WYBRANE ZAGADNIENIA INFORMATYKI TECHNICZNEJ

Modelowanie i przetwarzanie informacji w warunkach niepewności

pod redakcją naukową Agnieszki Oniśko

Politechnika Białostocka

WYBRANE ZAGADNIENIA INFORMATYKI TECHNICZNEJ
Modelowanie i przetwarzanie informacji w warunkach niepewności

pod redakcją naukową
Agnieszki Oniśko

Politechnika Białostocka
OFICYNA WYDAWNICZA POLITECHNIKI BIAŁOSTOCKIEJ
BIAŁYSTOK 2021

Recenzenci:
dr Agnieszka Bartłomiejczyk, Politechnika Gdańska
dr hab. Antoni Leon Dawidowicz, Uniwersytet Jagielloński
dr Dorota Górecka, Uniwersytet Mikołaja Kopernika
dr inż. Tomasz Łoboda, University of Pittsburgh, USA
dr Elżbieta Majewska, Uniwersytet w Białymstoku
dr hab. inż. Jakub Montewka, Uniwersytet Morski w Gdyni
dr inż. Piotr Wołejsza, Akademia Morska w Szczecinie
dr inż. Adam Zagórecki, Cranfield University, Wielka Brytania

Redaktor naukowy dyscypliny informatyka techniczna i telekomunikacja:
prof. dr hab. Jarosław Stepaniuk

Redakcja i korekta językowa:
Janina Demianowicz

Skład, grafika i okładka:
Marcin Dominów
Zdjęcie na okładce: PIRO4D
https://pixabay.com/pl/illustrations/zam%c3%b3wienie-chaos-kostka-morze-3431153/

© Copyright by Politechnika Białostocka, Białystok 2021

ISBN 978-83-66391-86-4
ISBN 978-83-66391-85-7 (eBook)
DOI: 10.24427/978-83-66391-85-7

Publikacja jest udostępniona na licencji
Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0
(CC BY-NC-ND 4.0).
Pełną treść licencji udostępniono na stronie
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.pl.
Publikacja jest dostępna w Internecie na stronie Oficyny Wydawniczej PB.

Druk: Agencja Reklamowa TOP Agnieszka Łuczak

Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej
ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok
e-mail: oficyna.wydawnicza@pb.edu.pl
www.pb.edu.pl

Spis treści

Wstęp 5
Rozdział 1. Wpływ doboru technik normalizacji kryteriów decyzyjnych na stabilność rankingów uzyskanych algorytmem TOPSIS 7
1.1. Algorytm TOPSIS 9
1.1.1. Klasyczny algorytm TOPSIS 9
1.1.2. Modyfikacje algorytmu TOPSIS 11
1.1.3. Techniki normalizacji kryteriów 12
1.1.4. TOPSIS-M 13
1.2. Metody oceny stabilności rankingów 13
1.3. Przykład obliczeniowy i schemat badania 14
1.4. Wyniki badania 16
1.4.1. Rankingi wariantów decyzyjnych uzyskane za pomocą TOPSIS z wykorzystaniem różnych formuł normalizacyjnych 16
1.4.2. Stabilność rankingów uzyskanych algorytmami TOPSIS i TOPSIS-M z wykorzystaniem wybranych technik normalizacji 21
Bibliografia 28
Rozdział 2. Problem generowania optymalnej trasy bezzałogowego statku powietrznego stosowanego do detekcji obiektów niebezpiecznych w systemach autonomicznej nawigacji morskiej 33
2.1. Przegląd literatury 37
2.2. Specyfikacja problemu 38
2.3. Wyniki testów algorytmu w warunkach rzeczywistych 42
Bibliografia 47
Rozdział 3. Inżynieria wiedzy w konstruowaniu modeli sieci bayesowskich w medycynie 49
3.1. Badanie czułości struktury modeli sieci bayesowskich 50
3.2. Badanie czułości parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich 53
Bibliografia 58

Rozdział 4. Rozwiązania modelu opisującego rozwój podpopulacji nietoperzy – analiza przy użyciu interaktywnego arkusza programu Maple 61
4.1. Model matematyczny 64
4.2. Interaktywny arkusz Maple 65
4.3. Analiza wybranych przypadków przy użyciu arkusza interaktywnego Maple 73
Bibliografia 84
Spis tabel 85
Spis rysunków 87

Wstęp

W ostatnich dekadach nastapił rozwój systemów komputerowych, które gromadzą i przetwarzają duże ilości danych, które są gromadzone zarówno przez systemy bazodanowe specjalnie do tego zaprojektowane, jak i przez różnego rodzaju urządzenia rejestrujące. Dane to już nie tylko wartości atomowe przechowywane w relacyjnych systemach baz danych, ale również zdjęcia, obrazy video, czy też całe dokumenty. Istotnym elementem tych systemów jest z jednej strony efektywne gromadzenie i przetwarzanie dużej ilości danych w czasie rzeczywistym, z drugiej strony coraz ważniejsze staje się ich analizowanie i agregowanie w formie modeli, wnioskowanie oraz interpretacja.

Konstruowanie modeli opiera się na szukaniu wglądu w dane, co może skutkować odkrywaniem z nich wiedzy. Wyniki wnioskowania w modelach niejednokrotnie dostarczają dodatkowej wiedzy i informacji o modelowanym problemie, wspomagają podejmowanie decyzji oraz planowanie strategiczne.

Nieodzownym elementem modelowania danych i wnioskowania jest niepewność. Jej źródłem może być sama wiedza, źródła danych, czy też błąd pomiaru urządzenia wynikający z jego skończonej dokładności. Niepewność wyrażona może być na różne sposoby, np. przez dane brakujące, zmienne ukryte lub nieprecyzyjne wartości.

W monografii zamieszczono prace, które prezentują przykłady przetwarzania informacji i modelowania w warunkach niepewności oraz ich zastosowanie w różnych dziedzinach, takich jak biologia, ekonomia, medycyna, czy też nawigacja morska. Autorzy sięgnęli po różnorodne metody modelowania, takie jak algorytmy wielokryterialnego podejmowania decyzji, metody heurystyczne, sieci bayesowskie, czy układy równań różniczkowych zwyczajnych. Prace zebrane w niniejszej monografii stanowią ważny wkład w dziedzinę modelowania systemów rzeczywistych, w których niepewność jest istotnym elementem.

Rozdział 1 *Wpływ doboru technik normalizacji kryteriów decyzyjnych na stabilność rankingów uzyskanych algorytmem TOPSIS* dotyczy tematyki porządkowania i klasyfikacji rozważanych wariantów decyzyjnych. Autorka dokonała oceny stabilności rankingów i klasyfikacji otrzymanych przez zastosowanie jednej z metod wielokryterialnego podejmowania decyzji, metody TOPSIS (ang. *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) z wykorzystaniem różnych technik normalizacyjnych, takich jak normalizacja wektorowa oraz normalizacje liniowe oparte na max, min-max oraz na sumie.

W rozdziale 2 *Problem generowania optymalnej trasy bezzałogowego statku powietrznego stosowanego do detekcji obiektów niebezpiecznych w systemach autonomicznej nawigacji morskiej* opisano problem wyznaczania optymalnej trasy bezzałogowego statku powietrznego w systemach autonomicznej nawigacji morskiej. Przedstawiono definicję problemu oraz wyniki działania algorytmu heurystycznego pozwalającego na generowanie optymalnej trasy bezzałogowego statku powietrznego. Został on opracowany przez autorkę w ramach projektu badawczo-rozwojowego AVAL, w którym brała udział. Celem działania bezzałogowego statku powietrznego jest wykonanie rejestracji video obiektów niebezpiecznych. Zarejestrowany obraz umożliwia detekcję, identyfikację i geolokalizację obiektów niebezpiecznych, które są trudno wykrywalne przez standardowe urządzenia nawigacyjne.

W rozdziale 3 *Inżynieria wiedzy w konstruowaniu modeli sieci bayesowskich w medycynie* zaprezentowano przykład modelowania za pomocą sieci bayesowskich, które stały się istotnym narzędziem we wnioskowaniu w warunkach niepewności. Opisano techniki i metody, z których warto korzystać w trakcie konstruowania probabilistycznych modeli sieci bayesowskich. Przedstawiono wyniki eksperymentów, w trakcie których badano wpływ struktury oraz parametrów numerycznych modelu na jego jakość diagnostyczną. Zostały one przeprowadzone na modelach sieci bayesowskich z dziedziny medycyny.

W rozdziale 4 *Rozwiązania modelu opisującego rozwój podpopulacji nietoperzy – analiza przy użyciu interaktywnego arkusza programu Maple* podano przykład modelu matematycznego, który opisuje rozwój populacji nietoperzy. Model ten oparty jest na układzie równań różniczkowych zwyczajnych i uwzględnia dyspersyjno-dyfuzyjny charakter zachowania nietoperzy. Wyniki badań przedstawiono po obserwacji zachowań dwóch gatunków nietoperzy zamieszkujących Puszczę Białowieską. Zaprezentowano również wybrane symulacje rozwiązań korzystając z interaktywnego arkusza programu Maple, który pozwala analizować zachowanie rozwiązań numerycznych przy dynamicznej zmianie wybranych parametrów modelu.

Agnieszka Oniśko
Białystok, maj 2021

DOI: 10.24427/978-83-66391-85-7_1

Rozdział 1
Wpływ doboru technik normalizacji kryteriów decyzyjnych na stabilność rankingów uzyskanych algorytmem TOPSIS

Marzena Filipowicz-Chomko
Wydział Informatyki, Politechnika Białostocka

Streszczenie: Metody wielokryterialnej analizy decyzyjnej dostarczają wielu algorytmów, które mogą być wykorzystywane do rozwiązywania problemów porządkowania rozważanych wariantów decyzyjnych. Jednym z najczęściej stosowanych jest algorytm TOPSIS, w którym ranking wariantów decyzyjnych tworzony jest na podstawie ich odległości od wariantu idealnego i antyidealnego. Procedura ta wymaga zastosowania techniki normalizacji danych, której celem jest przedstawienie wartości kryteriów na wspólnej skali, aby umożliwić ich porównywalność. Ze względu na wielość technik normalizacji funkcjonujących w literaturze przedmiotu, dużym wyzwaniem jest dobór właściwej z nich, dopasowanej do struktury problemu decyzyjnego. Zagadnienie jest istotne, gdyż często w badaniach wykorzystywana jest jedna metoda bez uzasadnienia jej wyboru. Głównym celem niniejszego opracowania będzie dokonanie oceny stabilności rankingów otrzymanych metodą TOPSIS z wykorzystaniem różnych technik normalizacyjnych. Dodatkowo zostanie sprawdzony wpływ zastosowanych dwóch sposobów mierzenia odległości na ocenę globalną i ranking wariantów decyzyjnych.

Słowa kluczowe: problem decyzyjny, metody wielokryterialne, normalizacja danych, TOPSIS, stabilność rankingów, odległość euklidesowa, odległość Mahalanobisa

Wprowadzenie

Metody wielokryterialnej analizy decyzyjnej są ważnymi i użytecznymi narzędziami, pozwalającymi na rozwiązywanie coraz bardziej złożonych problemów w różnych dziedzinach aktywności człowieka. Dostarczają one wielu algorytmów, które między innymi mogą być wykorzystywane przy porządkowaniu i klasyfikacji rozważanych wariantów decyzyjnych. Do najbardziej popularnych algorytmów wielokryterialnego podejmowania decyzji można zaliczyć:

- metody addytywne takie jak SAW (ang. *Simple Additive Weighting Method*), [12], SMART (ang. *Simple Multi-Attribute Ranking Technique*), [14];

- metody analitycznej hierarchizacji, a wśród nich AHP (ang. *Analytical Hierarchy Process*), [41], REMBRANDT (ang. *Ratio Estimation in Magnitudes or deciBells to Rate Alternatives which are Non-DominaTed*), [26], ANP (ang. *Analytic Network Process*), [42], MACBETH (ang. *Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation TecHnique*), [3];
- metody ELECTRE (fr. *ELimination Et Choix Traduisant la REalité*), [40];
- metody PROMETHEE (ang. *Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations*), [5];
- metody wykorzystujące punkty referencyjne takie jak TOPSIS (ang. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), [20], VIKOR (serb. *Visekrzterijumska Optimizacija i Kompromisno Resenje*), [31], BIPOLAR [23], BIPOLAR-SD [18].

Mając do dyspozycji tak bogaty zbiór algorytmów, wybór właściwej metody wielokryterialnej sam w sobie staje się problemem wielokryterialnym i temu zagadnieniu poświęconych jest wiele prac [17, 44, 46]. Triantaphyllou w [44] podkreśla jego ważność, ale też zauważa trudność w odnalezieniu odpowiedzi na pytanie: „Jaka metoda jest najlepsza dla danego problemu?"[1] Po dokonaniu wyboru algorytmu, przed badaczami pojawiają się nowe wyzwania, ponieważ zastosowanie konkretnej procedury często wymaga odpowiedniego przygotowania zestawu danych, tak by przebiegała ona w poprawny sposób. Jednym z pierwszych kroków jest normalizacja ocen wariantów decyzyjnych dla analizowanych kryteriów, która pozwala na ujednolicenie ich charakteru oraz sprowadzenie wartości do poziomu umożliwiającego ich porównywanie. W literaturze przedmiotu przedstawiono wiele technik normalizacyjnych [1, 7, 8, 10, 13, 20, 28, 29, 47]. Ich różnorodność skłania więc do postawienia pytań:

- Czy wybór metody normalizacyjnej ma wpływ na ranking końcowy wariantów decyzyjnych?
- Która z metod normalizacyjnych jest najwłaściwsza w kontekście analizowanej sytuacji decyzyjnej?

Próbie odpowiedzi na powyższe pytania, w przypadku jednej z najczęściej wybieranych przez badaczy technik, a mianowicie metodzie TOPSIS, poświęcone jest to opracowanie. Jego głównym celem jest ocena stabilności rankingów otrzymanych metodą TOPSIS w zależności od zastosowanych technik normalizacyjnych. Ponadto, ocenie wpływu stosowanych metod normalizacji została poddana zmodyfikowana metoda TOPSIS, w której zamiast odległości euklidesowej, jest rozważana odległość Mahalanobisa, stosowana w przypadku, gdy zakłada się preferencyjną zależność kryteriów decyzyjnych.

[1] W książce [44] na s. XXIII zapisano "Therefore, the question "Which is the best method for a given problem?" has become one of the most important but also most difficult to answer".

1.1. Algorytm TOPSIS

Metoda TOPSIS należy do grupy metod szkoły amerykańskiej [16, 45] opartych na kryterium syntetycznym, które wykorzystując funkcję agregującą wartości wariantów decyzyjnych ze względu na poszczególne kryteria pozwalają na utworzenie rankingu rozważanych wariantów. Algorytm TOPSIS został zaproponowany przez Hwanga i Yoona w 1981 r. w pracy [20], choć bardzo podobną metodę przedstawił dużo wcześniej, bo w 1968 r., profesor Zdzisław Hellwig [19]. Główną ideą metody TOPSIS jest ocena wariantów decyzyjnych bazująca na pomiarze odległości tych wariantów od dwóch punktów referencyjnych – rozwiązania idealnego, PIS (ang. *Positive Ideal Solution*) oraz rozwiązania antyidealnego, NIS (ang. *Negative Ideal Solution*). Najkorzystniejszym wariantem decyzyjnym jest ten, który cechuje się najmniejszą odległością od PIS i największą odległością od NIS.

1.1.1. Klasyczny algorytm TOPSIS

Dowolny wielokryterialny problem dyskretny, w którym rozważa się m wariantów decyzyjnych (Ai, $i = 1, \ldots, m$) ocenianych na podstawie n kryteriów (Cj, $j = 1, \ldots, n$), można przedstawić w postaci macierzy decyzyjnej $X = [x_{ij}]_{mxn}$ (tabela 1.1), w której x_{ij} jest wartością i – tego wariantu decyzyjnego ze względu na j – te kryterium, zaś $w_j \in [0,1]$ oznacza wagę, czyli istotność j – tego kryterium.

TABELA 1.1. Ogólna postać macierzy decyzyjnej

	w_1	w_2	...	w_j	...	w_n
	C_1	C_2	...	C_j	...	C_n
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
...	...	...	...	...	...	...
A_i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

Rozważany zbiór kryteriów dzieli się na dwa rozłączne podzbiory: kryteriów typu zysk[2] (Zj, $j = 1, \ldots, k$) oraz kryteriów typu strata[3] (Sj, $j = k + 1, \ldots, n$). Przyjmuje się, że kryteria decyzyjne są niezależne preferencyjnie. Dla tak zdefiniowanego problemu decyzyjnego klasyczny algorytm TOPSIS zaproponowany w [20] przebiega zgodnie z następującymi etapami:

- ETAP 0. Wyznaczenie macierzy decyzyjnej $X=[x_{ij}]$ i wektora wag $w = [w_1, \ldots, w_n]$, gdzie $w_1 + \ldots + w_n = 1$.

[2] Im wyższa wartość kryterium, tym lepiej.

[3] Im niższa wartość kryterium, tym lepiej.

- ETAP 1. Wyznaczenie znormalizowanej macierzy decyzyjnej $N = [z_{ij}]_{mxn}$, gdzie z_{ij} jest wartością znormalizowanej oceny wariantu decyzyjnego, zgodnie z formułą:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(x_{ij}\right)^2}} ,$$

gdzie $i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n$.

Formuła ta została zaproponowana w oryginalnym algorytmie TOPSIS wprowadzonym przez Hwanga i Yoona. W badaniach wykorzystujących TOPSIS często jest ona zastępowana przez inne techniki normalizacyjne (tabela 1.2).

- ETAP 2. Wyznaczenie znormalizowanej ważonej macierzy decyzyjnej

$$W = [v_{ij}]_{mxn},$$

gdzie

$$v_{ij} = w_j z_{ij}.$$

- ETAP 3. Wyznaczenie wariantów idealnego A^+ oraz antyidealnego A^- postaci:

$$A^+ = \left[v_1^+, ..., v_n^+\right], \text{ gdzie } \quad v_j^+ = \begin{cases} \max v_{ij}, v_{ij} \in Z \\ \min v_{ij}, v_{ij} \in S \end{cases}$$

$$A^- = \left[v_1^-, \ldots, v_n^-\right], \text{ gdzie}$$

$$v_j^- = \begin{cases} \min v_{ij}, v_{ij} \in Z \\ \max v_{ij}, v_{ij} \in S \end{cases}.$$

- ETAP 4. Obliczenie odległości[4] (d_i^+) i-tego wariantu decyzyjnego od A^+ oraz odległości (d_i^-) i-tego wariantu decyzyjnego od A^-,

$$d_i^+ = \sqrt{\left(v_{ij} - v_j^+\right)^2}, \; d_i^- = \sqrt{\left(v_{ij} - v_j^-\right)^2} ,$$

gdzie $i = 1, ..., m$.

- ETAP 5. Wyznaczenie wartości syntetycznego miernika oceny (tzw. oceny globalnej) i-tego wariantu decyzyjnego, zgodnie z formułą:

$$T_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-},$$

gdzie $i = 1, ..., m$.
Wartość miernika $T_i \in [0;1]$.

[4] W oryginalnym algorytmie TOPSIS sugerowana była odległość euklidesowa.

- ETAP 6. Budowa rankingu wariantów decyzyjnych ze względu na malejące wartości syntetycznego miernika oceny.

Im wartość miernika oceny jest wyższa, tym wyższą pozycję osiąga wariant decyzyjny w rankingu.

1.1.2. Modyfikacje algorytmu TOPSIS

Do zalet metody TOPSIS zalicza się jej prostotę, zrozumiałość oraz gwarancję łatwej interpretacji wyników [34, 38]. Zakres jej aplikacyjności jest bardzo szeroki i obejmuje między innymi zagadnienia związane z zarządzaniem łańcuchem dostaw i logistyką [11, 51], inżynierią i systemami produkcji [33], zarządzaniem w biznesie i marketingu [39], ochroną zdrowia [2], zrównoważonym rozwojem [36], wspomaganiem negocjacji [37, 38, 50]. Obszerny przegląd literaturowy dotyczący zastosowań metody TOPSIS w różnych obszarach został zawarty w [4, 53].

W literaturze przedmiotu wskazywane są również pewne ograniczenia tej metody [34, 49] oraz problemy związane z jej stosowaniem [1, 53], które zaowocowały modyfikacjami klasycznego algorytmu TOPSIS.

Kluczowe pytania dotyczące stosowania procedury TOPSIS są z jednej strony związane z charakterem i skalą pomiaru danych, a z drugiej z implementacją algorytmów obliczeniowych na poszczególnych etapach procedury. Przystępując do obliczeń, pyta się między innymi o wybór:

- metody normalizacji [1, 8, 28];
- metody pomiaru odległości przy założeniu preferencyjnej niezależności i zależności kryteriów [6, 22, 48];
- metody wyznaczania wag, czyli stopnia istotności kryteriów [15, 30, 35];
- sposobu wyznaczania wektorów PIS i NIS [36, 37].

Każdy z zasygnalizowanych powyżej problemów prowadzi do pytania o wpływ zastosowanych rozwiązań (modyfikacji oryginalnej procedury) na ocenę globalną oraz ranking wariantów decyzyjnych otrzymanych algorytmem TOPSIS.

