DOI: 10.24427/978-83-67185-30-1_8

Analiza numeryczna współczynnika przejmowana ciepła przy wrzeniu w przepływie w minikanałach

Beata MACIEJEWSKA[(a)], Sylwia HOŻEJOWSKA[(a)], Mirosław GRABOWSKI[(b)], Mieczysław E. PONIEWSKI[(b)]

[(a)] Politechnika Świętokrzyska, Aleja Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, Polska
beatam@tu.kielce.pl

[(b)] Politechnika Warszawska, Filia w Płocku, ul. Łukasiewicza 17, 09-400 Płock, Polska

STRESZCZENIE

Praca dotyczy wymiany ciepła przy wrzeniu w przepływie destylowanej wody przez asymetrycznie ogrzewany poziomy prostokątny minikanał o wymiarach: 1,5 x 4 x 180 mm. Minikanał powstał przez sklejenie trzech przeźroczystych szklanych płyt oraz prostopadłościennego bloku miedzianego. Poprzez szyby rejestrowano zmienne wzdłuż długości minikanału struktury dwufazowe celem wyznaczenia lokalnych wartości stopnia zapełnienia. Do bloku miedzianego umocowano cztery grzałki oporowe, zasilane prądem stałym, generującym ciepło potrzebne do zainicjowania wrzenia w przepływającej wewnątrz kanału wodzie destylowanej. W trakcie eksperymentu mierzono: temperaturę wlotową i wylotową wody, temperaturę bloku miedzianego w trzech punktach znajdujących się wewnątrz jego korpusu, strumień objętości wody, ciśnienie wlotowe wraz ze spadkiem ciśnienia, napięcie i natężenie prądu dostarczanego do grzałek. Do analizy numerycznej wyników eksperymentu wykorzystano oprogramowanie CFD Simcenter STAR-CCM+. W pracy zaproponowano również model matematyczny opisujący wymianę ciepła w wybranych elementach modułu pomiarowego. W modelu założono, że w module panuje stan ustalony, a przepływ cieczy jest laminarny o niskich wartościach liczby Reynoldsa. Stacjonarny proces wymiany ciepła w miedzianym bloku oraz przepływającej wodzie opisują odpowiednie równania energii: równanie Laplace'a dla temperatury bloku miedzianego i równanie Fouriera-Kirchhoffa ze stałą prędkością płynu dla temperatury przepływającej wody. Równania te uzupełniono o układ warunków brzegowych opartych na danych pomiarowych, a ponadto dane z badań eksperymentalnych stanowiły podstawę obliczeń numerycznych i ich weryfikacji. Metoda Trefftza posłużyła do obliczenia dwuwymiarowych rozkładów temperatury miedzianego bloku i wody. Podstawowym celem pracy było wyznaczenie współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni kontaktu bloku miedzianego i wody, który obliczono z warunku brzegowego trzeciego rodzaju. Wyniki obliczeń porównano z wynikami symulacjami numerycznych wykonanych w programie Simcenter STAR-CCM+, uzyskując zgodne wyniki.

Słowa kluczowe: minikanał, wrzenie w przepływie, metoda Trefftza, Simcenter STAR-CCM+.

1. WSTĘP

W ostatnich latach poszerza się zakres praktycznego stosowania kompaktowych wymienników ciepła. Można je spotkać, przykładowo, w przemyśle jądrowym, motoryzacyjnym, inżynierii chemicznej, ogniwach paliwowych, klimatyzacji, czyli wszędzie tam, gdzie wymagany jest odbiór dużych strumieni ciepła przy niewielkich wymiarach wymiennika ciepła. Kompaktowy wymiennik ciepła charakteryzuje też niska waga oraz małe zużycie materiałów do jego produkcji. Ze względu na małą objętość kompaktowe wymienniki ciepła spełniają również dodatkowe kryterium ekologiczne, ponieważ w przypadku braku szczelności instalacji, ilość czynnika odprowadzona do otoczenia będzie znikoma. Prawidłowe funkcjonowanie miniaturowych wymienników ciepła o dużej sprawności zależne jest od ściśle określonego i stabilnego przepływu. Projektowanie miniaturowych wymienników ciepła stoimy przed problemem odpowiedniego wyboru procedur obliczeniowych pozwalających poznać procesy rządzące wymianą ciepła w kanałach o niewielkich rozmiarach.

