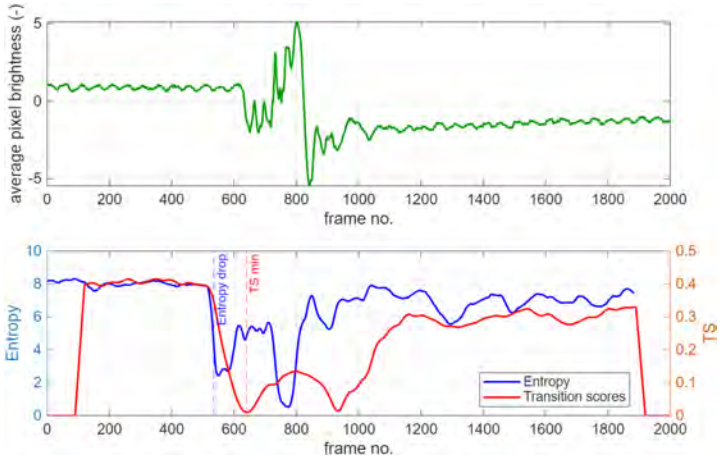


Fig. 5. The *k-NN* entropy and transition scores calculated for single droplet actuation event. The pixel brightness changes during single droplet actuation event.

In the data curation time shifts between *k-NN* entropy minima and transition scores minima during single droplet actuation (from one electrode to the next electrode) were calculated and presented in Table 1 (last column).

Table 1: The results of entropy *k-NN* minima and transition scores minima for a single droplet jump. The values correspond to frame numbers.

Dielectric layer thickness (mm)	Frequency (Hz)	Voltage (V)	Transition score (min_1)	Transition score (min_2)	avg. droplet actuation time (frames)	entropy drop	Lead time ($TSmin_1$ – entropy drop)
3.261	1500	100	700	930	170	580	12
			680	1040		600	8
			680	1040		600	8
			580	930		540	4
					average:	**580**	**8**
	1000	100	640	930	190	510	13
			590	900		510	8
			650	900		530	12
			600	975		550	5
			640	940		550	9
					average:	**530**	**9.4**

For the 4 µl water droplet actuated on a 3.261 µm photoresist dielectric layer, the entropy decrease are always observed before the minimum of transition score, indicating that local dynamical reorganization occurs before the global transition event (droplet actuation) (Tab. 1). The average lead time was approximately 8 frames for 1500 Hz AC voltage frequency and 9.4 frames for 1000 Hz AC voltage frequency, in both cases the amplitude of the voltage was 100 V. The obtained lead times suggest a comparable precursor timescale for both excitation frequencies. In all cases, the entropy drop occurred significantly earlier than the droplet actuation completion time, demonstrating that entropy-based analysis can provide an early indicator of the forthcoming EWOD transition. Furthermore, the slightly shorter lead time observed at 1500 Hz may indicate a more rapid and abrupt droplet actuation process at higher excitation frequencies.

CONCLUSIONS

Both methods of analysis, the *k-NN* entropy and probability recurrence analysis, respond to changes in the EWOD signal ordering and exhibit variations during droplet actuation. The applied methods of analysis, especially the *k-NN* entropy, are sensitive to the process of extracting the droplet actuation signal, in this case of extracting pixel brightness in region of interest (Fig. 1a). If the amplitude of the signal of light reflections on droplet surface before and after the droplet actuation event is similar to the amplitude of the actuation event, then it is hard to determine a single entropy drop corresponding to droplet actuation.

The research hypothesis stated that changes in Kozachenko–Leonenko k-nearest-neighbor (*k-NN*) entropy and recurrence probability measures could indicate the onset and the final phase of an EWOD droplet actuation event. The obtained results partially confirm this hypothesis. A distinct precursor-driven regime was observed, manifested by a significant decrease in *k-NN* entropy preceding droplet motion. This behaviour suggests that entropy-based analysis is capable of detecting an early dynamical reorganization of the system before the macroscopic transition becomes visible.