W niniejszej pracy badania koncentrują się na próbie odpowiedzi na pytanie dotyczące wpływu wyboru metody normalizacji na ranking wariantów otrzymany metodą TOPSIS. Modyfikacja klasycznej procedury w tym przypadku będzie polegała na zastąpieniu formuły normalizacyjnej (ETAP 1) zaproponowanej w [20], kolejno jedną z sześciu metod opisanych poniżej (tabela 1.2). Dodatkowo zbadany zostanie wpływ sposobu mierzenia odległości na stabilność rankingów przy zastosowanych różnych technikach normalizacyjnych. Modyfikacja, w tym przypadku będzie polegała na zastąpieniu odległości euklidesowej (ETAP 4) odległością Mahalanobisa [27], która uwzględnia zależności pomiędzy kryteriami decyzyjnymi.

1.1.3. Techniki normalizacji kryteriów

W pracy uwzględniono sześć najczęściej wykorzystywanych technik normalizacyjnych [1, 32, 47], które zastąpiły formułę oryginalnego algorytmu TOPSIS (ETAP 1). Badaniom symulacyjnym zostały poddane: normalizacja wektorowa, normalizacje liniowe oparte na max (dwa warianty), max-min i sumie oraz normalizacja logarytmiczna. Formuły normalizacyjne zostały zebrane w tabeli 1.2.

TABELA 1.2. Formuły zastosowanych w pracy technik normalizacyjnych

Technika normalizacji (oznaczenie)	Formuła dla kryteriów typu zysk	Formuła dla kryteriów typu strata
wektorowa (N1) [7, 21, 29]	$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ij}\right)^2}}$	$z_{ij} = \frac{1/x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(1/x_{ij}\right)^2}}$
liniowa oparta na max typ 1 (N2) [1, 7, 8, 47]	$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max x_{ij}}$	$z_{ij} = 1 - \frac{x_{ij}}{\max x_{ij}}$
liniowa oparta na max typ 2 (N3) [24, 43]	$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max x_{ij}}$	$z_{ij} = \frac{\min x_{ij}}{x_{ij}}$
liniowa oparta na max-min (N4) [1, 7, 8, 47]	$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min x_{ij}}{\max x_{ij} - \min x_{ij}}$	$z_{ij} = \frac{\max x_{ij} - x_{ij}}{\max x_{ij} - \min x_{ij}}$
liniowa oparta na sumie (N5) [1, 8, 21, 47]	$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}$	$z_{ij} = \frac{1/x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}(1/x_{ij})}$
logarytmiczna (N6) [21, 29, 53]	$z_{ij} = \frac{\ln\left(x_{ij}\right)}{\ln(\prod_{i=1}^{m} x_{ij})}$	$z_{ij} = \frac{1}{m-1}\left(1 - \frac{\ln\left(x_{ij}\right)}{\ln(\prod_{i=1}^{m} x_{ij})}\right)$

1.1.4. TOPSIS-M

Klasyczny algorytm TOPSIS zakłada preferencyjną niezależność kryteriów, nie uwzględnia zatem zależności pomiędzy kryteriami. Rozwiązaniem tego problemu, a tym samym alternatywą dla odległości euklidesowej, może być modyfikacja ETAPU 4 przez zastosowanie miary Mahalanobisa jako odległości od rozwiązania idealnego i antyidealnego. W algorytmie TOPSIS z odległością Mahalanobisa (TOPSIS-M), ETAP 4 i ETAP 5 klasycznej procedury będą przebiegały w następujący sposób [9]:

- ETAP 4a. Obliczenie odległości (dm_i^+ i dm_i^-) i-tego wariantu od A^+ oraz A^- zgodnie z formułami:

$$dm_i^+ = \sqrt{\left(A_i - A^+\right)^T R^{-1}\left(A_i - A^+\right)},$$

$$dm_i^- = \sqrt{\left(A_i - A^-\right)^T R^{-1}\left(A_i - A^-\right)},$$

gdzie $A_i = \left[z_{i1},\ldots,z_{in}\right]$, z_{ij} jest znormalizowaną wartością wariantu decyzyjnego a (i = 1, ..., m, j = 1, ..., n), R^{-1} jest odwrotnością macierzy kowariancji wyznaczonej dla znormalizowanej macierzy decyzyjnej.

- ETAP 5a. Wyznaczenie wartości syntetycznego miernika oceny (tzw. oceny globalnej) każdego wariantu decyzyjnego, zgodnie z formułą:

$$TM_i = \frac{dm_i^-}{dm_i^+ + dm_i^-},$$

gdzie i = 1, ..., m.

1.2. Metody oceny stabilności rankingów

W literaturze przedmiotu można spotkać różne podejścia do oceny stabilności rankingów. Według Chakraborty i Yeha [8] właściwą procedurą normalizacyjną jest ta, dzięki której otrzymuje się rankingi podobne do tych stworzonych za pomocą innych procedur. Oczywiście ocena wzrokowa podobieństwa rankingów może być tu niewystarczająca. Dlatego też w tym opracowaniu wzmocniono ją przez zastosowanie analizy korelacyjnej oraz miary podobieństwa rankingów.

Do oceny spójności ocen globalnych uzyskanych algorytmem TOPSIS w przypadku sześciu technik normalizacyjnych zastosowano korelację Pearsona [7], a oceny stabilności rankingów dokonano, posługując się współczynnikiem korelacji rang Spearmana [52].

Ponadto, w pracy zastosowano procedurę wspomagającą wybór metody normalizacji. Uzyskanych sześć rankingów porównano za pomocą współczynnika podobieństwa, zaproponowanego w pracy [25], który jest wyznaczany zgodnie z następującą procedurą:

- ETAP 1. Wyznaczenie miary podobieństwa rankingów μ_{pq} zgodnie z formułą:

$$\mu_{pq} = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{m} \left| c_{ip} - c_{iq} \right|}{m^2 - z},$$

gdzie v jest liczbą rankingów, c_{ip} – pozycją i-tego wariantu w rankingu o numerze p, c_{iq} – pozycją i-tego wariantu w rankingu o numerze q, dla p, q = 1, 2, ..., v. Ponadto,

$$z = \begin{cases} 0 \text{ dla } m \in P \\ 1 \text{ dla } m \notin P \end{cases}, \; P \text{ – zbiór liczb naturalnych parzystych.}$$

Wartość współczynnika μ_{pq} mieści się w przedziale $[0;1]$.

- ETAP 2. Określenie stopnia podobieństwa dla każdego rankingu p w stosunku do pozostałych rankingów zgodnie z formułą:

$$u_p = \frac{1}{v-1} \sum_{\substack{q=1 \\ p \neq q}}^{v} \mu_{pq}$$

gdzie p, q = 1, 2, ..., v.

- ETAP 3. Wybór metody, dla której $u_p = \max_p u_p$.

1.3. Przykład obliczeniowy i schemat badania

Do realizacji głównego celu opracowania, czyli oceny wpływu sześciu przedstawionych w tabeli 1.2 technik normalizacji na stabilność rankingów otrzymanych algorytmami TOPSIS i TOPSIS-M, posłużono się przykładem obliczeniowym, opartym na danych umownych.

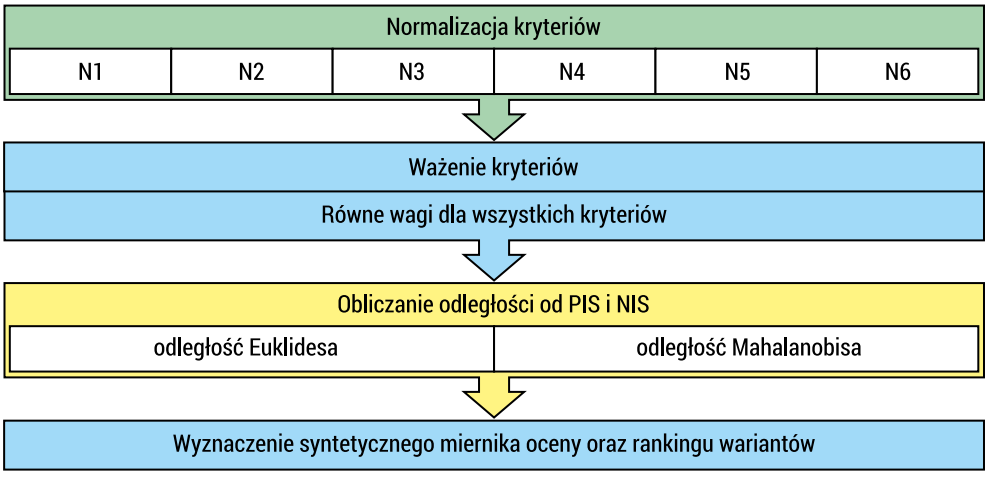
Rozważono wielokryterialny problem decyzyjny, na który składa się:

- zbiór dziesięciu wariantów decyzyjnych: A_1, A_2, ..., A_{10};
- zbiór czterech kryteriów: C_1, C_2, C_3, C_4, gdzie C_1, C_2 są kryteriami typu zysk, zaś
- C_3, C_4 – kryteriami typu strata;
- macierz decyzyjna (tabela 1.3).

TABELA 1.3. Macierz decyzyjna

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	690	7	3,10	0,45
A_2	590	6	4,00	0,16
A_3	600	10	3,50	0,08
A_4	620	5	3,20	0,25
A_5	700	7	2,80	0,80
A_6	650	9	1,00	0,56
A_7	500	10	4,50	0,17
A_8	640	8	4,00	1,50
A_9	580	6	3,00	0,15
A_{10}	520	7	2,60	0,25

Kolejne etapy procedury TOPSIS pozwoliły na wyznaczenie znormalizowanych macierzy decyzyjnych z wykorzystaniem sześciu formuł normalizacyjnych N1-N6 (tabela 1.2), wartości wektorów PIS $\left(A^{+}\right)$ i NIS $\left(A^{-}\right)$, wartości syntetycznych mierników oceny $\left(T_i / TM_i\right)$ na podstawie wyznaczonych odległości od PIS i NIS mierzonych odległością euklidesową i Mahalanobisa oraz rankingów wariantów. W rozważanym problemie przyjęto, że wszystkie kryteria są tak samo istotne, dlatego zastosowano równe wagi, co pozwoliło na pominięcie drugiego etapu procedury. Schemat przeprowadzonego badania został przedstawiony na rysunku 1.1.



RYSUNEK 1.1. Schemat badania

Algorytm TOPSIS z kolejno wykorzystywanymi sześcioma technikami normalizacji oraz odległością euklidesową oznaczany będzie w dalszej części pracy przez T_Ni (gdzie $i = 1, ..., 6$), a z zastosowaną odległością Mahalanobisa – przez TM_Ni (gdzie $i = 1, ..., 6$).

1.4. Wyniki badania

1.4.1. Rankingi wariantów decyzyjnych uzyskane za pomocą TOPSIS z wykorzystaniem różnych formuł normalizacyjnych

Uzyskane za pomocą dwóch podejść (odległość euklidesowa, odległość Mahalanobisa) wyniki zostały zawarte w tabelach 1.4–1.9.

Normalizacja wektorowa (N1)

TABELA 1.4. Macierz decyzyjna po normalizacji wektorowej N1, współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N1	TM_i	Ranking TM_N1
A_1	0,356	0,288	0,238	0,125	0,182	8	0,414	4
A_2	0,305	0,247	0,184	0,351	0,321	5	0,321	8
A_3	0,310	0,412	0,210	0,703	0,570	1	0,577	2
A_4	0,320	0,206	0,230	0,225	0,223	7	0,300	9
A_5	0,362	0,288	0,263	0,070	0,174	9	0,419	3
A_6	0,336	0,371	0,736	0,100	0,500	2	0,594	1
A_7	0,258	0,412	0,164	0,331	0,342	4	0,390	5
A_8	0,331	0,330	0,184	0,037	0,143	10	0,357	6
A_9	0,300	0,247	0,245	0,375	0,364	3	0,337	7
A_{10}	0,269	0,288	0,283	0,225	0,260	6	0,254	10
A^+	0,362	0,412	0,736	0,703				
A^-	0,258	0,206	0,164	0,037				

Klasyczna metoda TOPSIS z normalizacją wektorową N1 (T_N1) wyłoniła ranking wariantów $A_3 > A_6 > A_9 > A_7 > A_2 > A_{10} > A_4 > A_1 > A_5 > A_8$. W przypadku TOPSIS-M (TM_N1) ranking był następujący $A_6 > A_3 > A_5 > A_1 > A_7 > A_8 > A_9 > A_2 > A_4 > A_{10}$ i wskazywał na znaczące zmiany pozycji wariantów decyzyjnych w porównaniu z rankingiem T_N1 (współczynnik korelacji rang Spearmana dla rankingów T_N1 i TM_N1 wynosił 0,297). Żaden z wariantów decyzyjnych nie osiągnął tej samej lokaty w obu

rankingach. Największa zmiana dotyczyła wariantu A_5, który w rankingu T_N1 zajął dziewiątą pozycję, zaś w rankingu TM_N1 – trzecią. Wartości syntetycznych mierników oceny mieściły się w przedziałach [0,143;0,570] oraz [0,254; 0,594], odpowiednio dla metod T_N1 i TM_N1.

Normalizacja liniowa oparta na max typ 1 (N2)

TABELA 1.5. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max typ 1 (N2), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N2	TM_i	Ranking TM_N2
A_1	0,986	0,700	0,311	0,700	0,579	5	0,668	3
A_2	0,843	0,600	0,111	0,893	0,535	8	0,541	8
A_3	0,857	1,000	0,222	0,947	0,658	2	0,710	2
A_4	0,886	0,500	0,289	0,833	0,556	6	0,543	7
A_5	1,000	0,700	0,378	0,467	0,500	9	0,626	4
A_6	0,929	0,900	0,778	0,627	0,762	1	0,724	1
A_7	0,714	1,000	0,000	0,887	0,551	7	0,544	6
A_8	0,914	0,800	0,111	0,000	0,243	10	0,405	10
A_9	0,829	0,600	0,333	0,900	0,609	4	0,551	5
A_{10}	0,743	0,700	0,422	0,833	0,637	3	0,485	9
A^+	1,000	1,000	0,778	0,947				
A^-	0,714	0,500	0,000	0,000				

Metodami T_N2 i TM_N2 (z normalizacją liniową oparta na max typu 1 (N2)) otrzymano, odpowiednio, następujące rankingi wariantów: $A_6 > A_3 > A_{10} > A_9 > A_1 > A_4 > A_7 > A_2 > A_5 > A_8$ i $A_6 > A_3 > A_1 > A_5 > A_9 > A_7 > A_4 > A_2 > A_{10}$. W obu rankingach na pierwszej i drugiej pozycji znalazły się warianty A_6 i A_3, ostatnią zaś zajął wariant A_8. Największa zmiana lokat miała miejsce w przypadku wariantu A_{10}: z pozycji trzeciej (w T_N2) na pozycję dziewiątą (w TM_N2). Wartości syntetycznych mierników oceny mieściły się w przedziałach [0,243;0,762] oraz [0,405; 0,724], odpowiednio dla T_N2 i TM_N2. Współczynnik korelacji rang Spearmana dla rankingów T_N2 i TM_N2 wynosił 0,588.

Normalizacja liniowa oparta na max typ 2 (N3)

TABELA 1.6. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max typ 2 (N3), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N3	TM_i	Ranking TM_N3
A_1	0,986	0,700	0,323	0,178	0,252	7	0,057	9
A_2	0,843	0,600	0,250	0,500	0,323	5	0,227	5
A_3	0,857	1,000	0,286	1,000	0,598	1	0,404	2
A_4	0,886	0,500	0,313	0,320	0,231	9	0,177	6
A_5	1,000	0,700	0,357	0,100	0,247	8	0,118	8
A_6	0,929	0,900	1,000	0,143	0,511	2	0,619	1
A_7	0,714	1,000	0,222	0,471	0,398	3	0,171	7
A_8	0,914	0,800	0,250	0,053	0,228	10	0,025	10
A_9	0,829	0,600	0,333	0,533	0,358	4	0,283	3
A_{10}	0,743	0,700	0,385	0,320	0,271	6	0,239	4
A^+	1,000	1,000	1,000	1,000				
A^-	0,714	0,500	0,222	0,053				

Rankingi uzyskane z wykorzystaniem normalizacji opartej na max typu 2 (N3) mają postać: $A_3 > A_6 > A_7 > A_9 > A_2 > A_{10} > A_1 > A_5 > A_4 > A_8$ dla T_N3 oraz $A_6 > A_3 > A_9 > A_{10} > A_2 > A_4 > A_7 > A_5 > A_1 > A_8$ dla TM_N3. Wartości ocen globalnych są zawarte w przedziałach [0,228;0,598] oraz [0,025; 0,619], odpowiednio dla metod TOPSIS i TOPSIS-M. Trzy warianty decyzyjne A_2, A_5, A_8 w obu metodach zachowały te same lokaty. Współczynnik korelacji rang Spearmana dla rankingów T_N3 i TM_N3 wynosił 0,782.

Normalizacja liniowa oparta na max-min (N4)

TABELA 1.7. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max-min (N4), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N4	TM_i	Ranking TM_N4
A_1	0,950	0,400	0,400	0,739	0,599	3	0,668	3
A_2	0,450	0,200	0,143	0,944	0,453	9	0,541	8
A_3	0,500	1,000	0,286	1,000	0,637	2	0,710	2

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N4	TM_i	Ranking TM_N4
A_4	0,600	0,000	0,371	0,880	0,474	8	0,543	7
A_5	1,000	0,400	0,486	0,493	0,577	4	0,626	4
A_6	0,750	0,800	1,000	0,662	0,777	1	0,724	1
A_7	0,000	1,000	0,000	0,937	0,492	6	0,544	6
A_8	0,700	0,600	0,143	0,000	0,398	10	0,405	10
A_9	0,400	0,200	0,429	0,951	0,496	5	0,551	5
A_{10}	0,100	0,400	0,543	0,880	0,485	7	0,485	9
A^+	1,000	1,000	1,000	1,000				
A^-	0,000	0,000	0,000	0,000				

W przypadku zastosowanej normalizacji liniowej max-min (N4) rankingi są następujące: $A_6 > A_3 > A_1 > A_5 > A_9 > A_7 > A_{10} > A_4 > A_2 > A_8$ dla T_N4 oraz $A_6 > A_3 > A_1 > A_5 > A_9 > A_7 > A_4 > A_2 > A_{10} > A_8$ dla TM_N4. Pozycje dla większości wariantów pokrywają się. Zgodność rankingów potwierdza bardzo wysoka wartość współczynnika korelacji rang Spearmana wynosząca 0,964. Wartości ocen globalnych mieszczą się w przedziałach [0,398;0,777] oraz [0,405; 0,724], odpowiednio dla metod T_N4 i TM_N4.

Normalizacja liniowa oparta na sumie (N5)

TABELA 1.8. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na sumie (N5), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N5	TMi	Ranking TM_N5
A_1	0,113	0,093	0,087	0,049	0,169	8	0,426	3
A_2	0,097	0,080	0,067	0,138	0,333	5	0,364	6
A_3	0,099	0,133	0,077	0,276	0,584	1	0,595	1
A_4	0,102	0,067	0,084	0,088	0,227	7	0,344	8
A_5	0,115	0,093	0,096	0,028	0,158	9	0,423	4
A_6	0,107	0,120	0,269	0,039	0,479	2	0,536	2
A_7	0,082	0,133	0,060	0,130	0,341	4	0,339	9
A_8	0,105	0,107	0,067	0,015	0,124	10	0,349	7
A_9	0,095	0,080	0,090	0,147	0,376	3	0,379	5

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N5	TMi	Ranking TM_N5
A_{10}	0,085	0,093	0,103	0,088	0,260	6	0,229	10
A^+	0,115	0,133	0,269	0,276				
A^-	0,082	0,067	0,060	0,015				

Rankingi uzyskane z wykorzystaniem normalizacji liniowej opartej na sumie (N5) mają postaci: $A_3 > A_6 > A_9 > A_7 > A_2 > A_{10} > A_4 > A_1 > A_5 > A_8$ dla algorytmu T_N5 oraz $A_3 > A_6 > A_1 > A_5 > A_9 > A_2 > A_8 > A_4 > A_7 > A_{10}$. dla TM_N5. Pozycje pokrywają się jedynie w przypadku wariantów A_3 i A_6. Współczynnik korelacji rang Spearmana dla rankingów T_N5 i TM_N5 wynosił 0,358. Wartości syntetycznych mierników oceny są zawarte w przedziałach [0,124;0,584] oraz [0,229;0,595], odpowiednio dla T_N5 i TM_N5.