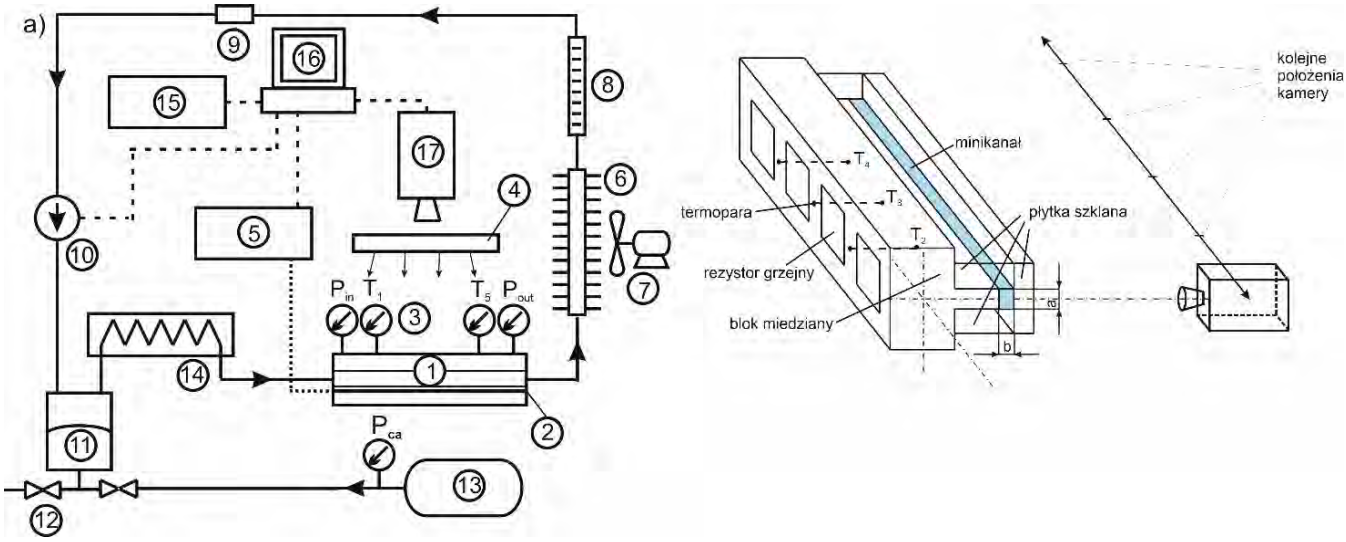
Zwiększenie intensywności wymiany ciepła umożliwiają przepływy w minikanałach, a szczególnie przepływy z wrzeniem. Cechują się one znacznymi współczynnikami przejmowania ciepła i umożliwiają przekazywanie strumieni ciepła o gęstości dochodzącej do MW/m^2 Zastosowanie przepływów z wrzeniem w minikanałach jako sposobu na zwiększenie efektywności działania wymienników ciepła jest celowe i pożyteczne.
W badaniach zostało wykorzystane stanowisko eksperymentalne umożliwiające zadawanie i pomiar podstawowych parametrów przepływu w minikanale, zainicjowanie i utrzymanie wrzenia o regulowanej intensywności oraz rejestrację dwufazowych struktur parowych co w dalszej kolejności umożliwiło wyznaczenie lokalnego stopnia zapełnienia w minikanale.
Wymiana ciepła przy wrzeniu w przepływie w minikanałach była przedmiotem szeroko zakrojonych badań w ciągu ostatnich dziesięcioleci. Ze względu na złożoność procesu opracowanie kompleksowych korelacji i/lub modeli wrzenia w przepływie tylko i wyłącznie w oparciu o badania eksperymentalne nie jest możliwe. Zastosowanie w modelowaniu zjawisk cieplno -przepływowych oprogramowania CFD powala oszacować przybliżone wartości parametrów fizycznych (np. temperatury czy ciśnienia) i zbadać ich wpływ na badane zjawisko. CFD powoduje również redukcję czasu realizacji czasochłonnych i kosztownych badań eksperymentalnych. Należy jednak mieć na uwadze to, że wyniki symulacji numerycznych powinny zawsze zostać zweryfikowane w oparciu o wyniki eksperymentu.
W pracy zaproponowano dwa podejścia do wyznaczenia współczynnika przejmowania ciepła między miedzianym blokiem, a przepływająca w minikanale woda destylowaną. W pierwszym podejściu założono, że rozkład temperatury miedzianego bloku spełnia równanie Laplace'a, zaś temperatura wody odpowiednie równanie zachowania energii z jedną składową wektora prędkości (pozostałe składowe są równe zero) równoległą do kierunku przepływu cieczy. Podane równania zachowania energii uzupełniono o odpowiedni układ warunków brzegowych wynikających z danych pomiarowych. Do wyznaczenia dwuwymiarowych rozkładów temperatury miedzianego bloku i wody zastosowano semi-analityczną metodę Trefftza (Trefftz, 1926). Ideą metody Trefftza jest przybliżanie nieznanego rozwiązania równania różniczkowego cząstkowego kombinacją liniową funkcji (są to tzn. funkcje Trefftza lub krótko T-funkcje) spełniających to równanie w sposób dokładny. Znajomość warunków brzegowych pozwala wyznaczyć współczynniki kombinacji liniowej w oparciu o metodę najmniejszych kwadratów. Otrzymane w ten sposób przybliżenie jest funkcją ciągłą i różniczkowalną spełniającą w sposób dokładny równanie rządzące, a warunki brzegowe w sposób przybliżony. W przedstawionym podejściu znajomość rozkładu temperatury miedzianego bloku i wody pozwoliła wyznaczyć współczynnik przejmowania ciepła na styku blok miedziany - woda z warunku brzegowego trzeciego rodzaju. Szeroki zakres zastosowania metody Trefftza do rozwiązywania bezpośrednich i odwrotnych zagadnień inżynierskich można znaleźć w monografiach Ciałkowski i Frąckowiak (2000), Maciąg (2009),Grysa (2010).
W drugim podejściu zastosowano do analizy wymiany ciepła w module pomiarowym oprogramowanie Simcenter STAR-CCM+. W obliczeniach numerycznych wykorzystano znajomość wymiarów geometrycznych elementów modułu, parametry fizyczne dotyczące płynu roboczego i materiału grzałki oraz miedzianego bloku, orientację przestrzenną modułu pomiarowego a także wielkości cieplno – przepływowe mierzone w trakcie eksperymentu. Wyniki symulacji numerycznych zestawiono z wynikami otrzymanymi metodą Trefftza. Generalnie, wyniki otrzymane metodą Trefftza i w programie Simcenter STAR-CCM+ wykazały zadowalającą zbieżność.