Transition scores derived from recurrence probability analysis exhibited noticeable variations during droplet actuation, they did not provide a sufficiently robust indication of the exact onset and termination of the transition. Changes in transition scores are clearly observable during the droplet actuation event. Moreover, the transition score profiles reveal distinct pre-jump and post-jump phases surrounding the main droplet transition. These additional dynamical stages may be associated with processes occurring before and after the actual droplet movement, such as the switching of the driving voltage between adjacent electrodes, charge redistribution or the relaxation of the droplet toward a new equilibrium state.

ACKNOWLEDGEMENT

WZ/WM-IIM/4/2026

BIBLIOGRAPHY

[1] I. Ahmad, M. Pathak, Mohd.K. Khan, Electrowetting induced microdroplet oscillation over interdigitated electrodes for hotspot cooling applications, Experimental Thermal and Fluid Science 125 (2021) 110372.
[2] A.D. Bahamonde, P. Cornejo, H.H. Sepúlveda, Laminar to turbulent transition in terms of information theory, Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications 629 (2023) 129190.
[3] J.D. Benther, J.D. Pelaez Restrepo, C. Stanley, G. Rosengarten, Successive droplet impingement onto heated surfaces of different wettabilities, International Journal of Heat and Mass Transfer 185 (2022) 122169.
[4] J.-T. Cheng, C.-L. Chen, Adaptive Chip Cooling Using Electrowetting on Coplanar Control Electrodes, Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering 14 (2010) 63–74.
[5] S. Datta, P. Kumar, A.K. Das, Manipulation of Droplets by Electrostatic Actuation and the Related Hydrodynamics, J Indian Inst Sci 99 (2019) 121–141.
[6] S. Delattre, N. Fournier, On the Kozachenko–Leonenko entropy estimator, Journal of Statistical Planning and Inference 185 (2017) 69–93.
[7] J. Fowler, H. Moon, C.-J. Kim, Enhancement of mixing by droplet-based microfluidics, in: Technical Digest. MEMS 2002 IEEE International Conference. Fifteenth IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No.02CH37266), 2002: pp. 97–100.
[8] B. Goswami, N. Boers, A. Rheinwalt, N. Marwan, J. Heitzig, S.F.M. Breitenbach, J. Kurths, Abrupt transitions in time series with uncertainties, Nat Commun 9 (2018) 48.
[9] H. Huang, Y. Tian, T. Wei, J. Qian, X. He, X. Cheng, AC electrowetting-on-dielectric induced vapor-liquid interface oscillation for flow boiling heat transfer enhancement in microchannels, International Journal of Thermal Sciences 210 (2025) 109638.
[10] J.H. Lee, K.H. Lee, J.M. Won, K. Rhee, S.K. Chung, Mobile oscillating bubble actuated by AC-electrowetting-on-dielectric (EWOD) for microfluidic mixing enhancement, Sensors and Actuators A: Physical 182 (2012) 153–162.
[11] S. Lee, D. Lee, M. Choi, S.K. Chung, AC EWOD-induced asymmetric droplet oscillation and manipulation, Sensors and Actuators. A. Physical. 347 (2022) 113910-.
[12] D. Lohse, X. Zhang, Physicochemical hydrodynamics of droplets out of equilibrium, Nat Rev Phys 2 (2020) 426–443.
[13] N. Marwan, K.H. Kraemer, Trends in recurrence analysis of dynamical systems, Eur. Phys. J. Spec. Top. 232 (2023) 5–27.
[14] R. Mosdorf, P. Mrozek, G. Rafałko, Mechanical description of charged droplet motion in electrowetting-on-dielectric experiment and modelling, Measurement 246 (2025) 116736.
[15] M.J. Schertzer, R. Ben-Mrad, P.E. Sullivan, Using capacitance measurements in EWOD devices to identify fluid composition and control droplet mixing, Sensors and Actuators B: Chemical 145 (2010) 340–347.
[16] A. Tröls, T. Voglhuber-Brunnmaier, S. Clara, B. Mayrhofer, B. Jakoby, The Oscillation Dynamics of Droplets Subject to Electrowetting Actuation, IEEE Sensors Journal 19 (2019) 1379–1387.


Politechnika
Białostocka
PAN
POLSKA AKADEMIA NAUK
Komitet
Termodynamiki
i Spalania