Normalizacja logarytmiczna (N6)

TABELA 1.9. Macierz decyzyjna po normalizacji logarytmicznej (N6), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych

	C_1	C_2	C_3	C_4	T_i	Ranking T_N6	TM_i	Ranking TM_N6
A_1	0,102	0,098	0,100	0,104	0,501	6	0,527	4
A_2	0,100	0,090	0,097	0,094	0,243	9	0,314	10
A_3	0,100	0,116	0,098	0,088	0,538	5	0,499	5
A_4	0,100	0,081	0,099	0,098	0,223	10	0,325	8
A_5	0,102	0,098	0,101	0,109	0,566	4	0,570	2
A_6	0,101	0,110	0,111	0,106	0,782	1	0,782	1
A_7	0,097	0,116	0,096	0,095	0,579	3	0,437	6
A_8	0,101	0,104	0,097	0,115	0,667	2	0,544	3
A_9	0,099	0,090	0,100	0,094	0,251	8	0,315	9
A_{10}	0,098	0,098	0,101	0,098	0,437	7	0,375	7
A^+	0,102	0,116	0,111	0,115				
A^-	0,097	0,081	0,096	0,088				

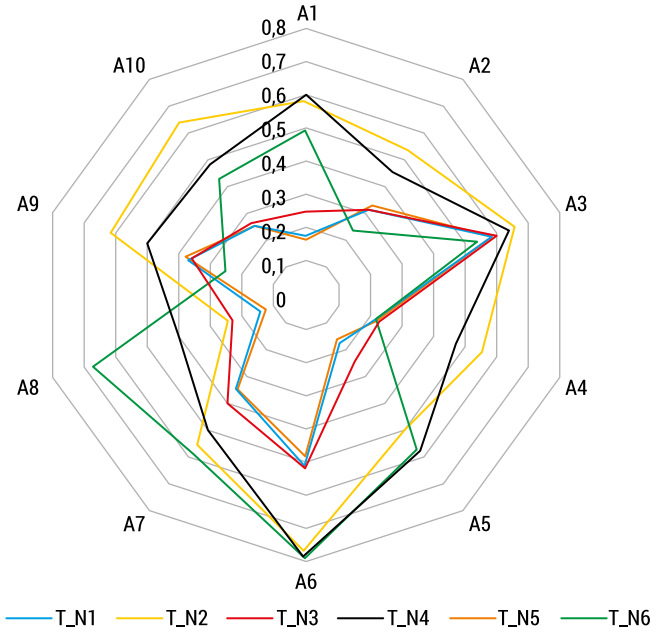
Z tabeli 1.9 można odczytać rankingi wariantów: $A_6 > A_8 > A_7 > A_5 > A_3 > A_1 > A_{10} > A_9 > A_2 > A_4$ dla procedury T_N6 oraz $A_6 > A_5 > A_8 > A_1 > A_3 > A_7 > A_{10} > A_4 > A_9 > A_2$ dla TM_N6. Oba rankingi wskazują wariant A_6 jako najlepszy. Pozostałe warianty poza dwoma (A_3 i A_{10}) nie uzyskują tych samych pozycji, ale zmiany nie są duże. Największa dotyczy wariantu A_7, który w rankingu T_N6 osiągnął trzecią lokatę,

a w TM_N6 – szóstą. Współczynnik korelacji rang Spearmana dla rankingów T_N6 i TM_N6 wynosił 0,782. Wartości syntetycznych mierników oceny mieszczą się w przedziałach [0,223;0,782] oraz [0,314; 0,782], odpowiednio dla metod T_N6 i TM_N6.

1.4.2. Stabilność rankingów uzyskanych algorytmami TOPSIS i TOPSIS-M z wykorzystaniem wybranych technik normalizacji

Z danych zawartych w tabelach 1.4–1.9 wynika, że przyjęta technika normalizacji wpływa na ocenę i w konsekwencji ranking końcowy wariantów decyzyjnych zarówno w przypadku algorytmu TOPSIS z zastosowaną odległością euklidesową, jak i z odległością Mahalanobisa.

Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych wyznaczone dla sześciu metod normalizacyjnych i odległości euklidesowej przedstawiono na rysunku 1.2. W tym przypadku nie uzyskano identycznych ocen globalnych dla żadnej pary technik normalizacyjnych. Na rysunku 1.2 można jedynie zaobserwować spójność wyników w przypadku zastosowanych metod N1, N3 oraz N5, co potwierdzają współczynniki korelacji Pearsona ($r_{15} = 0{,}996$, $r_{13} = 0{,}974$, $r_{35} = 0{,}960$). Największe rozbieżności zaś obserwuje się przy porównaniu wyników uzyskanych za pomocą normalizacji logarytmicznej z wynikami wszystkich pozostałych technik normalizacyjnych (tabela 1.10).



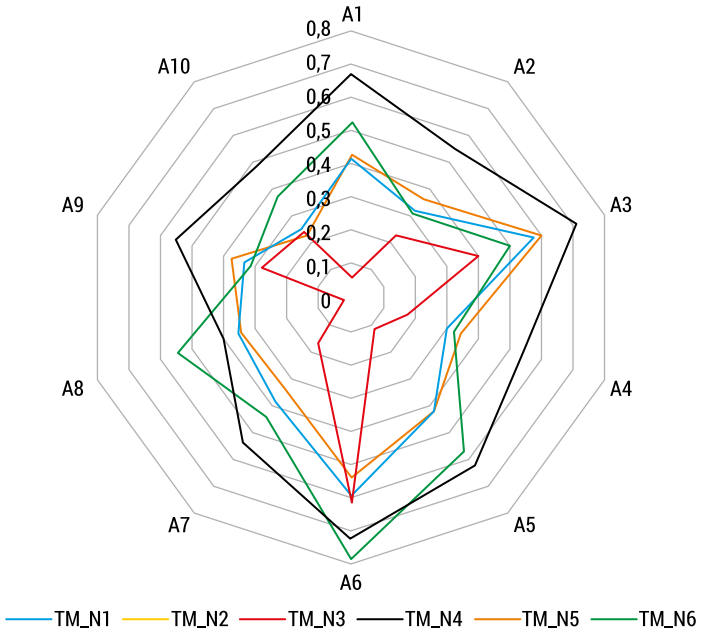
RYSUNEK 1.2. Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych A_1–A_{10} wyznaczone za pomocą metody TOPSIS z odległością euklidesową dla technik normalizacyjnych N1-N6

TABELA 1.10. Macierz współczynników korelacji Pearsona (*r*) dla syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych uzyskanych metodą TOPSIS ze względu na normalizacje N1-N6

r	T_N1	T_N2	T_N3	T_N4	T_N5	T_N6
T_N1	1,000	0,703*	0,974*	0,603	0,996*	0,163
T_N2	0,703*	1,000	0,616	0,729*	0,699*	-0,025
T_N3	0,974*	0,616	1,000	0,647*	0,960*	0,334
T_N4	0,603	0,729*	0,647*	1,000	0,551	0,532
T_N5	0,996*	0,699*	0,960*	0,551	1,000	0,087
T_N6	0,163	-0,025	0,334	0,532	0,087	1,000

*p < 0,05

Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych wyznaczone dla sześciu metod normalizacyjnych i odległości Mahalanobisa przedstawiono na rysunku 1.3. W przypadku metody TOPSIS-M z normalizacją liniową ze względu na max typu 1 (N2) oraz ze względu na max-min (N4) otrzymujemy identyczne wartości ocen wariantów ($\boldsymbol{r}_{24} = 1$). Dla pozostałych metod normalizacji wartości współczynników korelacji mieszczą się w przedziale [0,393;0,942], (tabela 1.11).



RYSUNEK 1.3. Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych

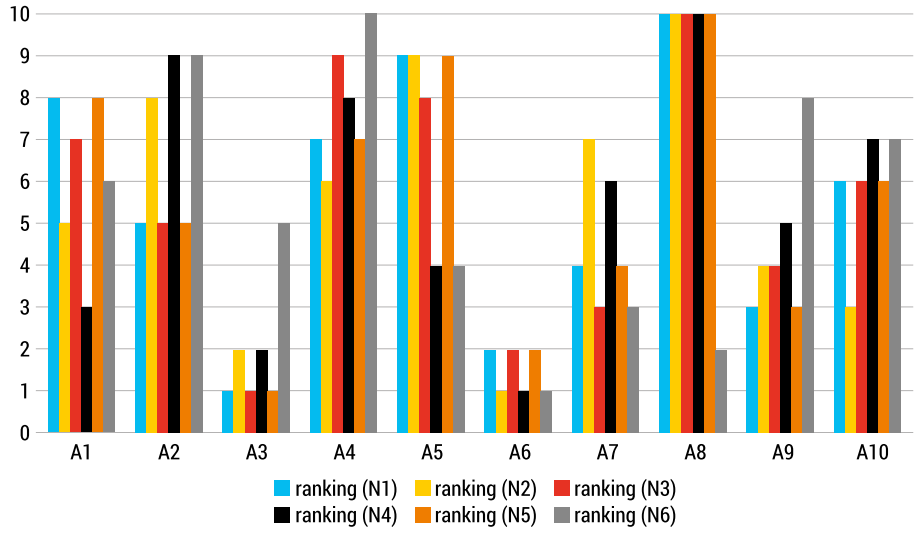
A_1 – A_{10} wyznaczone za pomocą metody TOPSIS z odległością Mahalanobisa dla technik normalizacyjnych N1-N6

TABELA 1.11. Macierz współczynników korelacji Pearsona (*r*) dla syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych uzyskanych metodą TOPSIS-M ze względu na normalizacje N1-N6

r	TM_N1	TM_N2	TM_N3	TM_N4	TM_N5	TM_N6
TM_N1	1,000	0,818*	0,636*	0,818*	0,942*	0,779*
TM_N2	0,818*	1,000	0,602	1,000*	0,838*	0,532*
TM_N3	0,636*	0,602	1,000	0,602	0,574	0,392
TM_N4	0,818*	1,000	0,602	1,000	0,838*	0,532
TM_N5	0,942*	0,838*	0,574*	0,838*	1,000	0,600
TM_N6	0,779*	0,532	0,392	0,532	0,600	1,000

*p < 0,05

Pozycje poszczególnych wariantów dla sześciu procedur normalizacyjnych zestawiono na rysunkach 1.4–1.5, a w tabelach 1.12–1.13 zawarto wartości współczynników korelacji rang Spearmana.



RYSUNEK 1.4. Rankingi wariantów decyzyjnych

A_1 – A_{10} wyznaczone za pomocą metody TOPSIS z odległością euklidesową dla technik normalizacyjnych N1-N6

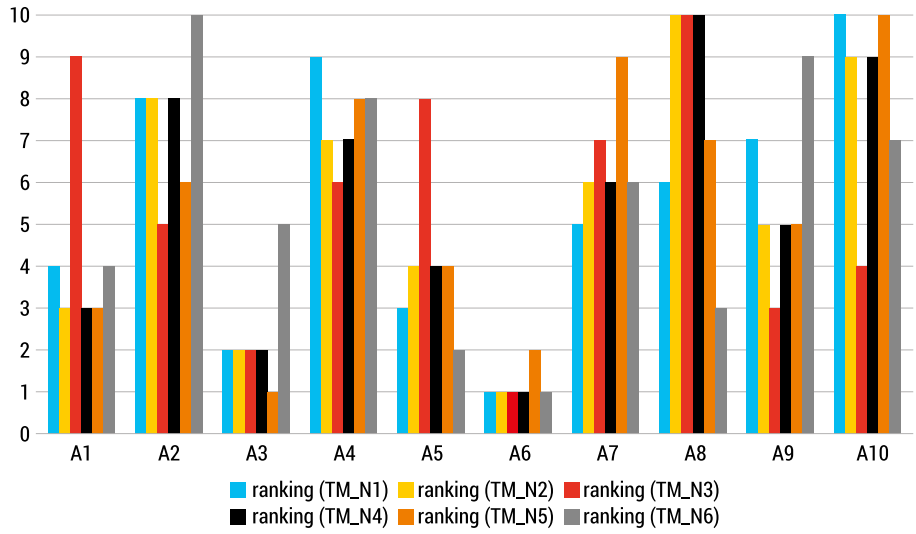
TABELA 1.12. Macierz współczynników korelacji Spearmana (*s*) dla rankingów uzyskanych metodą TOPSIS ze względu na normalizacje N1-N6

s	Ranking (T_N1)	Ranking (T_N2)	Ranking (T_N3)	Ranking (T_N4)	Ranking (T_N5)	Ranking (T_N6)
Ranking (T_N1)	1,000	0,758*	0,951*	0,527	1,000	0,018
Ranking (T_N2)	0,758*	1,000	0,697*	0,685*	0,758*	0,006
Ranking (T_N3)	0,951*	0,697*	1,000	0,624*	0,951*	0,200
Ranking (T_N4)	0,527	0,685*	0,624	1,000	0,527	0,370
Ranking (T_N5)	1,000	0,758*	0,951*	0,527	1,000	0,018
Ranking (T_N6)	0,018	0,006	0,200	0,370	0,018	1,000

*p < 0,05

Uzyskane wyniki (rysunek 1.4) wskazują na wpływ doboru metody normalizacji na ranking końcowy. Tylko w przypadku dwóch metod – N1 (normalizacja wektorowa) i N5 (normalizacja liniowa oparta na sumie) – rankingi uzyskane metodą TOPSIS są identyczne ($s_{15} = 1$). Kolejny wysoki współczynnik korelacji Spearmana ($s_{13} = s_{35} = 0{,}951$) odnotowano przy porównaniu rankingów N1 i N3 oraz N3 i N5, najniższy zaś ($s_{26} = 0{,}006$) przy porównaniu rankingów N2 i N6 (tabela 1.12). Ponadto wyniki zaprezentowane na rysunku 1.4 wskazują na duże różnice pozycji wariantów decyzyjnych w rankingach w zależności od zastosowanej metody normalizacyjnej, np. wariant A1 zajmuje pozycję trzecią dla metody N4, piątą dla metody N2, szóstą dla N6, siódmą dla N3 oraz **ósmą** dla N1 oraz N5. Różnicę jednej pozycji w rankingach zaobserwowano dla wariantu A6; czterech pozycji dla wariantów A2, A3, A4, A7 oraz A10; pięciu pozycji dla wariantów A1, A5, A9 oraz ośmiu dla wariantu decyzyjnego A8.

Analiza rankingów uzyskanych algorytmem TOPSIS-M (rysunek 1.5) ze względu na metody normalizacji N1-N6 wskazuje na największą zgodność rankingów otrzymanych z zastosowaniem: normalizacji N2 (liniowa oparta na max1) z N4 (liniowa oparta na max-min), N2 (liniowa oparta na max1) z N5 (liniowa oparta na sumie) oraz N4 (liniowa oparta na max-min) z N5 (liniowa oparta na sumie). We wszystkich tych przypadkach wartość współczynnika korelacji Spearmana jest większa niż 0,81 (tabela 1.13). Uzyskane wyniki (por. rysunek 1.5) wskazują na duże różnice pozycji wariantów decyzyjnych w rankingach w zależności od zastosowanej metody normalizacyjnej. Przykładowo wariant A9 zajmuje pozycję trzecią dla metody N3, piątą dla metod N2, N4 oraz N5, siódmą dla N1, dziewiątą dla N6. Różnicę jednej pozycji w rankingach zaobserwowano jedynie dla wariantu A6; trzech dla wariantu A4; czterech dla wariantów A3, A7; pięciu dla wariantu A2; sześciu pozycji dla wariantów A1, A5, A9, A10 oraz siedmiu dla wariantu A8.



RYSUNEK 1.5. Rankingi wariantów decyzyjnych

A_1 – A_{10} wyznaczone za pomocą metody TOPSIS-M z odległością Mahalanobisa dla technik normalizacyjnych N1-N6

TABELA 1.13. Macierz współczynników korelacji Spearmana (*s*) dla rankingów uzyskanych metodą TOPSIS-M ze względu na normalizacje N1-N6

s	Ranking (TM_N1)	Ranking (TM_N2)	Ranking (TM_N3)	Ranking (TM_N4)	Ranking (TM_N5)	Ranking (TM_N6)
Ranking (TM_N1)	1,000	0,830*	0,151	0,830*	0,818*	0,770*
Ranking (TM_N2)	0,830*	1,000	0,442	1,000	0,842*	0,467
Ranking (TM_N3)	0,151	0,442	1,000	0,442	0,321	-0,176
Ranking (TM_N4)	0,830*	1,000	0,442	1,000	0,842*	0,467
Ranking (TM_N5)	0,818*	0,842*	0,321	0,842*	1,000	0,467
Ranking (TM_N6)	0,770*	0,467	-0,176	0,467	0,467	1,000

*p < 0,05

W tabeli 1.14 zostały zestawione trzy najlepsze warianty decyzyjne oraz trzy najgorsze, jakie otrzymano, stosując algorytm TOPSIS i TOPSIS-M z normalizacjami N1-N6.

Z zestawienia w tabeli 1.14 wynika, **że** procedura TOPSIS z formułami normalizacyjnymi N1, N3 i N5 wskazała wariant A_3 jako najlepszy, zaś z N2, N4 i N6 – wariant A_6. W przypadku drugiego w kolejności miejsca, w rankingach otrzymanych z wykorzystaniem metod N1-N5, warianty te zamieniły się miejscami. Jedynie w rankingu uzyskanym metodą TOPSIS z normalizacją N6 drugą pozycję przyjął wariant A_8,

który w przypadku pozostałych pięciu metod (T_N1-T_N5) zajął ostatnią lokatę. Algorytm TOPSIS-M z pięcioma metodami normalizacyjnymi (N1-N4 i N6) wyłonił wariant A_6 jako najlepszy. W czterech rankingach TM_N1-TM_N4 pozycję drugą zajął wariant A_3. W rankingach TM_N2-TM_N4 wariant A_8 został wskazany jako najgorszy. Największe różnice w porównaniu z innymi rankingami możemy zaobserwować przy zastosowanej normalizacji logarytmicznej (N6).

TABELA 1.14. Zestawienie trzech najlepszych i dwóch najgorszych wariantów decyzyjnych

Lokata	TOPSIS						TOPSIS-M					
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N1	N2	N3	N4	N5	N6
1	A_3	A_6	A_3	A_6	A_3	A_6	A_6	A_6	A_6	A_6	A_3	A_6
2	A_6	A_3	A_6	A_3	A_6	A_8	A_3	A_3	A_3	A_3	A_6	A_5
3	A_9	A_{10}	A_7	A_1	A_9	A_7	A_5	A_1	A_9	A_1	A_1	A_8
8	A_1	A_2	A_5		A_1	A_9	A_2	A_2	A_5	A_2	A_4	A_4
9	A_5	A_5	A_4	A_2	A_5	A_2	A_4	A_{10}	A_1	A_{10}	A_7	A_9
10	A_8	A_8	A_8	A_8	A_8	A_4	A_{10}	A_8	A_8	A_8	A_{10}	A_2

Ostatnim etapem analizy była próba wyłonienia metody najbardziej dopasowanej do zastosowania algorytmów TOPSIS i TOPSIS-M. W wyniku zastosowanej procedury przedstawionej w podrozdziale 2, otrzymano wartości współczynników podobieństwa μ_{pq}, które zostały zestawione w tabeli 1.15.

TABELA 1.15. Wartości współczynników podobieństwa μ_{pq} dla TOPSIS i TOPSIS-M z normalizacjami N1-N6

	TOPSIS							TOPSIS-M						
	N1	N2	N3	N4	N5	N6		N1	N2	N3	N4	N5	N6	
N1	1	0,68	0,88	0,56	1	0,32	0,69	1	0,76	0,36	0,76	0,72	0,68	0,66
N2	0,68	1	0,64	0,68	0,68	0,32	0,60	0,76	1	0,56	1	0,76	0,56	0,73
N3	0,88	0,64	1	0,6	0,88	0,44	0,69	0,36	0,56	1	0,56	0,44	0,24	0,43
N4	0,56	0,68	0,6	1	0,56	0,56	0,68	0,76	1	0,56	1	0,76	0,56	0,73
N5	1	0,68	0,88	0,56	1	0,32	0,58	0,72	0,76	0,44	0,76	1	0,48	0,63
N6	0,32	0,32	0,44	0,56	0,32	1	0,22	0,68	0,56	0,24	0,56	0,48	1	0,50

Wartości miary u_p wskazują metody normalizacji N1 i N3 jako najbardziej rekomendowane przy algorytmie TOPSIS z odległością euklidesową. Zatem alternatywą dla normalizacji wektorowej stosowanej w klasycznej procedurze TOPSIS może być normalizacja liniowa oparta na max typu 2. W rozważanym przykładzie najmniej zalecana jest normalizacja logarytmiczna (N6), dla której miara podobieństwa

wynosi jedynie 0,22. Natomiast w przypadku algorytmu TOPSIS-M najbardziej rekomendowanymi metodami normalizacji są N2 (liniowa oparta na max typu 1) oraz N4 (liniowa oparta na max-min), natomiast najmniej zalecaną jest metoda N3 (liniowa oparta na max typu 2).

Podsumowanie

Normalizacja ocen wariantów decyzyjnych jest kluczową częścią procesu decyzyjnego, ponieważ dzięki niej wartości kryteriów są wyrażane na wspólnej skali i mogą być porównywane. Ważnym etapem jest także wybór sposobu pomiaru odległości między wariantami decyzyjnymi. Jednak w większości prac, w których do badania wykorzystuje się algorytm TOPSIS brakuje uzasadnienia wyboru techniki normalizacyjnej oraz pomiaru odległości, a otrzymane wyniki rankingu traktowane są jako ostateczne.

Niniejsza praca wpisuje się w dyskusję poświęconą wpływowi wyboru techniki normalizacyjnej [7, 8, 10, 29] oraz sposobu pomiaru odległości [48] na końcowy ranking otrzymany metodą TOPSIS. W pracy zostały uwzględnione te dwa aspekty jednocześnie. Przeprowadzone badanie potwierdza wpływ sześciu dobrze znanych metod normalizacji na ranking końcowy uzyskany algorytmem TOPSIS z dwiema miarami odległości – metryką euklidesową oraz metryką Mahalanobisa.