2. STANOWISKO BADAWCZE

2.1. Stanowisko badawcze

Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiony jest na Rys. 1. Minikanał, który jest podstawowym elementem stanowiska doświadczalnego powstał poprzez sklejenie trzech przezroczystych szklanych płyt oraz prostopadłościennego frezowanego bloku miedzianego, Rys.1b. Blok miedziany tworzy podstawę konstrukcyjną dla minikanału oraz pełni funkcję bufora cieplnego zapewniającego wyrównanie pola temperatury. Jedna z powierzchni bloku jest powierzchnią grzejną w minikanale (Rys.1b). Ciepło generowane jest przez cztery płaskie rezystory grzejne które zostały umieszczone na zewnętrznej powierzchni miedzianego bloku naprzeciwko powierzchni grzejnej w minikanale. Rezystory grzejne zasilane były za pomocą

wysokoprądowego zasilacza prądu stałego TDK Lambda GEN 50-30. Jako materiał konstrukcyjny ścian minikanałów wybrano szkło Optiwhite. Jest ono bezbarwne, zawiera ograniczoną ilość żelaza i cechuje się wysokim współczynnikiem przepuszczalności światła.



Rysunek 1: a) Schemat stanowiska pomiarowego: 1 – moduł pomiarowy z minikanałem, 2 – miedziany blok grzejny, 3 – czujniki temperatury i ciśnienia [Czaki K-type, Kobold], 4 – oświetlacz LED, 5 – wysokoprądowy zasilacz prądu stałego [TDK Lambda], 6 – chłodnica , 7 – wentylator, 8 – rotametr [Heinrichs], 9 – filtr, 10 –precyzyjna pompa zębata [Tuthill DGS 38 PP], 11 – naczynie przeponowe do zadawania ciśnienia, 12 – zawory sprężonego powietrza, 13 – zbiornik sprężonego powietrza, 14 – ogrzewacz wstępny, 15 – moduł kontrolno-pomiarowy [NI cDAQ-9178 chassis], 16 – komputer sterujący eksperymentem wraz z programem sterującym utworzonym w środowisku LabView, 17 – kamera video o dużej szybkości działania [Phantom 711, Vision Research], P_{ca} –czujnik ciśnienia sprężonego powietrza; b) Widok minikanału: T_2, T_3 i T_4 punkty umiejscowienia termopar w miedzianym bloku grzejnym

Do oświetlania kanału zastosowano system oświetlaczy własnej konstrukcji, oparty na diodach LED Citizen CL-L233-HC13L1-C. Do przyklejenia elementów minikanałów użyto kleju LOCTITE® SI 5145. Wymiary minikanału są następujące: długość 180 mm, szerokość 4 mm i głębokość 1,5 mm a pole przekroju wynosi 6 mm^2. Średnica hydrauliczna przekroju minikanału wynosi 2,18 mm, Rys.1b. W module minikanału umieszczono pięć termopar (Czaki TP-201), jedną na wlocie, jedną na wylocie minikanału i trzy wewnątrz miedzianego bloku grzejnego (Rys. 1b). Na wlocie i wylocie kanału umieszczono dwa czujniki ciśnienia (Kobold 0 - 2,5 bar). Przepływ wody destylowanej był generowany przez precyzyjną pompę zębatą (Tuthill Concord D) i osiągał maksymalne wartości równe $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ m^3/s. Przepływ w minikanale miał charakter laminarny, gdzie Re= 198. Przepływy przy niskich wartościach liczby Reynoldsa są dość często stosowane w miniaturowych układach chłodzenia urządzeń elektronicznych.