O skali problemu świadczy fakt, że w badaniu zaobserwowano różnice, nawet ośmiu w przypadku TOPSIS z odległością euklidesową i siedmiu w przypadku TOPSIS z odległością Mahalanobisa, pozycji w rankingach w sytuacji oceny dziesięciu wariantów decyzyjnych. Przykładowo, wariant decyzyjny A8 w rankingu uzyskanym metodą TOPSIS z odległością euklidesową i procedurą normalizacyjną N6 zajął pozycję drugą, a w przypadku pozostałych procedur normalizacyjnych (N1-N5) – pozycję ostatnią (dziesiątą).

Porównanie wyników na przykładzie obliczeniowym wskazuje na brak stabilności rankingów uzyskanych przy użyciu różnych technik normalizacyjnych, ale jednocześnie pozwala na sformułowanie pewnych rekomendacji odnoszących się do najlepszej procedury normalizacji w przypadku zastosowanych metod TOPSIS oraz TOPSIS-M. W przypadku metody TOPSIS rekomendowanymi metodami normalizacji okazały się być metoda wektorowa oraz liniowa oparta na max typu 2, a dla TOPSIS-M najlepszymi były metody: liniowa oparta na max typu 1 oraz liniowa oparta na max-min. Wykonane obliczenia pokazują, że nie ma metody uniwersalnej. Porównując otrzymane wyniki tej pracy z rezultatami badań innych autorów można jednak zauważyć pewne wspólne wnioski. W pracach [7, 8, 10, 29] dla algorytmu TOPSIS również rekomendowana była normalizacja wektorowa, a w [29] normalizacja logarytmiczna wskazywana była jako najgorsza.

Warto jednak zwrócić uwagę, że w dużej mierze wpływ techniki normalizacyjnej na końcowy ranking wariantów decyzyjnych zależy od wyjściowego zestawu danych (rodzaju danych, liczby i wartości kryteriów, liczby wariantów decyzyjnych),

jak również stosowanej metody wielokryterialnej. Oznacza to, że w każdej konkretnej sytuacji badawczej można uzyskać inne rekomendacje. Z tego też powodu badanie wpływu procedur normalizacyjnych z uwzględnieniem różnych zestawów danych, jak również innych metod wielokryterialnych powinno być kontynuowane.

Bibliografia

[1] Acuña-Soto C., Liern V., Perez-Gladish B., *Normalization in TOPSIS-based approaches with data of different nature: application to the ranking of mathematical videos*, "Annals of Operation Research" 2021, 296, 1–2, s. 541–569

[2] Araujo C.A.S., Wanke P., Siqueira M.M., *A performance analysis of Brazilian public health: TOPSIS and neural networks application*, "International Journal of Productivity and Performance Management" 2018, 67, 9, s. 1526–1549

[3] Bana e Costa C., Vansnick F., S*ur la quantification des jugements de valeur: L 'approche Macbeth*, Cahiiers du LAMSADE. Paris: Universite Paris–Dauphine 1999

[4] Behzadian M., Otaghsara K.S., Yazdani M., A *state-of the-art survey of TOPSIS applications*, "Expert Systems with Applications", 2012, 39, 17, s. 13051–13069

[5] Brans J.P., *L'ingénierie de la décision: l'élaboration d'instruments d'aide a la décision*, Université Laval, Faculté des sciences de l'administration 1982, Presses de l'Université Lavalz

[6] Carbonaro I., *Measuring Italian well-being by modified TOPSIS (Tecnique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)*, "Int. Statistical Inst.: Proc. 58th World Statistical Congress Dublin", 2011

[7] Çelen A., *Comparative Analysis of Normalization Procedures in TOPSIS Method: With an pplication to Turkish Deposit Banking Market*, "Informatica" 25, 2, 2014, s. 185–208; https://doi.org/10.15388/Informatica.2014.10

[8] Chakraborty S., Yeh C.H., *A simulation comparison of normalization procedures for TOPSIS*, Proceedings of the 2009 International Conference on Computers and Industrial Engineering (CIE39), IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2009, s. 1815–1820

[9] Chang C.-H., Lin J.-J, Chiang M.-Ch, Ho W.-R., *Domestic open-end equity mutual fund performance evaluation using extended TOPSIS method with different distance approaches*, "Expert Systems with Applications" 2010, 37, s. 4642–4649

[10] Chatterjee P., Chakraborty S., *Investigating the Effect of Normalization Norms in Flexible Manufacturing System Selection Using Multi-Criteria Decision-Making Methods*, "Journal of Engineering Science and Technology Review" 2014, 7, s. 141–150

[11] Chu T.-C., *Selecting plant location via a Fuzzy TOPSIS approach*, "International Journal of Advanced Manufacturing Technology" 2002, 20, 859–864

[12] Churchman C.W., Ackoff R.L., *An approximate measure of value*, "Journal of the Operations Research Society of America" 1954, 2, 2, s. 172–187

[13] Dmytrów K., W*pływ sposobu normalizacji na wyniki klasyfikacji wariantów decyzyjnych uzyskanej za pomocą uogólnionej miary odległości*, „Studia i Prace WNEiZ US" 2017, 50, s. 7–18

[14] Edwards W., *Social utilities*, "Eng. In: Economist Summer Symp. Ser.", 1971, 6, s. 116–129

[15] Erpolat Taşabat S., A Novel Multicriteria Decision-Making Method Based on Distance, Similarity, and Correlation: DSC TOPSIS, https://www.hindawi.com/journals/mpe/2019/9125754/, [dostęp: 08.01.2021]

[16] Figueira J. R., Greco S., Ehrgott M., *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer Science + Business Media, 2005;

[17] Górecka D., *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*, TNOiK, Toruń 2009

[18] Górecka D., *On the choice of method in multi-criteria decision aiding process concerning European projects,* In. Multiple Criteria Decision Making' 10-11; Trzaskalik T., Wachowicz T., EDs.; The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, Katowice 2011, s. 81-103

[19] Hellwig Z., *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny", 1968, 4, s. 307–326;

[20] Hwang C.-L., Yoon K., *Methods for Multiple Attribute Decision Making*, Springer, Berlin, Heidelberg 1981

[21] Jahan, A., Edwards, K.L., *A state-of-the-art survey on the influence of normalization techniques in ranking: improving the materials selection process in engineering design*, "Materials and Design" 2015, 65, s. 335–342, 2014

[22] Jones, D.F., Mardle, S.J.: *A distance-metric methodology for the derivation of weights from a pairwise comparison matrix*, „J Oper Res Soc." 55, 8, 869–875 (2004). https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601745

[23] Konarzewska-Gubała, E.: Bipolar, *Multiple Criteria Decision Aid Using Bipolar Refernce System*. LAMSADE, Cashier et Documents. 56, 2009

[24] Kukuła, K., *Propozycja budowy rankingu obiektów z wykorzystaniem cech ilościowych oraz jakościowych*. „Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych." 2012, XIII, 1, 5–16

[25] Kukuła K., Luty L., *Propozycja procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego*, „Przegląd statystyczny" 2015, LXII, 2, 13

[26] Lootsma F.A., *The REMBRANDT system for multi-criteria decision analysis via pairwise comparisons or direct rating*, Faculty of Technical Mathematics and Informatics, Delft University of Technology, Delf 1992

[27] Mahalanobis P.C., *On the generalized distance in statistics*, presented at the 1936

[28] Milani A.S., Shanian A., Madoliat R., Nemes J.A., *The Effect of Normalization Norms in Multiple Attribute Decision Making Models: A Case Study in Gear Material Selection*, "Structural and Multidisciplinary Optimization" 2005, 29, s. 312–318

[29] Vafaei N., Ribeiro R.A., Camarinha-Matos L.M., *Data Normalization Techniques in Decision Making: Case Study with TOPSIS Method*, "International Journal of Information and Decision Sciences" 2018, 10, 1

[30] Olson D.L., Moshkovich H.M, Mechitov A.I., *Cognitive effort and learning features of decision aids: Review of experiments*, "Journal of Decision Systems" 7, 1–4, 1998, s. 129–146

[31] Opricovic S., *Multicriteria optimization of civil engineering systems*. Faculty of Civil Engineering, Belgrade 1998

[32] Ouenniche J., Perez-Gladish B., Bouslah K., *An out-of-sample framework for TOPSIS-based classifiers with application in bankruptcy prediction*, "Technological Forecasting and Social Change" 131, 2018, s. 111–116

[33] Rad M.H., Sajadi S. M, Tavakoli M.M., *The efficiency analysis of a manufacturing system by TOPSIS technique and simulation*, "International Journal of Industrial and Systems Engineering" 2014, 18, 222

[34] Roszkowska E., *Application TOPSIS methods for ordering offers in buyer-seller transaction*, „Optimum. Studia Ekonomiczne" 2009, 3, s. 117–133

[35] Roszkowska E., *Rank Ordering Criteria Weighting Methods – A Comparative Overview,* „Optimum. Studia Ekonomiczne" 2013, 5, 65, s. 14–33

[36] Roszkowska E., Filipowicz-Chomko M., *Measuring sustainable development in the education area using multi-criteria methods: a case study*, "Central European Journal of Operations Research", 2020, 28, s. 1219-1241

[37] Roszkowska E., Wachowicz T., *Application of fuzzy TOPSIS to scoring the negotiation offers in ill-structured negotiation problems*, "European Journal of Operational Research" 242, 3, 2015, s. 920–932

[38] Roszkowska E., Wachowicz T., eds: *Negocjacje. Analiza i wspomaganie decyzji,* Wolters Kluwer, Warszawa 2016

[39] Rouhani S., Zareravasan A., F*uzzy TOPSIS evaluation approach for business process management software acquisition*, "Intelligent Automation & Soft Computing" 2016, 23, s. 1–10

[40] Roy B., Bouyssou D., *Aide multicritère* à *la décision: méthodes et cas*, Economica, Paris 1993

[41] Saaty T.L., *The analytic hierarchy process*, McGraw-Hill, New York 1980

[42] Saaty T.L., *Decision making with dependence and feedback. The analytic network process*, RWS Publications, Pittsburgh 1996

[43] Strahl D., *Metody programowania rozwoju społeczno – gospodarczego*, PWE, Warszawa 1990

[44] Triantaphyllou E., *Multi-criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*, Springer US, Boston 2000

[45] Trzaskalik T., *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, PWE, Warszawa 2014

[46] Trzaskalik T., *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Przegląd metod i zastosowań*, „Zeszyty Naukowe. Organizacja i Zarządzanie" Politechnika Śląska, 2014, nr 74, s. 239-263

[47] Vafaei N., Ribeiro R.A., Camarinha-Matos L.M., *Normalization Techniques for Multi-Criteria Decision Making: Analytical Hierarchy Process Case Study*, w: Camarinha-Matos, L.M. i in. (red.) Technological Innovation for Cyber-Physical Systems, Springer International Publishing, Cham 2016, s. 261–269

[48] Vega A., Aguaron J., Garcia-Alcaraz J.L., Moreno-Jimenez J.M., *Notes on Dependent Attributes in TOPSIS*, "Procedia Computer Science", 2014, 31, s. 308–317

[49] Wachowicz T., *Metody wielokryterialne we wspomaganiu prenegocjacyjnego przygotowania negocjatorów*, Uniwersytet Ekonomiczny, Katowice 2013

[50] Wachowicz T., Brzostowski J., *TOPSIS Based Negotiation Support System and Its Modification*, w: Teixeira de Almeida a., Costa Morais D., de Franca Dantas Daher S. (red.) group Decision and Negotiations 2012, Proceedings, Editoria Universitaria, Federal University of Pernambuco, 2012, s. 175-185

[51] Wang J.-W., Cheng Ch-H., Kun-Cheng H., *Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection*, "Applied Soft Computing" 2009, 9, 1, s. 377–386

[52] Wang Y.-M., Luo Y., I*ntegration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making*, "Mathematical and Computer Modelling", 2010, 51, 1

[53] Zavadskas E.K., Mardani A., Turskis Z., Jusoh A., Nor K.M.D., *Development of TOPSIS Method to Solve Complicated Decision-Making Problems – An Overview on Developments from 2000 to 2015*, "International Journal of Information Technology & Decision Making, 2016, 15, 3, s. 645–682

Abstract

The impact of the selection of criteria normalization techniques on the stability of rankings obtained using the TOPSIS algorithm

The multicriteria decision analysis' methods provide many algorithms, which can be used to solve ordering problems and to classify considered alternatives. One of the most often applied methods is TOPSIS algorithm (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), in which ranking of alternatives is created on the basis of their distance from ideal and anti-ideal alternatives solutions. The variant which is considered as the best is the one which has the smallest distance from ideal solution and at the same time the biggest from anti-ideal one. This procedure requires applying data normalization technique, which aims to present the criteria values on common scale allowing their comparability.

Because of various normalization techniques existing in literature of subject, it is a challenge to choose the proper one which will fit the structure of decision-making problem. This problem is especially important as only one method without justification of its choice is often used. The main aim of this chapter will be performing evaluation of the stability of rankings obtained using the TOPSIS method with various normalization techniques. Additionally, the influence of two methods of measuring distance (Euclidean distance and Mahalanobis distance) on the global assessment and the ranking of alternatives will be studied.

Keywords: decision problem, multi-criteria methods, normalization, TOPSIS, rankings stability, Euclidean distance, Mahalanobis distance

DOI: 10.24427/978-83-66391-85-7_2

Rozdział 2
Problem generowania optymalnej trasy bezzałogowego statku powietrznego stosowanego do detekcji obiektów niebezpiecznych w systemach autonomicznej nawigacji morskiej

Jolanta Koszelew
Wydział Informatyki, Politechnika Białostocka

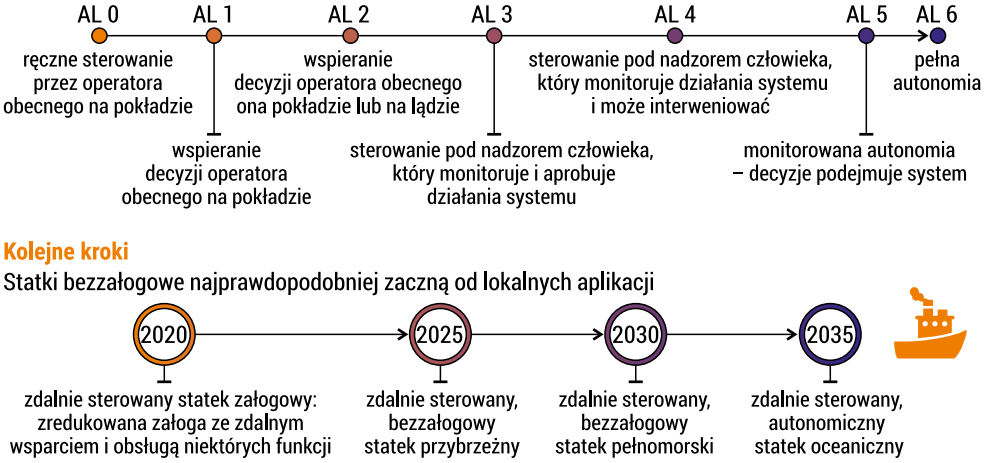
Streszczenie: Rozważany w pracy problem został zdefiniowany i rozwiązany w ramach projektu badawczo-rozwojowego o akronimie AVAL [1], dotyczącego systemu autonomicznej nawigacji morskiej wspomaganej przez analizę obrazu rejestrowanego przez bezzałogowe statki powietrzne (BSP). Dron wykorzystywany w systemie AVAL, będący na wyposażeniu statku morskiego, realizuje autonomiczną misję zgodnie z wygenerowaną trasą. Celem misji BSP jest wykonanie rejestracji video obiektów niebezpiecznych. Obraz zarejestrowany w czasie misji umożliwia detekcję, identyfikację i geolokalizację obiektów niebezpiecznych, które są trudno wykrywalne albo w ogóle niewykrywalne przez standardowe urządzenia nawigacyjne, takie jak radar czy AIS (Automatic Identification System). Problem generowania optymalnej trasy BSP w kontekście opisanego zastosowania jest oryginalną odmianą Orienteering Problem (OP) w wersji, która nie została dotąd zdefiniowana w literaturze. W ramach pracy przedstawiono definicję problemu oraz wyniki działania algorytmu heurystycznego opracowanego w wyniku projektu. Ze względu na konieczność zachowania poufności w zakresie wyników projektu B+R, w ramach którego rozwiązanie powstało, nie jest możliwe przedstawienie pseudokodu problemu ani szczegółów implementacyjnych algorytmu.

Słowa kluczowe: bezzałogowy statek powietrzny, autonomiczna nawigacja morska, optymalna trasa lotu, Orienteering Problem

Wprowadzenie

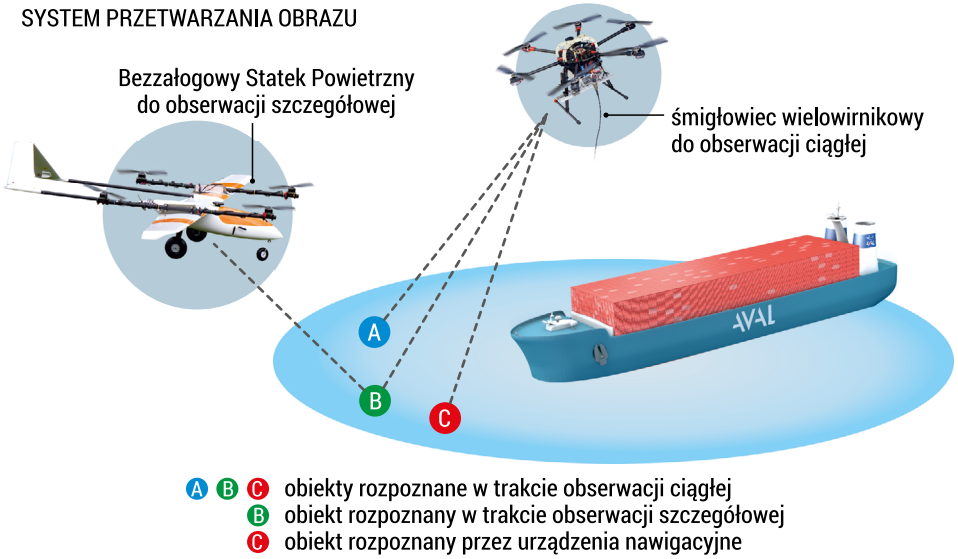
Autonomia pojazdów, w tym wodnych, to jeden z najsilniejszych trendów rozwoju innowacyjnych technologii XXI wieku. Od kilku lat, na całym świecie, realizowanych jest wiele projektów B+R, mających na celu podniesienie poziomu autonomiczności

statków morskich [2]. Jednym z najbardziej istotnych elementów autonomicznych systemów statkowych jest obserwacja wizyjna, prowadzona aktualnie przez człowieka (nawigatora pełniącego wachtę na statku). W celu zwiększenia autonomiczności pojazdów praca człowieka będzie stopniowo zastępowana obserwacją zdalną, aby ostatecznie pozostać w pełni autonomiczna. Oczy nawigatora zastąpione mają być m.in. obserwacją w obszarze potencjalnego zagrożenia (definiowanego obecnie jako występującego w odległości około 8 Mm na podstawie międzynarodowych przepisów prawa drogi morskiej – MPDM [3]) Ponadto, oprócz obserwacji wizyjnej, reakcja nawigatora na zauważone w polu widzenia niebezpieczeństwa będzie zastąpiona w technologii statków autonomicznych automatyczną detekcją, klasyfikacją i geolokalizacją wykrytych w obrazie obiektów, zwłaszcza w sytuacji gdy zdalny dostęp do systemu sterowania statkiem będzie niepewny lub utracony. Prognozowany harmonogram wprowadzania poszczególnych poziomów autonomiczności statków morskich, z którego wynikają najważniejsze wyzwania badawcze technologii o okresie następnych 15 lat przedstawiono na rysunku 2.1.



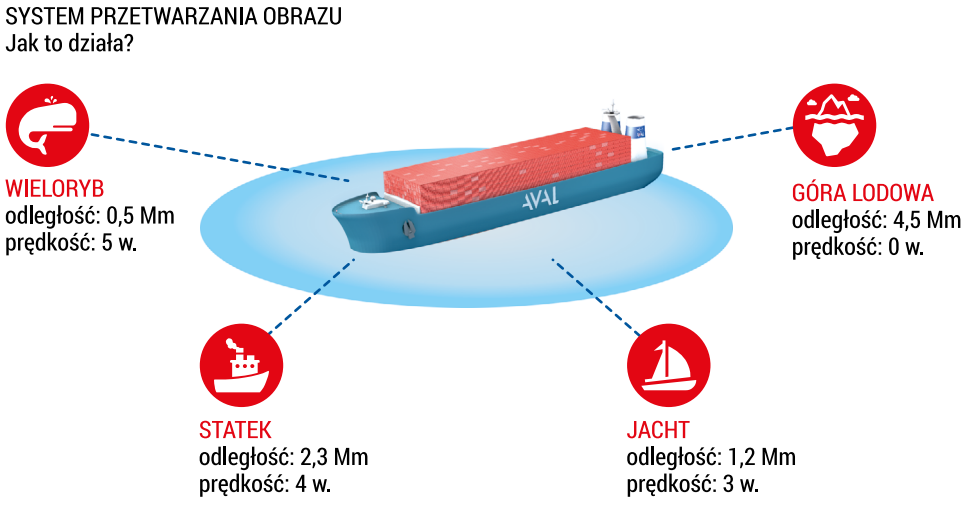
RYSUNEK 2.1. Prognozowany harmonogram wprowadzania autonomicznej nawigacji morskiej [4]

Jednym z projektów związanych z autonomicznym statkiem jest AVAL (*Autonomous Vessel with an Air Look*), który zakłada wykorzystanie dwóch typów bezzałogowych statków powietrznych (BSP) do wykrycia niebezpieczeństw na morzu (rysunek 2.2). Pierwszy typ to śmigłowiec wielowirnikowy na uwięzi (zasilany przewodowo), unoszący się stale nad pokładem statku na wysokości do 50 m, który służy do ciągłej obserwacji wizyjnej (dzięki zainstalowanym kamerom), detekcji, klasyfikacji i geolokalizacji obiektów w odległości do 3 Mm od statku. System wizyjny wielowirnikowca jest w stanie wykonać detekcję obiektów znajdujących się nawet w odległości do 8 Mm, jednak w zakresie powyżej 3 Mm, klasyfikacja i geolokalizacja nie jest możliwa, ze względu chociażby na rozdzielczość obrazu.



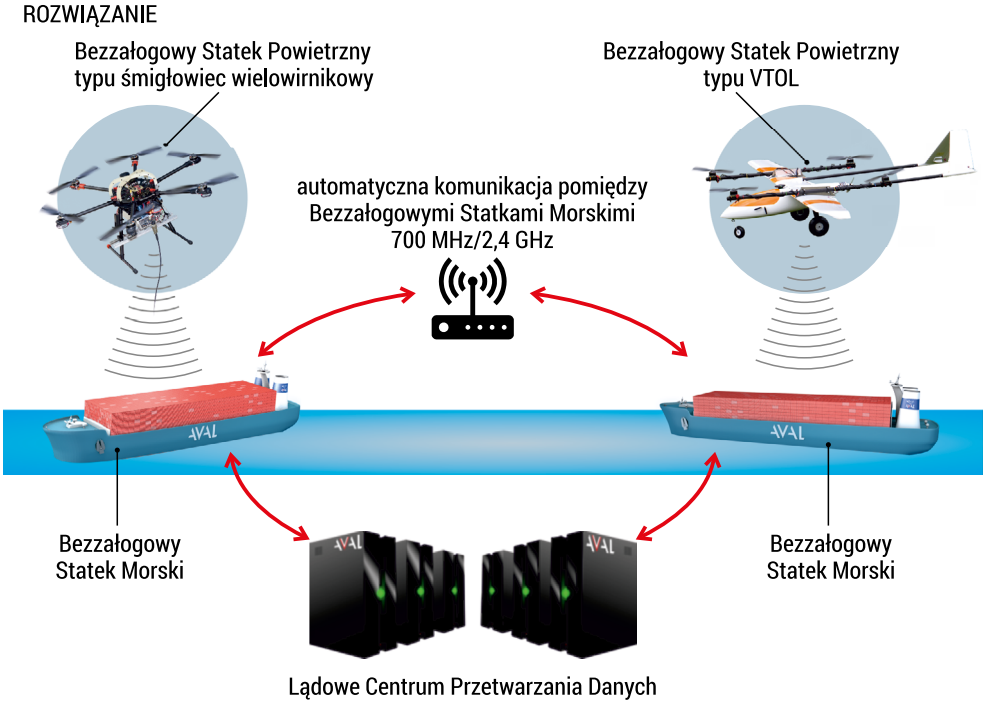
RYSUNEK 2.2. Dwa typy BSP stosowane w technologii AVAL

Przedstawiając obrazowo sytuację, wielowirnikowiec jest w stanie wykryć obiekty ale nie jest w stanie stwierdzić jaki jest to typu obiektu – czy jest to np. okręt marynarki wojennej, jacht, wieloryb, dryfujący kontener czy góra lodowa (rysunek 2.3). Dlatego niezbędne jest zastosowanie drugiego drona (typu VTOL – ang. *Vertical Take Off and Landing*), który wykonuje misję mającą na celu zbliżenie się do obiektów na odległość niezbędną do wykonania poprawnej klasyfikacji obiektów i potwierdzenie parametrów wektora ruchu (prędkość i kurs) obiektów wykrytych przez kamery wielowirnikowca.



RYSUNEK 2.3. Klasyfikacja obiektów przez system wizyjny technologii AVAL

Uzyskane parametry ruchu sklasyfikowanych obiektów są podstawą do podjęcia decyzji przez autonomiczny system nawigacji, który generuje bezpieczną trajektorię antykolizyjną dla statku własnego, proponując jednocześnie trajektorie innym statkowi/statkom. W sytuacji nadmiernego zbliżenia system rozpoczyna autonomiczne negocjacje ze drugim statkiem. Ma to miejsce w przypadku wymagającym wykonania manewru ostatniej chwili (gdy obydwa statki, które znalazły się w sytuacji kolizyjnej muszą manewrować). Komponenty technologii przedstawiono na rysunku 2.4.



RYSUNEK 2.4. Komponenty technologii AVAL

Niniejsza praca dotyczy problemu optymalizacji trasy BSP typu VTOL, który wykonuje misję szczegółową (rysunek 2.2). Bardzo ważne jest aby, po pierwsze, decyzja o wykonaniu misji była podjęta tylko w sytuacji, gdy ryzyko jej niepowodzenia (zbyt długi czas trwania misji czy niski współczynnik poprawności klasyfikacji i geolokalizacji) było możliwie najniższe i akceptowalne. Po drugie, zbiór obiektów uwzględnionych w misji zawierał tylko te obiekty, które mają wysoki współczynnik zagrożenia dla statku.

W kolejnych rozdziałach pracy zostały opisane: problemy pokrewne do rozważanego (rozdział 2.1) opisane w literaturze, specyfikacja problemu misji BSP typu VTOL (rozdział 2.2), wyniki realizacji algorytmu planowania misji uzyskane na danych dwóch rzeczywistych sytuacji kolizyjnych (rozdział 2.3). W podsumowaniu zostały przedstawiono dalsze kierunki pracy nad rozwiązaniem przedmiotowego problemu.

2.1. Przegląd literatury

Projektowanie algorytmów niezbędnych do wykorzystania w procesie realizacji efektywnej misji autonomicznych bezzałogowych statków powietrznych BSP jest od 10 lat prężnie rozwijającym się zagadnieniem badawczym w dziedzinie problemów optymalizacji wielokryterialnej.

1. Problem routingu BSP interesuje wielu naukowców ze względu na wysoką aplikacyjność badań w tym obszarze. Bezzałogowe statki powietrzne są coraz częściej stosowane w sytuacjach zagrażających życiu i środowisku, w wielu dziedzinach wojskowych i cywilnych. W poniższym przeglądzie literatury uwzględnione są te warianty problemu, które nie zawierają warunków pogodowych lotu, a koncentrują się na wyborze optymalnej kolejności i puli odwiedzanych w trasie obiektów. Wzięcie pod uwagę warunków środowiskowych w wynikowej trasie jest bowiem oddzielnym zagadnieniem, wykraczającym poza zakres niniejszej monografii.
2. Najczęstszym wariantem problemu jest pojedynczy routing BSP, co oznacza, iż mamy do dyspozycji tylko jeden bezzałogowy statek do realizacji misji [5], który startuje i ląduje po realizacji trasy w tym samym punkcie. Celem standardowego pojedynczego routingu jest odwiedzenie każdego obiektu z danego zbioru, co najmniej raz, w celu wykonania założonej operacji i powrót do miejsca startu. Misja nie jest realizowana z założenia, jeżeli czas jej trwania przekracza czas maksymalny związany zazwyczaj z pojemnością baterii. Wówczas algorytm stwierdza, że ścieżka misji nie istnieje. Problem w tej wersji jest modelowany przy wykorzystaniu MILP (*Mixed Integer Linear Programming*) i rozwiązywany przez algorytm aproksymacyjny [6]. Inna wersja problemu zakłada, że obiekty przewidziane do odwiedzenia w trasie mają określone priorytety a algorytm, w sytuacji, kiedy odwiedzenie wszystkich obiektów nie jest możliwe, przy danych ograniczeniach, wybiera te, dla których suma priorytetów odwiedzonych obiektów będzie największa. Często w tej wersji problemu są uwzględnione parametry dynamiki drona, a także ograniczenia związane z zasięgiem i prędkością BSP [7].
3. Inny wariant wielokryterialnej trasy pojedynczego BSP jest rozważany w [8, 9]. W tej pracy jest zdefiniowana wersja problemu, w której BSP odwiedza wszystkie cele i wraca do punktu startowego misji, wybierając trasę, która jest możliwie najmniej narażona na detekcję radaru o określonym zasięgu i lokalizacji.
4. Zagadnienie multi-routingu BSP, które jest definiowane przy założeniu dostępności wielu dronów gotowych do inspekcji obiektów, pojawiło się po raz pierwszy w [10], wówczas w wersji zagadnienia teoretycznego, gdyż nie istniały wtedy rzeczywiste konstrukcje tzw. roju dronów. W wersji multi-routing BSP zbiór wszystkich obiektów ma być z założenia odwiedzony przez zbiór dronów, z których każdy ma narzucone ograniczenia takie jak maksymalny czas lotu i zasięg. W [11] pojawiło się dodatkowo kryterium minimalizacji ryzyka nieukończenia misji przez którykolwiek BSP z roju.

5. W [12], multi-routing BSP trasy został zdefiniowany jako klasyczny problem VRP (ang. *Vehicle Routing Problem*) czyli taki, w którym na inspekcję danej puli obiektów jest wysyłana możliwie najmniejsza liczba BSP, a suma czasu długości wszystkich tras jest również minimalna.
6. W rozwiązaniach przytoczonych wyżej problemów zostały zastosowane algorytmy dokładne w przypadku małej liczby obiektów (do 10) oraz aproksymacyjne (heurystyczne) dla liczby obiektów powyżej kilkunastu.
7. W pracy [13] zakładana jest dla multi-routing BSP możliwość przerw w trasie z powodu konieczności zasilenia BSP, a funkcją celu jest odwiedzenie wszystkich obiektów jak najniższym kosztem mierzonym długością trasy nie tylko między obiektami ale również między obiektami i miejscami zasilania drona. Rozwiązanie zostało w tej pracy oparte na metodach VNS (ang. *Variable Neighborhood Search*) i VND (ang. *Variable Neighborhood Descent*).
8. W [13] został przedstawiony Min-Max algorytm mrówkowy, który rozwiązuje taką wersję problemu BSP routing, w której funkcją celu jest maksymalizacja liczby odwiedzonych obiektów
9. W [14] problem planowania misji BSP został pierwszy raz zdefiniowany jako Orienteering Problem w wersji Team czyli w takiej, w której dostępnych jest kilka dronów. Przedstawionym rozwiązaniem był algorytm mrówkowy.
10. Należy zaznaczyć iż nie znaleziono w literaturze specyfikacji dynamicznej wersji problemu planowania trasy ani w wersji pojedynczego BSP ani dla multi- BSP. We wszystkich analizowanych źródłach literaturowych, opisywaną wersją problemu generowania trasy drona był zbiór statycznych obiektów będących celem obserwacji dokonanej przez BSP.

2.2. Specyfikacja problemu

Problem generowania optymalnej trasy BSP z celem wykonania rejestracji video obiektów niebezpiecznych dla statku morskiego to nowa, niezdefiniowana dotąd w literaturze odmiana problemu komiwojażera z profitami i ograniczeniami długości trasy, znana z literatury pod nazwą Orienteering Problem (OP), [15]. W klasycznej wersji OP dany jest:

Graf pełny z wagami i z wyróżnionym wierzchołkiem startowym. Wartość wag to czas realizacji elementarnego odcinka trasy między wierzchołkami definiującymi krawędź grafu. Wartość wag (czas realizacji elementarnego odcinka trasy między wierzchołkami grafu) jest stały. Wszystkie wierzchołki grafu mają przypisane stałe wartości priorytetów dla węzłów grafu. Czas całkowity realizacji wynikowej trasy nie może przekroczyć zadanego ograniczenia. Wierzchołek startowy jest jednocześnie wierzchołkiem końcowym trasy. Rozwiązaniem OP jest trasa, która rozpoczyna

się w wybranym wierzchołku startowym, której łączny czas realizacji nie przekracza zadanego ograniczenia, a trasa wynikowa zawiera węzły, których suma priorytetów jest możliwie największa.

W przedmiotowej wersji problemu, który będziemy nazywali Dynamic Orienteering Problem (DOP), węzłami grafu są lokalizacje, do których musi dotrzeć BSP, aby wykonać efektywną rejestrację video pojedynczego obiektu lub grupy obiektów. Bardzo ważne jest to, że w odróżnieniu od założeń dla OP, lokalizacje węzłów grafu nie są stałe w czasie i każdy węzeł grafu (łącznie z węzłem startowym, który jest jednocześnie węzłem końcowym trasy) ma przypisany wektor ruchu. Zmienność położenia węzłów grafu wynika z faktu przemieszczania się obserwowanych obiektów na morzu, które poddane są obserwacji video przez BSP. Przemieszcza się również statek morski, z którego BSP wystartował czyli punkt startowy i końcowy trasy. Wagami krawędzi pełnego grafu lokalizacji jest czas lotu BSP między lokalizacjami. Ograniczenie długości trasy wynika z maksymalnego zasięgu BSP wynikającego z pojemności akumulatorów, które stanowią zasilanie drona. Priorytety węzłów są wyznaczane przez system nawigacyjny i zależą od poziomu ryzyka kolizji z danym obiektem lub podzbiorem obiektów. Na rysunku 2.5 została zaprezentowana przykładowa, poglądowa sytuacja rozmieszczenia obiektów potencjalnie niebezpiecznych dla statku. Zostały również zaznaczone pozycje wyjściowe statku i BSP. Zakłada się dla uproszczenia, że kursy i prędkości obiektów obserwowanych, drona i statku są stałe. Zakłada się także, że znane są wektory ruchu obiektów i priorytety wynikające z ryzyka kolizji statku z tymi obiektami. Obiekty oraz ich wektory ruchu zostały wykryte przez system wizyjny zainstalowany na dronie na uwięzi. Wektory ruchu i lokalizacje obiektów zostały również przesłane do systemu nawigacyjnego. Z kolei, system nawigacyjny wyznaczył, na podstawie danych wizyjnych oraz danych ze standardowych urządzeń nawigacyjnych, takich jak AIS i radar, priorytety obserwacji obiektów. Priorytety zależą od ryzyka kolizji z obiektem.

Sytuacja przedstawiona na rysunku 2.5 w praktyce morskiej może zdarzyć się niezwykle rzadko. Dwanaście statków, które mają zbieżne kursy na niewielkim obszarze to jednak prawdopodobny układ, który musi być uwzględniony w rozwiązaniu.

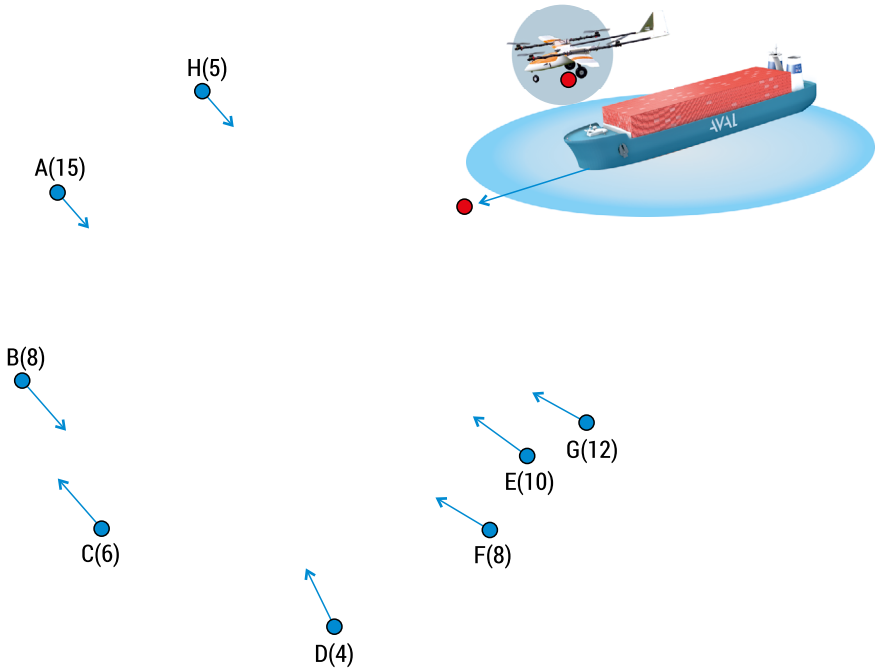
Wynikiem rozwiązania problemu DOP jest podzbiór obiektów wybranych do obserwacji przez BSP typu (gdyby obserwacja wszystkich obiektów nie była możliwa ze względu na ograniczenia) oraz kolejność odwiedzania tych obiektów. Wynikowa trasa ma spełniać kryterium ograniczenia jakim jest czas realizacji trasy i osiągnąć wynik w postaci największej sumy priorytetów obiektów wybranych do trasy.

Dokładna specyfikacja problemu przedstawia się następująco.

Dane wejściowe:

- Zbiór $O\{o_1, o_2, ..., o_n\}$ obiektów niebezpiecznych dla statku własnego *W*. Każdy z obiektów o_i ma znany wektor ruchu, znaną stałą prędkość v_i i priorytet p_i.
- Trajektoria t_w statku własnego *W*. Trajektoria to ciąg wektorów ruchu statku własnego, na podstawie której można wyznaczyć lokalizację *W* w dowolnej chwili czasu. Zakładamy, że prędkość *W* wynosi v_w i jest stała w trakcie realizacji trasy BSP.

- *Max* – maksymalny czas lotu BSP, który jest jednocześnie maksymalnym czasem realizacji trasy.
- *V* – prędkość lotu BSP.



RYSUNEK 2.5. Przykład układu statków i obiektów niebezpiecznych dla statku, oznaczonych literami od A do H

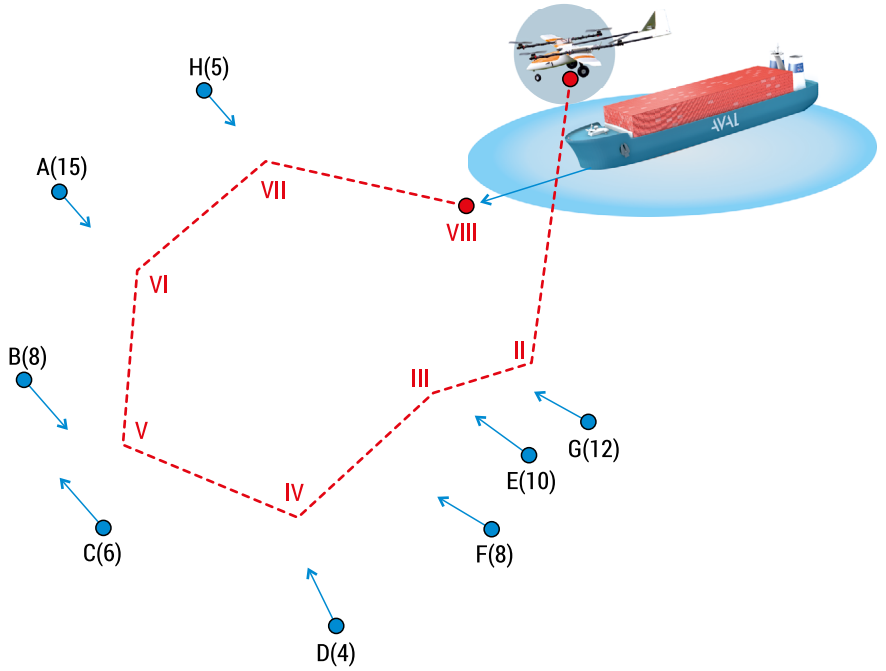
Dane wynikowe:

- Trasa *R* BSP, zdefiniowana jako ciąg obiektów ze zbioru *O*, których suma priorytetów jest możliwie największa. Trasę R rozpoczyna punkt startowy, w którym BSP rozpoczyna misję , startując z lądowiska statku własnego i punkt końcowy *W*, w którym BSP ląduje na statku, po zakończeniu misji. Czas realizacji (czas lotu BSP) nie może przekroczyć *Max*.

Założenia:

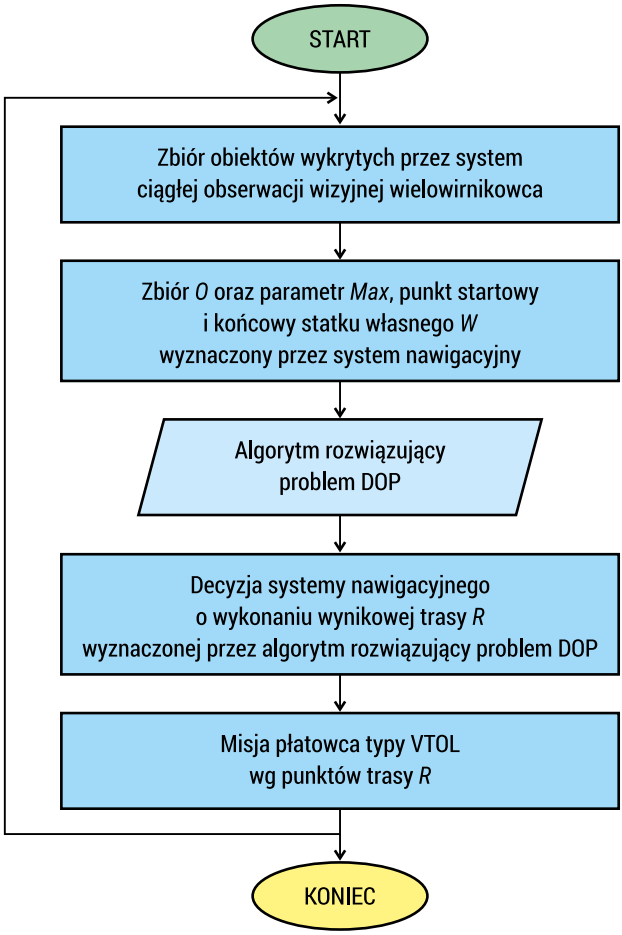
- Odległość BSP od obiektu, który jest obserwowany jest pomijana i wynosi 0.
- Czas rejestracji video jest pomijany i wynosi 0.
- Prędkość *W* jest stała.
- Wektory ruchu obiektów ze zbioru *O* są niezmienne w czasie.
- Czas startu i lądowania BSP jest pomijany i nie zmniejsza ograniczenia *Max*.
- Punkty trasy *R* mają lokalizację, które wynikają z wektorów ruchu obiektów zbioru *O* oraz punktu startowego i końcowego *W*.