2.2. Opis eksperymentu

Procedura pomiarowa zastosowana w trakcie eksperymentów wykonywanych na stanowisku (Rys.1) obejmowała:

1. Wymuszanie przepływu cieczy przez minikanał przy określonym natężeniu przepływu objętościowego, temperaturze i ciśnieniu wlotowym.
2. Dwustopniowe podgrzewanie cieczy do temperatury wrzenia za pomocą podgrzewacza wstępnego, a następnie podgrzewanie w minikanale.
3. Pomiar podstawowych parametrów termo-przepływowych: objętościowego natężenia przepływu płynu, temperatury wlotowej i wylotowej z minikanału, ciśnienia wlotowego, spadku ciśnienia na długości minikanału, zasilania elektrycznego nagrzewnicy; rejestracja temperatury w trzech punktach grzałki miedzianej. Pojedynczy pomiar miał następujący przebieg: w ciągu 6-7s następował odczyt parametrów eksperymentalnych i ich zapis na dysk komputera.

4. Rejestracja dwufazowych struktur przepływu za pomocą kamery wideo dużej szybkości działania i zapis zarejestrowanego pliku na dysk komputera. Zarejestrowane za pomocą kamery szybkiej obrazy dwufazowych struktur parowych umożliwiały wyznaczenie lokalnego stopnia zapełnienia w kanale tak jak w (Płaczkowski i in., 2015, Płaczkowski 2020). Służyła temu specjalnie opracowana procedura oparta na analizie obrazu z wykorzystaniem środowiska MatLab.

3. METODY OBLICZENIOWE

3.1. Metoda Trefftza

Podany poniżej model jest uproszczoną wersją modelu opisanego w (Grabowski i in., 2020), gdzie założono, że w module pomiarowym panuje stan ustalony, a proces wymiany ciepła w miedzianym bloku i cieczy jest realizowany w dwóch kierunkach: *x* (odnoszącym się do długości bloku i minikanału) oraz prostopadłym do niego *y* (odnoszącym się do wysokości bloku i głębokości minikanału δ). Podobnie jak w (Grabowski i in., 2020), zakładając, że zjawiska fizyczne zachodzące na bocznych krawędziach modułu nie wpływają znacznie na termodynamikę procesu zachodzącego w centralnej części modułu, dalsze rozważania dotyczyły tylko centralnej części modułu pomiarowego, tj. przekroju wzdłuż jego długości. W kanale założono przepływ laminarny z jedną składową prędkości v $(y$ $)$ o profilu parabolicznym spełniającą warunek

$$\frac{1}{\delta_M}\int_0^{\delta_M} v(y)dy = v_{ave} \qquad \text{Równ. (1)}$$

gdzie v_{ave} oznacza średnią prędkość wody w minikanale wyznaczoną w oparciu znany strumień objętości.
W modelu przyjęto, że temperatura miedzianego bloku oraz wody spełniają równania zachowania energii, które przyjmują odpowiednią postać:
- dla bloku miedzianego

$$\nabla^2 T_C = 0 \qquad \text{Równ. (2)}$$

- dla wody

$$\lambda_f \nabla^2 T_f = v(y) c_p \rho_f \frac{\partial T_f}{\partial x} \qquad \text{Równ. (3)}$$