- Łączny profit trasy *R* jest sumą priorytetów obiektów ze zbioru *O*, dla których może być wykonana efektywna rejestracja video wszystkich obiektów wybranych do trasy *R*. Efektywna rejestracja video zapewnia możliwość klasyfikacji obiektu niebezpiecznego oraz ustalenie jego wektora ruchu z błędem nie większym niż 20%.
- Priorytety obiektów niebezpiecznych są ustalane przez system nawigacyjny i mają wartości odwrotnie proporcjonalne do wartości współczynnika ryzyka kolizji, który może być wyznaczamy dowolną metodą [16] niezależną od algorytmu rozwiązującego DOP.



RYSUNEK 2.6. Wynikowa trasa *R* dla danych wejściowych z Rys. 5. Trajektoria złożona punków I-VIII daje możliwość efektywnej rejestracji wizyjnej wszystkich obiektów od A do H, przy czym punkt III trasy zapewnia efektywną rejestrację obiektów E i F a punkt V – obiektów C i B

Na schemacie 2.1 zostały zawarte główne etapy wykrywania obiektów niebezpiecznych przy wykorzystaniu wielowirnikowca i płatowca. Projekt AVAL jest aktualnie na etapie komercjalizacji wyników. Poszczególne elementy technologii AVAL: system autonomicznej nawigacji morskiej, system wizyjny oraz konstrukcje dronów morskich zostały przetestowane w warunkach laboratoryjnych, quasirzeczywistych i rzeczywistych [17].



SCHEMAT 2.1. Etapy procesu wykrywania obiektów niebezpiecznych dla statków morskich przez system wizyjny zamontowany na BSP wykorzystywanych w projekcie AVAL

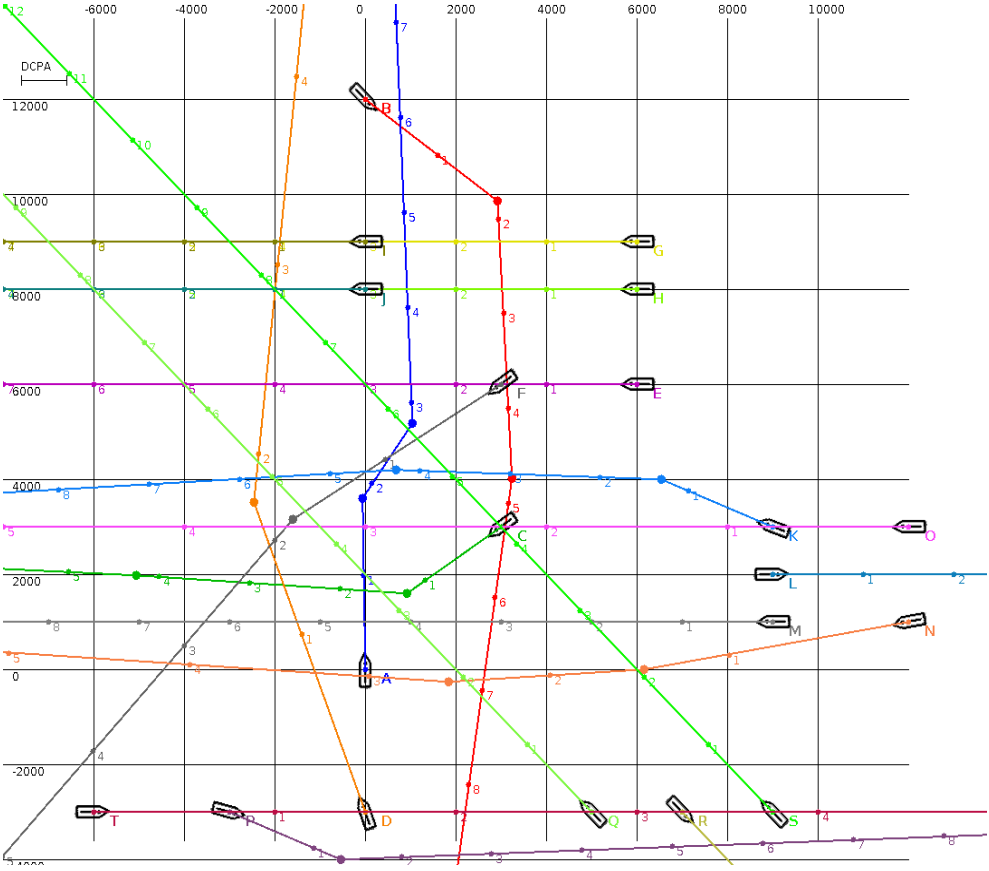
Ze względu na konieczność ochrony własności intelektualnej, która w obszarze algorytmów jest w praktyce niepatentowalna, w niniejszej pracy zostaną przedstawione jedynie wyniki testów algorytmu rozwiązującego problem DOP (rozdział 3).

2.3. Wyniki testów algorytmu w warunkach rzeczywistych

Testy algorytmu rozwiązującego problem DOP zostały przeprowadzone w warunkach laboratoryjnych oraz quasi – rzeczywistych, na danych historycznych pochodzących z rejsu promem Wolin, w czasie którego testowana była komunikacja między statkami autonomicznymi.

Warunki laboratoryjne testów polegały na ustaleniu wszystkich danych wejściowych, które mają niezerowe prawdopodobieństwo wystąpienia na morzu, w sytuacjach zagrożenia kolizją. Na rysunku 2.7 został przedstawiony przykładowy układ wyniku symulacji 20 statków, który zawiera liczne sytuacje kolizyjne. Założono w czasie testu, że wszystkie obiekty należą do zbioru obiektów wymagających obserwacji *O*. Założono również, że statkiem własnym jest statek *B* a priorytety obiektów zbioru *O* zostały wyznaczone wg algorytmu zaprezentowanego w [18], który w pierwszej kolejności uwzględnia wartość CPA a w drugiej TCPA względem statku własnego. Natomiast *Max* wynosi 8 minut a prędkość BSP – V wynosi 120 km/h.

Na rysunku 2.7 widoczne są wynikowe trajektorie antykolizyjne statków z układu świadczące o tym, że rozwiązanie wszystkich sytuacji jest możliwe, o ile wszystkie obiektu będą na czas wykryte i określone co do lokalizacji i wektora prędkości.



RYSUNEK 2.7. **Układ 20 statków w sytuacji kolizyjnej**

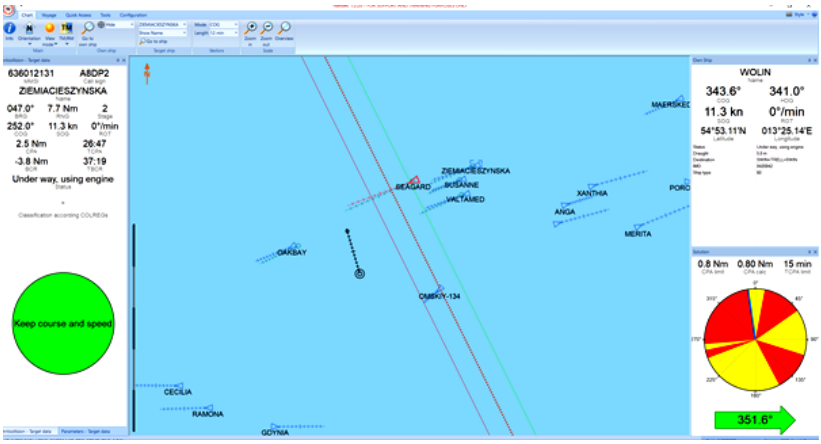
W tabeli 2.1 zostały umieszczone dane wejściowe i wynikowe układu z rysunku 2.7.

Przedstawiona sytuacja jest przykładem bardzo dużego zagęszczenia ruchu statków morskich np. w ciśnienie. Charakterystyczne są małe odległości między jednostkami.

TABELA 2.1. Dane wejściowe i wynikowe laboratoryjne dla sytuacji z rysunku 2.7

Statek	Wektor ruchu (*x,y, kurs, prędkość*)	Priorytet	Pozycja w trasie *R*
A	(0, 0, 000, 5)	1	8
B=W	(0, 12000, 180, 5)	-	1=9
C	(3000, 3000, 270, 5)	2	0
D	(0, -3000, 000, 10)	3	0
E	(6000, 6000, 270, 5)	15	4
F	(6000, 6000, 270, 5)	4	0
G	(6000, 9000, 270, 5)	17	2
H	(6000, 8000, 270, 5)	16	3
I	(0, 0, 9000, 270, 5)	14	0
J	(0, 8000, 270, 5)	13	0
K	(3000, 9000, 270, 5)	8	5
L	(2000, 9000, 270, 5)	6	0
M	(1000, 9000, 270, 5)	7	7
N	(1000, 120000, 270, 10)	11	0
O	(3000, 9000, 270, 5)	12	0
P	(0, -3000, 000, 10)	9	0
Q	(5000, -3000, 315, 5)	20	0
R	(7000, -3000, 315, 5)	5	0
S	(9000, -3000, 315, 5)	19	6
T	(-6000, -3000, 090, 10_	10	0

Wartość 0 jako pozycja w trasie *R* oznacza, że obiekt nie należy do wynikowej trasy, gdyż jego dodanie spowodowałoby przekroczenie limitu czasu realizacji lotu.



RYSUNEK 2.8. Przykładowe rzeczywiste dane testowe pochodzące z systemu NAVDEC [18, 19].

W tabeli 2.2 zostały umieszczone dane wejściowe i wynikowe układu z rysunku 2.8. Założono, że statkiem własnym *W* jest Wolin, maksymalny czas misji BSP wynosi *Max* = 10 minut a prędkość *V*= 130 km/h. W tym przypadku priorytety wynikają wprost z przepisów MPDM oraz wartości CPA. Przedstawiona sytuacja jest charakterystyczna dla sytuacji kolizyjnych na wodach otwartych: jednostek jest niewiele i są od siebie rozmieszczone stosunkowo daleko. Z jednej strony daje to możliwość realizacji misji z małą liczbą obserwowanych obiektów, ale z drugiej misja ma dużą długość.

TABELA 2.2. Dane wejściowe i wynikowe algorytmu rozwiązującego problem DOP

Statek	**Wektor ruchu** (*x(latitude), y(and longitude), kurs (COG) , prędkość (kn)*)	**Priorytet**	**Pozycja w trasie wynikowej *R***
ZIEMIA CIESZYŃSKA	(54° 58' 68"N , 013° 36' 79"E, 252, 11.3)	3	3
SEAGARD	(54° 58' 20"N , 013° 32' 42"E, 154, 248, 17.2)	4	2
OAKBAY	(54° 54' 76"N , 013° 21' 09"E, 239, 9.7)	1	0
SUSANNE	(54° 57' 89"N , 013° 35' 02"E, 253, 8.2)	5	5
VALTAMED	(54° 57' 33"N , 013° 35' 64"E, 251, 10.6)	2	4
WOLIN = W	(54° 53' 11"N , 013° 25' 14"E, 341, 11.3)	-	1=6

We wszystkich testach laboratoryjnych oraz przeprowadzonych na danych pozyskanych w warunkach quasi-rzeczywistych wynikowa trasa była możliwa do realizacji ze względu na ograniczenia związane z czasem trwania misji oraz czasem realizacji samego algorytmu, który nie przekroczył 10 sekund.

Podsumowanie

Największym wyzwaniem dla przedstawionego algorytmu jest fakt, że punkt startu BSP nie jest jednocześnie punktem końca jego trasy tak jak opisano to w wyżej cytowanej literaturze. Jest to również największe osiągnięcie badawcze. Jednocześnie należy zwrócić uwagę, że przyjęte założenie o zachowaniu obecnych kursów i prędkości, znacznie ułatwia rozwiązanie problemu. Dlatego w ramach kolejnych badań zostaną opracowane algorytmy, które uwzględnią zmieniające się parametry ruchu jednostek na akwenie, a w dalszej przyszłości również predykcję ich ruchu.

Obecne badania mają na celu wykorzystanie faktu iż punkt końcowy trasy (statek własny) zbliża się do innych obiektów niebezpiecznych. Daje to w efekcie relatywne zwiększenie zasięgu BSP. Teoretycznie jako ostatni obiekt do obserwacji można by wybrać statek, którego odległość minięcia ze statkiem własnym wynosi 0 Mm. Wtedy nijako BSP zostanie „przywieziony" do punktu końcowego. Jednakże to rozwiązanie nie jest akceptowalne z punktu widzenia unikania kolizji. Nie eliminuje

to możliwości wykorzystania zbliżania się obiektów, do optymalizacji trasy. Można przy tym wziąć pod uwagę przepisy MPDM. Przyjmując wysoki poziom uogólnienia, statki obce znajdujące się z prawej burty statku własnego, mają pierwszeństwo drogi. Innymi słowy, statek własny powinien im ustąpić z drogi, a obcy powinien zachować parametry ruchu. W sytuacji, gdy z lewej burty statku własnego są inne statki, to właśnie one powinny podjąć manewr w celu uniknięcia kolizji. Tak jak wspomniano jest to duże uogólnienie. Przepisy MPDM są bardziej skomplikowanie. W celu ich automatycznej interpretacji, można wykorzystać np. system NAVDEC. Natomiast uogólnienie służyło w tym kontekście do zobrazowania potencjalnych rozwiązań i algorytmów, które można by zastosować w celu optymalizacji trasy. Wydaje się, że najpierw należałoby „odwiedzić" obiekty znajdujące się z lewej burty statku własnego. Potem (zgodnie z przepisami w odległości pomiędzy 8, a 3 Mm) zmienią one parametry ruchu, co może utrudnić dotarcie do nich, czy też nadmiernie wydłużyć trasę. Należy pamiętać, że obiekty te nie posiadają transpondera AIS, są trudno wykrywalne dla radaru, więc ich bieżące monitorowanie jest bardzo utrudnione. Po obserwacji obiektów lewej burty, można weryfikować obiekty w prawej burty, które dłużej zachowają parametry swojego ruchu, gdyż są zobligowane do tego przez przepisy MPDM. Jednakże, aby nadmiernie nie nadwyrężać cierpliwości jednostek zobowiązanych do zachowania swojego kursu i prędkości, wypadałoby podjąć manewr uniknięcia kolizji najpóźniej w odległości 3-4 Mm. W ten sposób, nijako od końca, można by planować trasę BSP.

W kolejnych podejściach zostaną również uwzględnione relacje między statkami obcymi. Mogą one rozpocząć manewry uniknięcia kolizji, które nie są związane ze statkiem własnym, co dodatkowo komplikuje planowanie trasy BSP.

Opracowany w ramach projektu badawczego i przedstawiony powyżej algorytm to pierwszy krok w kierunku pełnego rozwiązania problemu planowania trasy BSP współpracującego z autonomiczną jednostką nawodną – MASS (*Maritime Autonomous Surface Ship*). MASS jest obecnie głównym tematem obrad Komitetu Bezpieczeństwa Morskiego Międzynarodowej Organizacji Morskiej (Maritime Safety Commitee (MSC) of International Maritime Organization (IMO)). W świetle przedstawionej na rysunku 2.1 perspektywy wprowadzenia zdalnie sterowanych, a ostatecznie autonomicznych jednostek, właściwym pytaniem jest nie czy, ale kiedy oko nawigatora na statku zostanie zastąpione okiem kamery? Dlatego tak ważne jest rozwiązanie problemu planowania trasy, aby w momencie, gdy IMO powie „tak" autonomicznym jednostkom, mieć gotowe propozycje produktów.

Bibliografia

[1] avalproject.pl [dostęp:24.01.2021]

[2] Felski A., Zwolak K., *The Ocean-Going Autonomous Ship – Challenges and Threats*, "Journal of Marine Science and Engineering" 2015, DOI: 10.3390/jmse8010041

[3] Rymarz W., *Międzynarodowe prawo drogi morskiej – w zarysie*. wyd. II, 2015, ISBN: 978-83-62227-56-3

[4] https://www.septentrio.com/en/insights/top-3-positioning-challenges-autonomous-marine-navigation [dostęp 24.01.21]

[5] Levy D., Sundar K., Rathinam S., *Heuristics for Routing Heterogeneous Unmanned Vehicles with Fuel Constraints*, "Mathematical Problems in Engineering", 2014, vol. 2014, Article ID 131450

[6] Ousingsawat J., *UAV Path Planning for Maximum Coverage Surveillance of Area with Different Priorities*, "The 20th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand, 2006

[7] Hernández-Hernández L., Tsourdos A., Shin H.-S., Waldock A., *Multi-objective UAV routing*, "International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)", 2014, s. 534–542

[8] Tezcaner D., Köksalan M., *An Interactive Algorithm for Multi-objective Route Planning*, "Journal of Optimization Theory and Applications", 2011, 150, s. 379–394

[9] Tezcaner Öztürk D., Köksalan M., *An interactive approach for biobjective integer programs under quasiconvex preference functions*, "Annals of Operations Research", 2016, 244, s. 677–696

[10] Korkmaz Y., İyibilgin O., Fındık F., *Geçmişten günümüze insansız hava araçlarının gelişimi*, "SAÜ Fen Bilim. Enstitüsü Derg", 2015, nr 20

[11] Lamont G.B., Slear J.N., Melendez K., *UAV Swarm Mission Planning and Routing using Multi-Objective Evolutionary Algorithms*, "IEEE Sympoisum on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making", 2007, s. 10–20

[12] Peng X., Gao X., *A Multi-objective Optimal Approach for UAV Routing in Reconnaissance Mission with Stochastic Observation Time*, Foundations of Intelligent Systems, ISMIS 2008, 2008, s. 246–255

[13] Levy D., Sundar K., Rathinam S., *Heuristics for Routing Heterogeneous Unmanned Vehicles with Fuel Constraints*, "Mathematical Problems in Engineering, Special Issue: High-Performance Computing Strategies for Complex Engineering Optimization Problems", 2014

[14] Karakaya M., *UAV Route Planning for Maximum Target Coverage*, "Computer Science & Engineering: An International Journal (CSEIJ), 2014, 4/1, s. 27–34

[15] Yakıcı E., *Solving location and routing problem for UAVs*, "Computers & Industrial Engineering, December 2016, 102, s. 294–301

[16] Karbowska-Chilińska J., Koszelew J., Ostrowski K., Zabielski P. *Genetic Algorithm vs. Local Search Methods Solving Orienteering Problem in Large Networks,* "16th International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems : KES Springer-Verlag, (Lecture Notes in Computer Science; Vol. : Lecture Notes in Artificial Intelligence), 2012, s. 28-38

[17] https://www.youtube.com/channel/UCvAmbMmtxEKr6XMOslCq0DA [dostęp 24.01.21]

[18] Cunlong F., Wróbel K., Montewka J., Gil M., Wan C., Zhang D., *A framework to identify factors influencing navigational risk for Maritime Autonomous Surface Ships*, "Ocean Engineering", 2020, 4/15, s. 107-188

[19] Koszelew J., Karbowska-Chilińska J., Ostrowski K., Kuczyński P., Kulbiej E., Wołejsza, Beam Search Algorithm for Anti-Collision Trajectory Planning for Many-to-Many Encounter Situations with Autonomous Surface Vehicles, "Sensors, the Special Issue Sensors and Sensor's Fusion in Autonomous Vehicles, 2020, nr 20(15)

[20] navdec.com [dostęp: 24.01.21]

[21] Wołejsza P., Koszelew J., *Implementation of Anti-collision System on M/F* WAWEL, „Annual od Navigation" 2017, 24, s. 327-346.

Abstract

The problem of UAV optimal route generation used for dangerous objects detection in autonomous maritime navigation systems

The problem which is considered in the paper was defined and resolved as part of the AVAL R&D project [1], concerning the autonomous maritime navigation system supported by the image analyzes recorded by UAV vison system. The UAV used in the AVAL system will be an equipment of autonomous vessel. The UAV will perform an autonomous mission to execute video registration of dangerous objects. The image registered during the mission allows detection, identification and geolocation of hazardous objects, which are difficult to detect or not incompatible by standard navigation devices, such as radar or AIS (Automatic Identification System). The problem the UAV optimal route generation in the context of the described application is an original orienteering problem (OP) in a version that has not been defined in the literature yet. As part of the work, the definition of the problem and the results of the heuristic algorithm developed as a result of the project are presented. Due to the need to maintain confidentiality in the scope of the results of the R & D project, in which the solution was created, it is not possible to present a pseud-code of the solution or detail description.

Keywords: UAV, autonomous maritime navigation, optimal video registration route, orienteering problem.

DOI: 10.24427/978-83-66391-85-7_3

Rozdział 3
Inżynieria wiedzy w konstruowaniu modeli sieci bayesowskich w medycynie

Agnieszka Oniśko
Wydział Informatyki, Politechnika Białostocka

Streszczenie: Modele sieci bayesowskich znalazły zastosowania zarówno w medycznym diagnozowaniu, jak i prognozowaniu. Inżynieria wiedzy w budowaniu modeli sieci bayesowskich sprowadza się między innymi do pozyskiwania wiedzy w danej dziedzinie, transformacji tej wiedzy do acyklicznego grafu skierowanego oraz wyznaczania warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa. Źródłem wiedzy może być opinia eksperta, bądź też dane medyczne. Ważną rolę odgrywa w tym procesie inżynier wiedzy, który powinien opanować techniki pozyskiwania wiedzy od eksperta, rozumieć modelowaną dziedzinę, posiadać umiejętności przetwarzania danych medycznych, również w sytuacji, gdy są one niekompletne. Pomimo, że istnieją metody automatycznego wyznaczania struktury i parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich, w przypadku medycyny trudno jest zbudować model bez pomocy eksperta oraz inżyniera wiedzy, który ma wgląd w modelowaną dziedzinę. Większość inżynierów wiedzy uważa, że sieci bayesowskie nie są czułe na dokładność ich parametrów numerycznych i znacznie ważniejsza jest ich struktura graficzna. W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki eksperymentów, w których badane były: (1) wpływ struktury oraz (2) wpływ dokładności parametrów numerycznych na jakość diagnostyczną modeli sieci bayesowskich. Opisano również techniki i metody, z których warto korzystać w trakcie konstruowania modeli sieci bayesowskich, szczególnie w kontekście ich parametrów numerycznych.

Słowa kluczowe: sieci bayesowskie, inżynieria wiedzy, parametry numeryczne, czułość

Wprowadzenie

Sieci bayesowskie [1] w ciągu ostatnich trzech dekad stały się popularnym narzędziem do modelowania trudnych problemów w warunkach niepewności. Modele sieci bayesowskich znalazły zastosowania zarówno w diagnozowaniu, jak i prognozowaniu medycznym. Sieć bayesowska składa się z (1) części jakościowej, która jest acyklicznym

grafem skierowanym modelującym zmienne losowe i zależności probabilistyczne między nimi oraz z (2) części ilościowej reprezentowanej przez warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa.

Inżynieria wiedzy w budowaniu modeli sieci bayesowskich sprowadza się między innymi do pozyskiwania wiedzy w danej dziedzinie, transformacji tej wiedzy do acyklicznego grafu skierowanego oraz wyznaczania warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa. Ważną rolę odgrywa w tym procesie inżynier wiedzy, który powinien opanować techniki pozyskiwania istotnych informacji od eksperta, rozumieć modelowaną dziedzinę, posiadać umiejętności przetwarzania danych medycznych, również w sytuacji, gdy są one niekompletne. Pomimo, że istnieją metody automatycznego wyznaczania struktury i parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich, w przypadku medycyny trudno jest zbudować model bez pomocy eksperta oraz inżyniera wiedzy.

Większość inżynierów wiedzy uważa, że sieci bayesowskie nie są czułe na dokładność ich parametrów numerycznych i znacznie ważniejsza jest ich struktura graficzna. W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki eksperymentów, w których badane były: (1) wpływ struktury oraz (2) wpływ dokładności parametrów numerycznych na jakość diagnostyczną modeli sieci bayesowskich.

Punktem wyjścia w eksperymentach były modele diagnostyczne sieci bayesowskich wyznaczone na podstawie rzeczywistych danych medycznych. W pierwszej serii eksperymentów stopniowo (a) usuwano i (b) odwracano łuki modelu. Z kolei w eksperymentach badających wpływ dokładności parametrów numerycznych stopniowo wprowadzano różne rodzaje szumu (symetryczny, symulujący zbyt pewnego siebie i niepewnego siebie eksperta). Następnie badano wpływ modyfikacji struktury oraz dokładności parametrów numerycznych na jakość diagnostyczną modeli sieci bayesowskich.

3.1. Badanie czułości struktury modeli sieci bayesowskich

Część jakościową sieci bayesowskiej stanowi struktura modelu, czyli acykliczny graf skierowany, który może być wyznaczany w oparciu o wiedzę eksperta lub dostępne dane. W serii eksperymentów, które przeprowadzono, badano czułość struktury modeli sieci bayesowskich [2, 3]. W badaniach tych sprawdzono, jaki wpływ ma modyfikacja struktury graficznej sieci bayesowskich na jakość diagnostyczną modeli probabilistycznych.

W eksperymentach sięgnięto po 6 medycznych modeli diagnostycznych, które stworzono opierając się na danych z Irvine Machine Learning Repository [4]. Strukturę graficzną tych modeli poddano systematycznej modyfikacji. W pierwszym z eksperymentów systematycznie usuwano krawędzie modelu, z kolei w drugim eksperymencie systematycznie odwracano kolejne krawędzie modelu. Po każdej modyfikacji struktury grafu sprawdzano jakość diagnostyczną modelu. Jakość diagnostyczną zdefiniowano

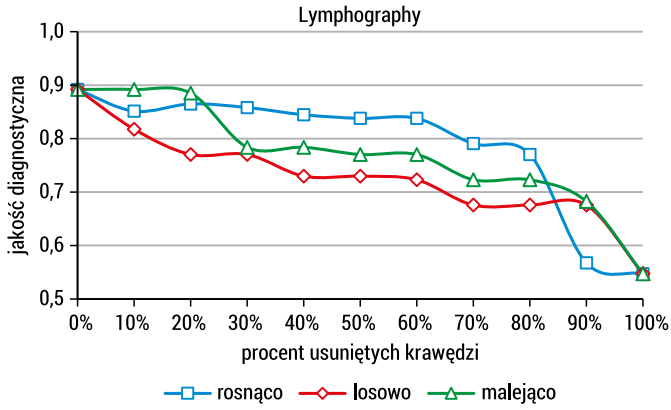
jako procent poprawnych odpowiedzi modelu sieci bayesowskiej, tzn. odpowiedź modelu była uznawana za poprawną w sytuacji, jeśli najbardziej prawdopodobna diagnoza (jednostka chorobowa z najwyższą wartością prawdopodobieństwa *a posteriori* wyznaczoną przez model) była zgodna z diagnozą zweryfikowaną w zbiorze danych. Do wyznaczenia jakości diagnostycznej zastosowano walidację krzyżową typu *leave-one-out*.

Miara mocy krawędzi w modelu sieci bayesowskiej

W eksperymentach skorzystano z miary mocy krawędzi zaproponowanej przez Koitera [5]. Miara ta wyznaczana jest na podstawie różnicy pomiędzy brzegowym prawdopodobieństwem *a posteriori* węzła, który jest dzieckiem a brzegowym prawdopodobieństwem różnych stanów węzła-rodzica. Wyznaczając odległość między tymi rozkładami skorzystano z odległości euklidesowej oraz odległości Hellingera.

Usuwanie krawędzi modelu sieci bayesowskiej

W eksperymencie tym systematycznie była modyfikowana struktura graficzna modelu przez usuwanie krawędzi grafu. Eksperyment rozpoczęto od wyznaczenia jakości diagnostycznej modelu oryginalnego, a następnie usunięto kolejno 10%, 20%, 30%,..., 90% oraz 100% krawędzi. Za każdym razem sprawdzano jakość diagnostyczną modelu. Eksperyment ten powtórzono trzy razy zmieniając za każdym razem porządek usuwania na: (1) rosnący względem miary mocy krawędzi, tj. zaczynano modyfikację od krawędzi z najsłabszą mocą; (2) malejący względem miary mocy krawędzi, tj. zaczynano modyfikację od krawędzi z najwyższą mocą; oraz (3) losowy.



RYSUNEK 3.1. **Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji procentu usuniętych krawędzi**

Wyniki eksperymentów pokazały, że systematyczne usuwanie krawędzi grafu prowadzi do pogorszenia jakości diagnostycznej modelu sieci bayesowskiej. Usuwanie krawędzi według porządku malejącego względem miary mocy krawędzi powoduje szybszy spadek jakości diagnostycznej niż usuwanie według porządku rosnącego

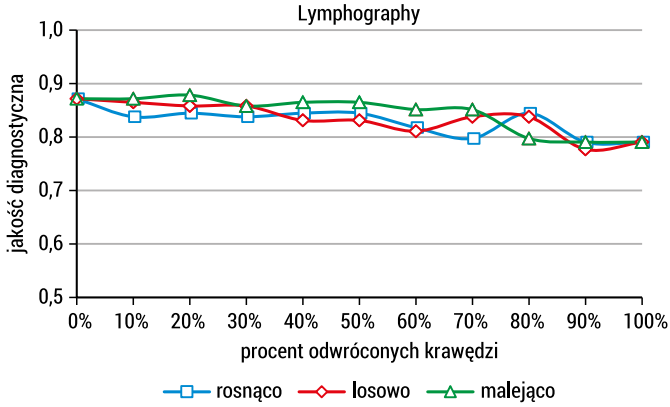
względem miary mocy krawędzi. Należy zwrócić uwagę na fakt, że nawet po usunięciu wszystkich krawędzi, jakość diagnostyczna modeli nie uległa drastycznemu pogorszeniu. Ma to związek z faktem, że jakość diagnostyczna jest determinowana poprzez powszechność choroby, która jest najbardziej prawdopodobna. Czyli w sytuacji, gdy jedna z chorób ma powszechność 80%, dokładność takiego modelu po usunięciu wszystkich krawędzi będzie równa 80%.

Wynik eksperymentu usuwania krawędzi dla modelu *Lymphography*, stworzonego w oparciu o dane dostępne na stronie repozytorium UCI przedstawia rysunek 3.1 [6].

Odwracanie krawędzi modelu sieci bayesowskiej

W eksperymencie tym systematycznie była modyfikowana struktura graficzna modelu przez odwracanie krawędzi grafu. Podobnie, jak w przypadku usuwania krawędzi, eksperyment rozpoczęto od wyznaczenia jakości diagnostycznej modelu oryginalnego, a następnie odwrócono kolejno 10%, 20%, 30%,..., 90% oraz 100% krawędzi. Ze względu na fakt, że sieć bayesowska jest acyklicznym grafem skierowanym, w niektórych sytuacjach nie było możliwe odwrócenie krawędzi. Wówczas dana krawędź oczekiwała na sytuację, w której to odwrócenie jej będzie możliwe. Eksperyment ten powtórzono trzy razy, zmieniając za każdym razem porządek usuwania krawędzi modelu, tj. porządek: (1) rosnący względem miary mocy kolejnych krawędzi; (2) malejący względem miary mocy kolejnych krawędzi oraz (3) losowy.

Wyniki tych eksperymentów pokazały, że zmiany w strukturze sieci bayesowskiej, szczególnie w przypadku odwracania kierunku krawędzi, nie mają dużego wpływu na jakość diagnostyczną modelu. Wynik eksperymentu odwracania krawędzi dla modelu *Lymphography* przedstawia rysunek 3.2.



RYSUNEK 3.2. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji procentu odwróconych krawędzi

3.2. Badanie czułości parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich

Część ilościową sieci bayesowskiej stanowią warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa, które mogą być wyznaczane albo na bazie wiedzy eksperta albo na podstawie dostępnych danych. Wyznaczane wartości parametrów numerycznych sieci bayesowskiej nie są zazwyczaj wartościami dokładnymi. Badanie czułości parametrów numerycznych sieci bayesowskiej jest istotnym elementem inżynierii wiedzy w konstruowaniu tych modeli; szczególnie w sytuacji, gdy inżynier wiedzy tworzy modele sieci bayesowskich oparte na wiedzy ekspertów lub gdy parametry numeryczne modeli są estymowane z nielicznych lub niekompletnych zbiorów danych.

W ramach badań przeprowadzono szereg eksperymentów, które sprawdzały czułość parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich. Eksperymenty te sprowadzały się do modyfikacji oryginalnych parametrów modelu sieci bayesowskiej poprzez wprowadzanie szumu, a następnie do badania wpływu tej modyfikacji na jakość diagnostyczną modelu [7, 8, 9]. Druga grupa eksperymentów polegała na badaniu wpływu zaokrąglania parametrów numerycznych modelu sieci bayesowskiej na jej jakość diagnostyczną [9, 10]. We wszystkich eksperymentach jakość diagnostyczna była wyznaczana na podstawie walidacji krzyżowej typu *leave-one-out*.

Szum symetryczny w parametrach numerycznych sieci bayesowskich

Badanie czułości parametrów numerycznych sieci bayesowskich rozpoczęto od zreplikowania eksperymentu Pradhana i in. [11]. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych przez Pradhana i in. pokazały, że sieci bayesowskie nie są czułe na szum wprowadzany do ich parametrów numerycznych. Eksperyment ten był przeprowadzony dla sieci CPCS[5], a jakość diagnostyczna modelu oparta była na mierze reprezentującej średnie prawdopodobieństwo *a posteriori* poprawnej diagnozy. Eksperyment Pradhana i in. powtórzyłam dla sieci bayesowskiej Hepar II [12] opierając jednakże badania o dwie miary jakości diagnostycznej: (1) miarę Pradhana, tj. średnie prawdopodobieństwo *a posteriori* poprawnej diagnozy oraz (2) miarę bazująca na prawdopodobieństwie *a posteriori* konkretnego pacjenta [7].

W eksperymencie, podobnie jak u Pradhana, szum był modelowany na podstawie rozkładu normalnego z wartościami standardowego odchylenia $\sigma \in \langle 0{,}0,\ 3{,}0\rangle$. Do każdego prawdopodobieństwa wprowadzany był szum o określonej wartości σ, a następnie badana była jakość diagnostyczna modelu. Eksperyment powtórzyłam 30 razy, za każdym razem z inną wartością σ z krokiem równym 0,1. Zaskakującym wynikiem był fakt, że jakość diagnostyczna modelu, zdefiniowana przez Pradhana, wzrastała wraz ze wzrostem poziomu szumu wprowadzanego do modelu. Fakt ten można zinterpretować tym, że szum zwiększył powszechność każdej z 11 modelowanych chorób, co spowodowało zwiększenie średniego prawdopodobieństwa *a posteriori*

[5] Skrót CPCS oznacza Computer-based Patient Case Study [13]

poprawnej diagnozy. Jednocześnie wyniki eksperymentu pokazały, że stosując inną miarę jakości diagnostycznej, opartej na prawdopodobieństwie *a posteriori* konkretnego pacjenta, obserwuje się wpływ szumu parametrów numerycznych na pogorszenie jakości modelu. W przypadku modelu Hepar II można zaobserwować systematyczne pogarszanie się jakości diagnostycznej od wartości $\sigma = 0{,}2$. Eksperyment ten został powtórzony dla trzech dodatkowych modeli sieci bayesowskich, które stworzono opierając się na danych z Irvine Machine Learning Repository [9]. Wyniki były spójne z tym, co zostało zaobserwowane dla modelu Hepar II, tj. jakość diagnostyczna modelu systematycznie malała wraz z poziomem szumu wprowadzanego do parametrów numerycznych.

Przeprowadzono również modyfikację tego eksperymentu, wprowadzając szum tylko do wybranych grup zmiennych [7]. Eksperyment ten przeprowadzono opierając się na modelu Hepar II. Wyróżniono cztery grupy zmiennych: testy laboratoryjne, badania przedmiotowe i podmiotowe, zmienne pochodzące z wywiadu z pacjentem, oraz zmienne reprezentujące jednostki chorobowe. W kolejnych krokach eksperymentu szum był wprowadzany tylko do wybranej grupy zmiennych, a następnie była badana jakość diagnostyczna modelu. Szum był modelowany na podstawie rozkładu normalnego z wartościami $\sigma \in \langle 0{,}0,\ 3{,}0\rangle$ z krokiem $\sigma = 1{,}0$. Wyniki tego eksperymentu pokazały, że szum wprowadzany do zmiennych reprezentujących testy laboratoryjne oraz jednostki chorobowe ma większy wpływ na pogorszenie jakości diagnostycznej niż szum wprowadzany do zmiennych modelujących badania przedmiotowe i podmiotowe oraz zmienne pochodzące z wywiadu z pacjentem.

Szum modelujący zachowanie eksperta w parametrach numerycznych sieci bayesowskich

Kolejna seria eksperymentów, które miały na celu badanie czułości parametrów numerycznych dotyczyła wprowadzania szumu, który modeluje zachowanie eksperta określającego parametry numeryczne sieci bayesowskiej, tj. ekspert zbyt pewny siebie lub ekspert niepewny swoich estymacji [9]. Eksperyment ten został przeprowadzony dla modelu Hepar II oraz dla trzech modeli sieci bayesowskich, które stworzono opierając się na danych z Irvine Machine Learning Repository.

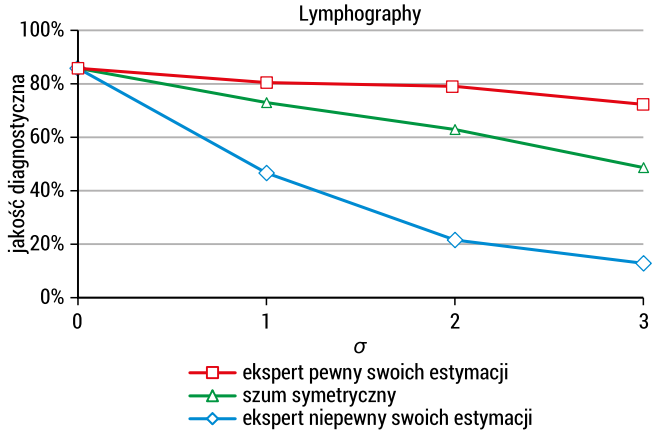
Podobnie jak w przypadku eksperymentu Pradhana i in., szum był modelowany na podstawie rozkładu normalnego ze standardowym odchyleniem $\sigma \in \langle 0{,}0,\ 3{,}0\rangle$. Z kolei sama modyfikacja parametrów numerycznych wyglądała inaczej, tzn. najmniejsze prawdopodobieństwo w danym rozkładzie było dodatkowo zmniejszane, a największe prawdopodobieństwo w rozkładzie było dodatkowo zwiększane o wartość, o którą zmniejszone było najmniejsze prawdopodobieństwo. Taka transformacja miała na celu modelowanie eksperta, który jest zbyt pewny swoich estymacji. Po wprowadzeniu szumu o określonym poziomie, badana była jakość diagnostyczna modelu. Eksperyment był powtórzony 30 razy, za każdym razem z inną wartością standardowego odchylenia σ. Podobnie wyglądał eksperyment, w którym modelowane było zachowanie eksperta, który jest niepewny swoich estymacji, z tym że największe prawdopodobieństwo w rozkładzie było zmniejszane, z kolei najmniejsze

prawdopodobieństwo w tym samym rozkładzie było zwiększane o wartość, o którą zmniejszone było największe prawdopodobieństwo. Po wprowadzeniu szumu o określonym poziomie, badana była jakość diagnostyczna modelu. Eksperyment był powtórzony 30 razy, za każdym razem z inną wartością standardowego odchylenia σ z krokiem równym 0,1.

Wyniki tych eksperymentów pokazały, że jakość diagnostyczna modelu jest najbardziej czuła na szum modelujący eksperta, który jest niepewny swoich estymacji. Z kolei szum modelujący eksperta, który jest zbyt pewny swoich estymacji ma mniejszy wpływ na pogorszenie jakości diagnostycznej modelu sieci bayesowskiej niż szum modelujący eksperta niepewnego swoich estymacji, czy też szum symetryczny, który modelowany był w eksperymencie Pradhana.

Wyniki tych eksperymentów są istotną wskazówką dla inżynierów wiedzy, którzy konstruują modele sieci bayesowskich szczególnie w sytuacji, gdy korzystają z wiedzy ekspertów lub gdy parametry numeryczne modeli są estymowane z niekompletnych zbiorów danych.

Wynik eksperymentu wprowadzania szumu do parametrów numerycznych modelu *Lymphography* przedstawia rysunek 3.3. Przedstawiono na nim trzy wykresy, które odpowiednio reprezentują szum eksperta przekonanego o swojej wiedzy, szum symetryczny oraz szum eksperta niepewnego swojej wiedzy. Jakość diagnostyczna modelu *Lymphography* jest przedstawiona w funkcji standardowego odchylenia (z krokiem $\sigma = 1{,}0$), które reprezentuje poziom wprowadzanego szumu.



RYSUNEK 3.3. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji poziomu szumu

Precyzja parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich

Kolejna seria eksperymentów, które miały na celu badanie czułości parametrów numerycznych dotyczyła badania wpływu precyzji parametrów numerycznych modeli sieci bayesowskich na ich jakość diagnostyczną [9, 10]. W badaniach tych systematycznie były zaokrąglane parametry numeryczne sieci bayesowskiej do wartości o coraz

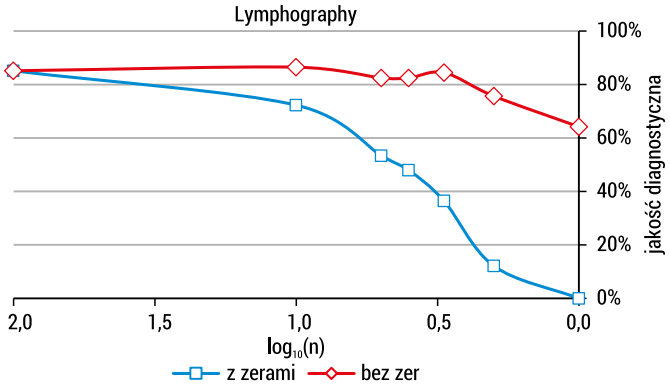
mniejszej precyzji. Eksperymenty te przeprowadzono dla 7 medycznych modeli diagnostycznych: modelu Hepar II oraz 6 modeli sieci bayesowskich, które stworzono opierając się na danych z Irvine Machine Learning Repository.