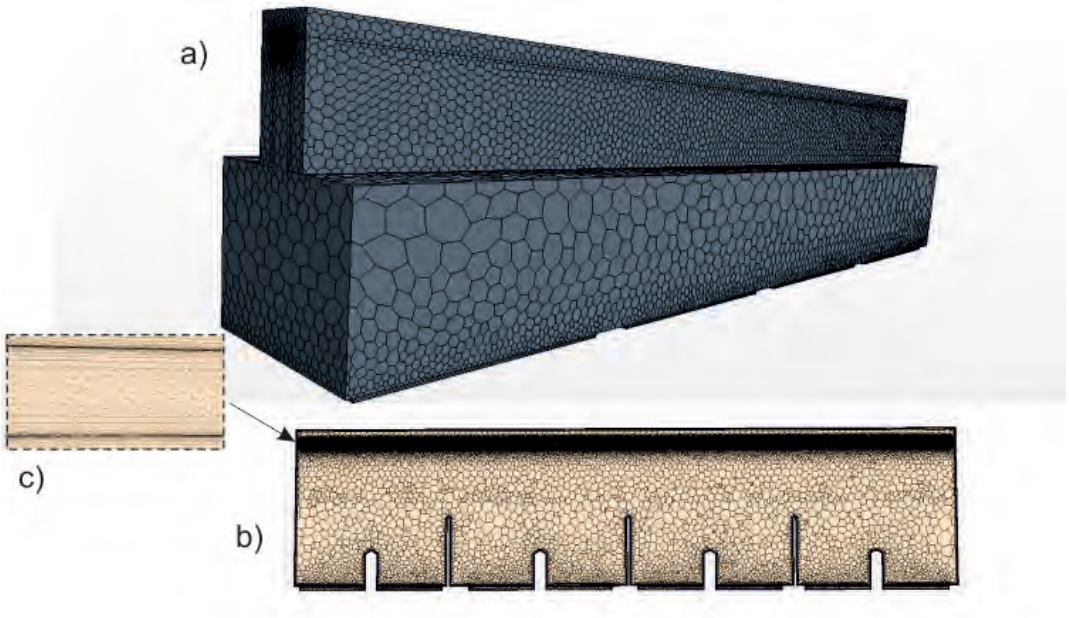
gdzie μ_f, λ_f, ρ_f, c_p oznaczają odpowiednie parametry fizyczne wody: współczynnik lepkości dynamicznej, przewodność cieplną, gęstość i ciepło właściwe, jest temperaturą bloku miedzianego, a – temperaturą cieczy. Jako warunki brzegowe dla równania (2) przyjęto, że znana jest z pomiarów temperatura bloku w trzech wewnętrznych jego punktach, a jego zewnętrzne i prostopadłe do minikanału ściany są izolowane zaś na powierzchni kontaktowej z rezystorami zachodzi wymiana ciepła. Założenie idealnego kontaktu termicznego między blokiem miedzianym i wodą oraz znajomość temperatury wody na wejściu i wyjściu do/ z minikanału stanowią układ warunków brzegowych dla równania (3). Tak zdefiniowany układ równań różniczkowych wraz z warunkami brzegowymi prowadzi do rozwiązania dwóch zagadnień odwrotnych w dwóch różnych obszarach (miedzianym bloku i minikanale) o różnych kształtach i parametrach fizycznych. Do wyznaczenia dwuwymiarowych rozkładów temperatury bloku miedzianego i wody zastosowano metodę Trefftza opisaną szczegółowo w (Ciałkowski i Frąckowiak, 2000) oraz (Hożejowski i Hożejowska, 2019). Znajomość rozkładu temperatury w obu obszarach pozwala wyznaczyć współczynnik przejmowania ciepła na ich powierzchni kontaktu z warunku brzegowego Robina

$$\alpha(x) = \frac{-\lambda_C \frac{\partial T_C}{\partial y}(1-\varphi(x))}{T_C - T_{f,ave}} \qquad \text{Równ. (4)}$$

gdzie referencyjna temperatura wody $T_{f,ave}$ obliczana jest jako średnia temperatura wody w minikanale zaś φ jest stopniem zapełnienia, który w dalszych obliczeniach przybliżono krzywą logistyczną.

3.2. Symulacje numeryczne

W celu weryfikacji wyników obliczeń otrzymanych metodą Trefftza obliczenia dotyczące wyznaczenia rozkładu temperatury miedzianego bloku, wody oraz wartości współczynnika przejmowania ciepła przeprowadzono za pomocą oprogramowania Simcenter STAR-CCM+ (wersja 2020.2.1 (15.04.010-R8)). W obliczeniach przyjęto, że: (i) przepływ płynu jest nieściśliwy o znanym stałym natężeniu przepływu, (ii) jest znana temperatura płynu na wlocie do minikanału i jego nadciśnienie na wylocie, (iii) jest znana temperatura miedzianego bloku w trzech punktach pomiarowych (Rys. 1b), (iv) brak jest strat ciepła do otoczenia, (v) znany jest strumień ciepła dostarczany do rezystorów,(vi) własności materiałów nie zależą od temperatury. Obliczenia wykonano na PC z procesorem Intel Core i9 CPU (24 rdzeniowym), taktowanie 3,50 GHz i 256 GB pamięci RAM. Konwergencja zajęła 16 000 iteracji przy ustalonym na poziomie 10^{-4} kryterium zbieżności, polihedralną siatkę obliczeniową utworzono z 6 237 865 komórek, Rys.2. Obliczenia numeryczne wykonano przy użyciu wielofazowego modelu objętości płynu (ang. Volume of Fluid, skrót VOF) opisanego przez C.W. Hirt i B.D Nichols w pracy (Hirt i Nichols, 1981). W tym podejściu zagadnienia wymiany ciepła i przepływu płynu opisane są równaniami bilansu masy, pędu, energii i udziału składnika mieszaniny dwufazowej. Tak opisane zagadnienie rozwiązywane jest metodą objętości kontrolnych (ang. Finite Volume Method, skrót FVM), (Eymard i in. 2000), która polega na dyskretyzacji całkowej formy podanych równań do układu równań algebraicznych. Poszukiwane są wartości funkcji w węzłach położonych w środkach obszarów kontrolnych równoważnych komórkom siatki obliczeniowej.



Rysunek 2: a) Siatka obliczeniowa naniesiona na minikanał z blokiem grzejnym, b) środkowy przekrój minikanału z blokiem grzejnym wzdłuż ich długości, c) powiększenie przekroju przy wlocie do minikanału

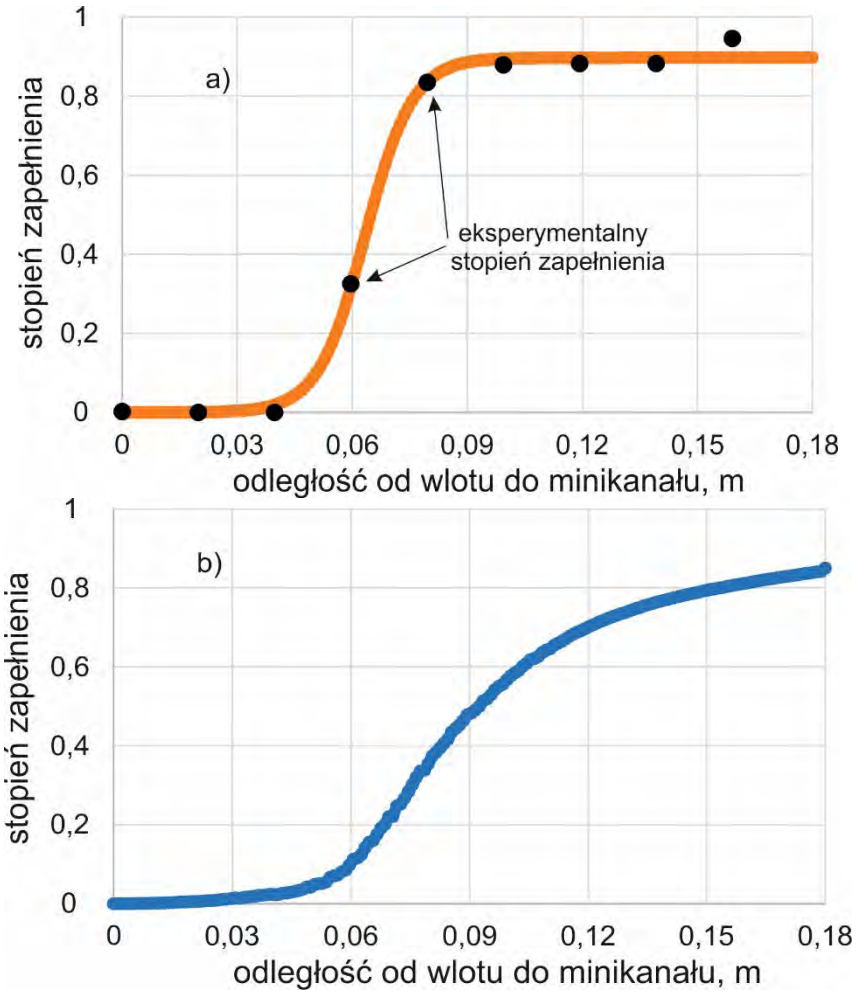
4. WYNIKI

Obliczenia przeprowadzono dla strumienia masy równego 1,12 kg/(m^{2}s), strumienia ciepła wynoszącego 21,91 kW/m^2 i średniej prędkości 0,012m/s. Pozostałe wartości parametrów eksperymentalnych wykorzystanych w obliczeniach wraz z ich błędami pomiarowymi przedstawia Tab. 1.

Rysunek 3 zestawia wartości eksperymentalnie wyznaczonego stopnia zapełnienia, jego przybliżenie krzywą logistyczną oraz wyniki otrzymane z symulacji wykonanych w STAR-CCM+. Widoczny jest wzrost stopnia zapełnienia wraz ze wzrostem odległości od wlotu do minikanału przy czym nieco większe wartości przyjmuje stopień zapełnienia przybliżony krzywą logistyczna niż ten otrzymany z programu CFD. Maksymalna średnia różnica względna między wartościami obu funkcji wynosi 16%, a największe różnice występują w środkowej części minikanału. Wartości eksperymentalnego stopnia zapełnienia różnią się od wartościami obu krzywych średnio o 4 %.

Tabela 1. Wartości parametrów eksperymentalnych i ich błędy pomiarowe

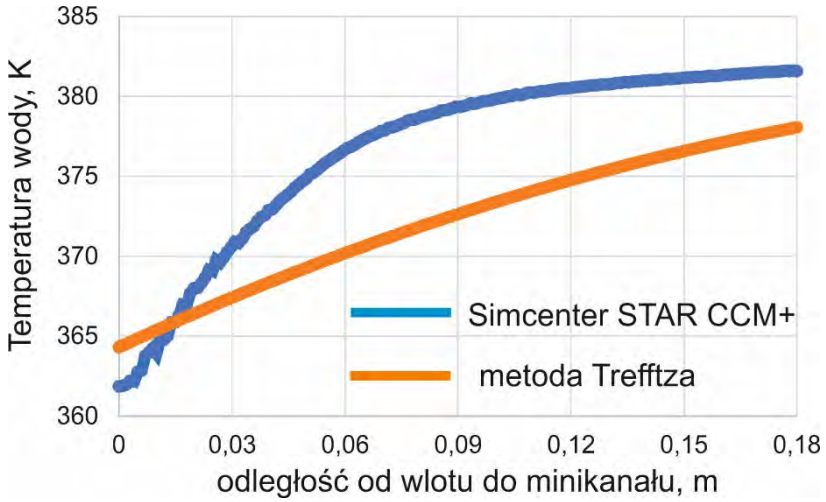
Parametr	Zakres zmienności parametru	Błąd pomiarowy
Średnie ciśnienie na wlocie [kPa]	26,33	1,25
Spadek ciśnienia, [Pa]	65,66	3,75
Średnia temperatura wody na wlocie [K]	362	0,5
Średnie niedogrzanie wody na wlocie, [K]	17,10	0,5
Temperatura miedzianego bloku w trzech punktach pomiarowych, [K]	T_1=391,10 T_2=391,96 T_3=391,45	0,5



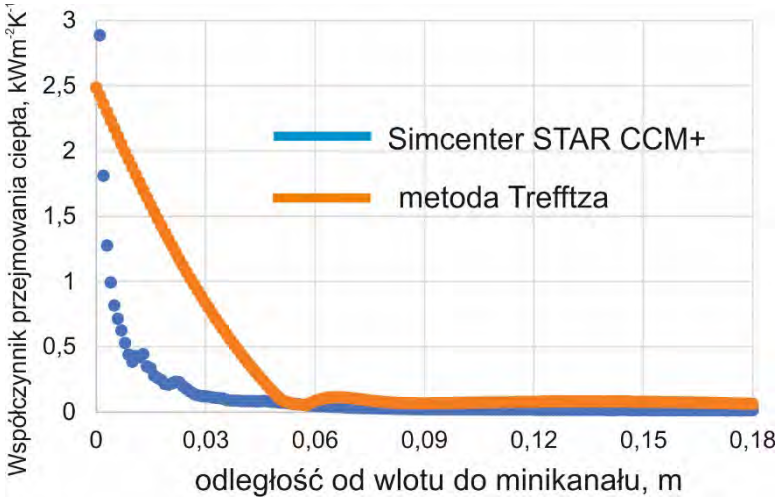
Rysunek 3: a) Eksperymentalny stopień zapełnienia oraz jego przybliżenie krzywą logistyczną, b) Stopień zapełnienia uzyskany z obliczeń w programie STAR-CCM+

Na Rys.4 przedstawiono przebieg zmienności temperatury wody destylowanej wzdłuż osi przepływu otrzymanej metodą Trefftza oraz z symulacji numerycznych wykonanych w STAR-CCM+. Temperatura wody dla obu przypadków przyjmuje zbliżone wartości – różnice między

wynikami wynoszą od 0,02 K do 6,90K, a średnia maksymalna różnica względna w tym przypadku to 1,29%.



Rysunek 4: Rozkład temperatury wody w osi przepływu otrzymany metodą Trefftza i z obliczeń w programie STAR-CCM+



Rysunek 5: Współczynnik przejmowania ciepła otrzymany metodą Trefftza i z obliczeń w programie STAR-CCM+

Zależność współczynników przejmowania ciepła w funkcji odległości od odległości od wlotu do minikanału przedstawiono na Rys. 5. Widoczny jest spadek współczynnika przejmowania ciepła wraz ze wzrostem odległości od wlotu do minikanału co jest efektem rosnącego udziału pary w kanale (Rys. 3). Współczynnik przejmowania ciepła obliczony z wykorzystaniem oprogramowania CFD „szybko" maleje w porównaniu do współczynnika wyliczonego w oparciu o metodę Trefftza. Największe różnice między wartościami współczynników przejmowania ciepła można zauważyć w początkowym odcinku minikanału, przy czym średnia różnica między nimi wynosi 360 W/(m^{2}K) .

5. WNIOSKI

Z przeprowadzonych eksperymentów i analizy wyników otrzymanych metodą Trefftza i z symulacji w programie CFD można wyciągnąć następujące wnioski:

- wyniki symulacji numerycznych są zgodne z wynikami otrzymanymi metodą Trefftza oraz wynikami z eksperymentu. Otrzymane maksymalne średnie różnice względne są na niskim

poziomie (największą maksymalną średnią różnicę względną w wysokości 16% otrzymano dla stopnia zapełnienia) co pozwala na walidację modelu CFD.

- współczynnik przejmowania ciepła wyznaczony metoda Trefftza przyjmował wyższe wartości w porównaniu do współczynnika przejmowania ciepłą otrzymanego na drodze symulacji - średnio różnica nie przekraczała 260W/(m2K),
- niezależnie od sposobu wyznaczenia współczynnika przejmowania ciepła współczynnik ten malał wraz ze wzrostem odległości od wlotu do minikanału czemu towarzyszył wzrost stopnia zapełnienia w minikanale.

W przyszłości planowane są badania eksperymentalne ukierunkowane na niestacjonarne nieadiabatyczne przepływy w minikanałach oraz modyfikację modelu dwuwymiarowego i metody Trefftza. Planuje się również wykorzystać oprogramowanie CFD w symulacjach numerycznych oraz weryfikację wyników otrzymanych z CFD w oparciu o dane z eksperymentu. W planowanych badaniach pozwoli to ograniczyć cześć eksperymentalną na rzecz symulacji numerycznych. Należy jednak mieć na uwadze to, że wyniki symulacji numerycznych powinny zawsze być weryfikowane przez wyniki eksperymentu.

PODZIĘKOWANIA

Badania finansowane częściowo z grantu NCN nr UMO-2018/31/B/ST8/01199.

NOMENKLATURA

c_p	ciepło właściwe (J×kg^{-1}×K^{-1})	p	Ciśnienie (Pa)
L	długość (m)	v	prędkość (m×s^{-1})
T	temperatura (K)	x,y	współrzędne Kartezjańskie
	Litery greckie		
α	współczynnik przejmowania ciepła (W×m^{-2}×K^{-1})	μ	współczynnik lepkości dynamicznej (Pa×s)
δ	głębokość, grubość (m)	ρ	gęstość (kg×m^{-3})
λ	przewodność cieplna (W×m^{-1}×K^{-1})	ϕ	stopień zapełnienia
	Indeksy dolne		
ave	średnia	f	ciecz
C	lok miedziany	M	minikanał

ODNIESIENIA

Ciałkowski, M., Frąckowiak, A., 2000. Funkcje cieplne i ich zastosowanie do rozwiązywania zagadnień przewodzenia ciepła i mechaniki. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 360 p.

Eymard, R., Gallouët, T. R., Herbin, R., 2000, The finite volume method, Handbook of Numerical Analysis,7, 713–1020.

Grabowski, M., Hożejowska, S., Maciejewska, B., Płaczkowski, K., Poniewski, M.E., 2000. Application of the 2-D Trefftz Method for Identification of Flow Boiling Heat Transfer Coefficient in a Rectangular MiniChannel. Energies 13,1-14.

Grysa, K., 2010. Funkcje Trefftza i ich zastosowania w rozwiązywaniu zagadnień odwrotnych. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 242 p.

Hirt, C.W., Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. Journal of Computational Physics 39 (1), 201–225.

Hożejowski, L., Hożejowska, S., 2019. Trefftz method in an inverse problem of two-phase flow boiling in a minichannel. Engineering Analysis with Boundary Elements, 98, 27–34.

Maciąg, A.,2009. Funkcje Trefftza dla wybranych prostych i odwrotnych zagadnień mechaniki. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 165 p.

Płaczkowski, K., 2020. Zastosowanie techniki fotograficznej do jednoczesnej rejestracji struktur przepływu dwufazowego i pomiaru stopnia zapełnienia. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, filia w Płocku, 96 p.

Płaczkowski, K., Poniewski, M.E., Grabowski, M., Alabrudziński, S., 2015. Photographic technique application to the determination of void fraction in two-phase flow boiling in minichannels. Applied Mechanics and Materials 797, 299-306.

Trefftz, E.,1926. Ein Gegenstück zum Ritzschen Verfahren. In Proceedings of the International Kongress für Technische Mechanik, Zürich, 131–137.