Zaokrąglanie wartości prawdopodobieństw w danym rozkładzie może prowadzić do tego, że ich suma wartości po zaokrągleniu nie jest równa 1,0, a więc zaokrąglona wartość wymagała dalszego przetworzenia. Problem ten był przedmiotem badań od ponad 200 lat – pierwsze jego analizy były przeprowadzane w okresie powstawania konstytucji amerykańskiej gdzie motywacją było opracowanie reguł sprawiedliwego podziału poszczególnych sił politycznych. Balinski & Young [14] omówili i porównali liczne algorytmy zaokrąglania. W swoich eksperymentach zastosowałam algorytm stacjonarnego zaokrąglania opracowany przez Heinricha i in. [15]. Jeden z parametrów (n) algorytmu stacjonarnego zaokrąglania określa liczbę przedziałów, w których może się znaleźć zaokrąglane prawdopodobieństwo. Na przykład, jeśli $n = 5$, wówczas zaokrąglane prawdopodobieństwo może przyjąć następujące wartości: 0,0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, oraz 1,0. Jeśli z kolei $n = 1$, wówczas zaokrąglane prawdopodobieństwo może przyjąć tylko dwie wartości: 0,0 lub 1,0. W eksperymentach zaokrąglania zbadano następujące wartości parametru n=100, 10, 5, 4, 2, oraz 1. Każde prawdopodobieństwo w modelu było zaokrąglane do określonej dokładności, a następnie badana była jakość diagnostyczna modelu. Eksperyment był powtórzony 7 razy, tj. dla 7 różnych wartości parametru n, czyli za każdym razem model sieci bayesowskiej zawierał parametry o innej precyzji.

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów pokazały, że jakość diagnostyczna modelu sieci bayesowskiej pogarsza się wykładniczo wraz ze zmniejszaniem precyzji parametrów numerycznych. Jednakże należy zauważyć, że pogorszenie jakości diagnostycznej wynikało głównie z zaokrąglania wartości prawdopodobieństwa do 0,0. Wartość 0,0 jest specjalną wartością, szczególnie w odniesieniu do twierdzenia Bayesa. Jeśli określone zdarzenie ma prawdopodobieństwo równe 0,0, prawdopodobieństwo *a posteriori* tego zdarzenia również będzie równe 0,0. Dlatego też zmodyfikowano ten eksperyment, eliminując z rozkładów prawdopodobieństwa wartości 0,0, tzn., za każdym razem gdy wartość miała być zaokrąglana do 0,0, była zastępowana wartością ε, jednocześnie od prawdopodobieństwa z najwyższą wartością w danym rozkładzie była odejmowana wartość ε. Parametr ε, w moich badaniach, przyjmował następujące wartości: 0,0001, 0,001, oraz 0,01. Po zastąpieniu prawdopodobieństw równych 0,0 wartością parametru ε, pogorszenie jakości diagnostycznej modelu sieci bayesowskiej wynikające z zaokrąglania parametrów było minimalne. Wartość parametru ε nie miała znaczącego wpływu, tzn., każda z trzech przebadanych wartości 0,0001, 0,001, oraz 0,01 dawała podobne wyniki.

Wyniki tych eksperymentów wskazują, że jakość diagnostyczna modeli sieci bayesowskich nie jest czuła na zaokrąglanie parametrów numerycznych, może jednakże nastąpić znaczące pogorszenie jakości diagnostycznej modelu w sytuacji, jeśli wartości prawdopodobieństw zostaną zaokrąglone do zera. Jest to istotna wskazówka dla inżyniera wiedzy, który powinien unikać wartości 0,0 określając rozkłady

prawdopodobieństwa w modelach sieci bayesowskich. Jest to też z pewnością cecha modeli w dziedzinie medycyny, gdzie rzadko wykluczane jest określone zdarzenie, a więc rzadko występuje prawdopodobieństwo równe 0,0.



RYSUNEK 3.4. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji zmiennej n

Wyniki eksperymentu zaokrąglania parametrów numerycznych modelu *Lymphography* w funkcji zmiennej *n* przedstawia rysunek 3.4.

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów pokazały, że zmiany w strukturze sieci bayesowskiej, szczególnie w przypadku odwracania kierunku krawędzi, nie mają dużego wpływu na jakość diagnostyczną modelu. Okazało się, że usuwanie łuku ma silniejszy wpływ na dokładność diagnostyczną modelu niż jego odwrócenie. Dodatkowo, odwrócenie łuku ma silniejszy wpływ na jakość diagnostyczną w modelach typu naiwny Bayes i TAN[6] niż w modelach przyczynowo-skutkowych [3].

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów sugerują, że chociaż jakość diagnostyczna modeli sieci bayesowskich jest czuła na dokładność swoich parametrów numerycznych, małe ilości szumu nie wpływają znacznie na obniżenie jakości. Co więcej, wydaje się, że zbytnia pewność siebie eksperta, który określa parametry numeryczne modelu jest bezpieczniejszą strategią niż brak pewności siebie.

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów wskazują na to, że jakość diagnostyczna modeli sieci bayesowskich nie jest czuła na zaokrąglanie parametrów numerycznych. Znaczące pogorszenie jakości diagnostycznej modelu może nastąpić w sytuacji, jeśli wartości prawdopodobieństw zostaną zaokrąglone do zera. Jest to istotna wskazówka dla inżyniera wiedzy, który powinien unikać wartości 0,0 określając

[6] TAN: Tree Augmented Naive Bayes

rozkłady prawdopodobieństwa w modelach sieci bayesowskich. Jest to też z pewnością cecha modeli w dziedzinie medycyny, gdzie rzadko występuje prawdopodobieństwo równe 0,0.

Wyniki przedstawionych eksperymentów są istotną wskazówką dla inżynierów wiedzy, którzy konstruują modele sieci bayesowskich szczególnie w sytuacji, gdy korzystają z wiedzy ekspertów lub gdy parametry numeryczne modeli są estymowane z niekompletnych zbiorów danych.

Bibliografia

[1] Pearl J., *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems, Networks of Plausible Inference*, Morgan Kaufmann, 1988

[2] Oniśko A., Druzdzel M.J., *Impact of Bayesian Network model Structure on the Accuracy of Medical Diagnostic Systems*, "Proceedings of 13th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing" (ICAISC'2014), red. L. Rutkowski, M. Korytkowski, R. Scherer, R. Tadeusiewicz, L. A. Zadeh, J. M. Zurada, Heidelberg, Springer, Lecture Notes in Computer Science, t. 8467, s. 167-178, Zakopane, 1-5 czerwca 2014

[3] Mackiewicz G. and Oniśko A., *The impact of structural and numerical quality of Bayesian network models on their accuracy*. "In Working Notes of the Conference on Risk and Decision-Making", Wellington, New Zealand, 13-14 listopada, 2019

[4] Dua D. and Graff C., UCI Machine Learning Repository [http://archive.ics.uci.edu/ml]. Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science, 2019

[5] Koiter J.R., *Visualizing Inference in Bayesian Networks. Master's thesis,* Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2006

[6] Kononenko I., *Inductive and Bayesian learning in medical diagnosis*, "Applied Artificial Intelligence", 1993, 7, s. 317–337

[7] Oniśko A. and Druzdzel M.J., *Effect of Imprecision in Probabilities on Bayesian Network Models. An Empirical Study*. "In Working Notes of the Workshop on Model-based and Qualitative Reasoning in Biomedicine, European Conference on Artificial Intelligence in Medicine" (AIME-03), Protaras, Cypr, 19-22 października 2003

[8] Druzdzel M.J., Oniśko A., *The Impact of Overconfidence Bias on Practical Accuracy of Bayesian Network Models. An Empirical Study*, In Working Notes of the 2008 Bayesian Modelling Applications Workshop, Special Theme: How Biased Are Our Numbers? Part of the Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-2008), Helsinki, Finland, 9 lipca 2008

[9] Oniśko A., Druzdzel M.J., *Impact of Quality of Bayesian Networks Parameters on Accuracy of Medical Diagnostic Systems, An Empirical Study*, "In Working Notes of the Workshop Probabilistic Models in Biomedicine. European Conference on Artificial Intelligence in Medicine" (AIME-11), Bled, Slovenia, 2011

[10] Oniśko A., Druzdzel M.J., *Impact of Precision of Bayesian Networks Parameters on Accuracy of Medical Diagnostic Systems*. "Artificial Intelligence in Medicine", 2013, 57(3), s. 197-206

[11] Pradhan M, Henrion M, Provan G, del Favero B, Huang K. *The Sensitivity of Belief Networks to Imprecise Probabilities: an Experimental Investigation*, "Artificial Intelligence", 1996, 85(1-2), s. 363–97

[12] Onisko A., Druzdzel M.J., Wasyluk H., Extension of the Hepar II Model to Multiple-Disorder Diagnosis. In: Kłopotek M, Michalewicz M, Wierzchoń S, editors. "Intelligent Information Systems", Advances in Soft Computing series. Heidelberg: Physica-Verlag (A Springer-Verlag Company); s. 303–13, 2000

[13] Pradhan M., Provan G., Middleton B., and Henrion Max, *Knowledge engineering for large belief networks*, "In Proceedings of the Tenth Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence" (UAI-94), s. 484-490, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA, 1994.

[14] Balinski ML, Young HP, *Fair Representation. Meeting the Ideal of One Man, One Vote*, Yale University Press, New Haven, CT, 1982

[15] Heinrich L, Pukelsheim F, Schwingenschlogl U., *On Stationary Multiplier Methods for the Rounding of Probabilities and the Limiting Law of the Sainte-Lague Divergence*. "Statistics and Decisions", 2005, 23, s. 117–29

Abstract

Knowledge engineering for modeling with Bayesian networks

Bayesian network models have been applied to both medical diagnosis and prognosis. Knowledge engineering for building Bayesian network models consists of domain knowledge acquisition, transforming this knowledge into an acyclic directed graph and determining conditional probability distributions. This process often requires combining data from different sources. The source of the data can be expert knowledge or objective data. Knowledge engineer plays an important role in this process and has to master the techniques of obtaining knowledge from an expert, understand the modeled field, have the ability to process medical data, also when they are incomplete. Although there are methods for automatic learning Bayesian networks from data, it is difficult to build a model without the assistance of an expert and knowledge engineer especially in the field of medicine. Most knowledge engineers believe that Bayesian networks are not sensitive to the diagnostic accuracy of their numerical parameters and that their graphical structure is much more important. In this chapter, I present the results of experiments in which the following were investigated: (1) the impact of the graphical structure and (2) the impact of the quality of numerical parameters on the diagnostic accuracy of Bayesian network models. The following chapter describes the techniques and methods to use when building Bayesian network models especially in the context of their numerical parameters.

Keywords: Bayesian networks, knowledge engineering, numerical parameters, sensitivity

DOI: 10.24427/978-83-66391-85-7_4

Rozdział 4
Rozwiązania modelu opisującego rozwój podpopulacji nietoperzy – analiza przy użyciu interaktywnego arkusza programu Maple

Anna Poskrobko[7]
Wydział Informatyki, Politechnika Białostocka

Streszczenie: W artykule przedstawiono analizę zachowania rozwiązań matematycznego modelu opisującego rozwój populacji nietoperzy. Opisano szczegółowo założenia modelu oraz przyrodnicze motywacje jego konstrukcji. Między innymi uwzględniono specyficzną strategię wyszukiwania kryjówek, ograniczony zasięg detekcji nietoperzy w trudnym, pełnym przeszkód, środowisku oraz umiejętność przekazywania informacji w grupie. Zachowanie populacji nietoperzy oraz ich strategia wyszukiwań kryjówek została opisana w pracy po obserwacji zachowań dwóch gatunków nietoperzy zamieszkujących Puszczę Białowieską. Prezentowany model oparty jest na układzie równań różniczkowych zwyczajnych. W pracy przedstawiamy wybrane symulacje rozwiązań w oparciu o interaktywny arkusz programu Maple. Taki interaktywny arkusz pozwala analizować zachowanie rozwiązań numerycznych przy dynamicznej zmianie wielu parametrów modelu. W pracy opisano szczegółowo konstrukcję oraz działanie takiego arkusza, w którym użyto programowalnych, wbudowanych komponentów programu Maple.

Słowa kluczowe: arkusz interaktywny Maple, nietoperze, model matematyczny

Wprowadzenie

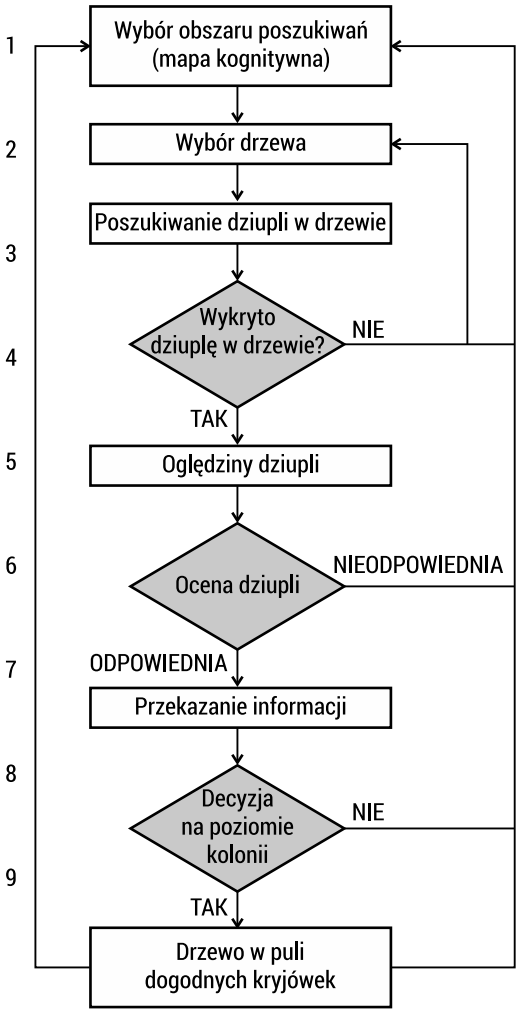
Prezentowany w pracy model odzwierciedla zachowanie oraz strategię wyszukiwania kryjówek dwóch gatunków nietoperzy zamieszkujących Puszczę Białowieską: borowca wielkiego (*Nyctalus noctula)* oraz borowca leśnego lub inaczej borowiaczka *(Nyctalus leisleri)*. Informacje zawarte w pracy, dotyczące strategii wyszukiwania kryjówek zaczerpnięte są głównie z artykułu [4].

[7] Praca została zrealizowana w ramach projektu WZ/WI-IIT/1/2020 finansowanego przed Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Większość nietoperzy nie potrafi samodzielnie budować schronień. Ssaki te w związku z tym zasiedlają obszary obfitujące w miejsca żerowania oraz różnego rodzaju kryjówki (naturalne lub stworzone przez człowieka). Oba wspomniane gatunki zasiedlają zazwyczaj dziuple drzew. Nietoperze, niezależnie od wieku, przez całe swoje życie poszukują kryjówek. Jedna kolonia nietoperzy może w ciągu roku użytkować nawet kilkanaście kryjówek, zmieniając je co jakiś czas, transportując przy tym swoje młode. Niektóre gatunki nietoperzy tworzą też kolonie rozrodcze, które przenoszą się na nowe miejsca co kilka dni. Pozwala to unikać pasożytów, rozwijających się w dziuplach, a także zmniejszyć ryzyko drapieżnictwa. Duże kolonie (składające się z osobników obu płci) ssaki te tworzą zimą. Przy czym, niektóre gatunki nietoperzy dokonują migracji także o tej porze roku, przerywając stan hibernacji. Dzieje się tak w czasie długotrwałych ociepleń. Nietoperze poszukują wówczas chłodniejszych kryjówek, gdzie niższa temperatura pozwala zredukować wszystkie funkcje życiowe i ograniczyć zużycie tkanki tłuszczowej. Zatem nieustanna migracja jest cechą charakterystyczną życia wszystkich gatunków nietoperzy. Wydaje się zatem słuszne, budując model opisujący zachowanie nietoperzy, skupić się głównie na tym aspekcie ich życia. Pomimo, że nietoperze tuż po gryzoniach są najliczniejszym pod względem liczby gatunków, rzędem ssaków, to jak podkreślają wszyscy badacze, zwyczaje nietoperzy przede wszystkim ze względu na skryty tryb życia, są jednak jeszcze stosunkowo słabo zbadane. Najlepiej opisane jest zjawisko migracji. Chociaż i tutaj dane dotyczące samej strategii wyszukiwania przez nietoperze pojedynczych dziupli pochodzą z badań laboratoryjnych i eksperymentów ze sztucznymi kryjówkami [3, 4, 5, 6]. Zgodnie z tymi badaniami nietoperze wybierają jedynie miejsca, które dają szansę na dalszy rozwój. Ponadto, ssaki te posiadają umiejętność przenoszenia zdobytych informacji wśród osobników kolonii [1], a także wykazują się pamięcią dotyczącą rozkładu siedlisk w terenie (która nie słabnie pomimo hibernacji i pozwala wrócić do raz wykrytej kryjówki) [8], a maksymalny zasięg wykrywania nowych dziupli to 90 m. Te wszystkie informacje pochodzące z obserwacji rzeczywistych populacji nietoperzy wykorzystano tworząc model oraz wykonując symulacje komputerowe. Zgodnie ze strategią wyszukiwania poszczególnych siedlisk przez pojedyncze osobniki [4], (rysunek 4.1) nietoperz: 1) wybiera teren w pobliżu kryjówki, który penetruje w poszukiwaniu nowego siedliska, 2) znajduje potencjalne drzewo wykorzystując echolokację, wizję oraz uzyskaną wcześniej wiedzę nt. przestrzennego rozmieszczenia drzew, 3) wyszukuje zagłębienia w wybranym drzewie, 4) sprawdza wnętrze zagłębienia, 5)–6) ocenia jego jakość, 7) przenosi informację do kolonii o obecności odpowiedniej dziupli, 8) na podstawie tych informacji kolonia lub jej część decyduje się na przenosiny lub nie, 9) wykryta dziupla wchodzi do zbioru znanych kryjówek, które mogą być użyte ponownie w przyszłości (pamięć).

Nasz model opisuje układ zamknięty (ze skończoną liczbą możliwych siedlisk). W przyrodzie oczywiście taki model nie występuje, w rzeczywistych systemach zawsze znajdą się możliwości dalszej dyspersji populacji. Według opisywanego teoretycznego układu zamkniętego, gdy liczba wszystkich osobników zaczyna zbliżać

się do poziomu sumy pojemności wszystkich kryjówek układ przestaje dobrze opisywać stan rzeczywisty spotykany w przyrodzie. Nadwyżka osobników przestaje być uwzględniona w modelu.



RYSUNEK 4.1. Strategia wyszukiwania kryjówek przez nietoperze i pozyskiwanie informacji o występowaniu i rozmieszczeniu dziupli w lesie

ŹRÓDŁO: [4]

Model matematyczny przedstawiony w pracy opisuje rozwój kolonii nietoperzy i jej podział na podpopulacje. Przy konstrukcji modelu uwzględniono uwagi biologiczne opisane wyżej, czyli szczególną strategię wyszukiwania kryjówek, ograniczony zasięg detekcji oraz dyspersyjny charakter rozwoju kolonii. Model oparty jest na układzie równań różniczkowych zwyczajnych. Większość informacji biologicznych

zaczerpnięto z pracy [4], która poza częścią zawierającą opisy biologiczne opisuje także symulację komputerową w języku programowania C++. Symulacja ta obrazuje strategię wyszukiwania dziupli przez pojedynczego osobnika w terenach o różnych topografiach. Natomiast praca [7] prezentuje podejście teoretyczne i używa narzędzi matematycznych (równań różnicowych) do opisu zachowania i orbit ruchu pojedynczych osobników wyszukujących dziuple. Według naszej wiedzy nie ma innych prac, które opisywałyby przy użyciu narzędzi matematycznych zachowanie całej kolonii nietoperzy i jej dyspersyjno-dyfuzyjny charakter.

Model przedstawiony w kolejnym rozdziale został szczegółowo opisany w artykule [1]. W niniejszej pracy skupiono się raczej na analizie numerycznych rozwiązań modelu i ocenie ich adekwatności w odniesieniu do opisanej wyżej strategii wyszukiwania kryjówek i dyspersyjno-dyfuzyjnego charakteru rozwoju pojedynczej kolonii. Analizy rozwiązań dokonano przy użyciu interaktywnego arkusza programu Maple 16. Dużą część pracy stanowi opis konstrukcji samego arkusza jego użycia. Arkusz dostępny jest online i pozwala na weryfikację zaprezentowanych tutaj wyników.

4.1. Model matematyczny

Model matematyczny opisujący rozwój populacji nietoperzy i ich zachowanie oparty jest na układzie $\boldsymbol{n}$ równań różniczkowych, gdzie $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$ jest liczbą kryjówek w rozpatrywanym terenie.

$$x_i'(t) = \underbrace{k_i\left(x_i(t)\right)x_i(t)}_{(1)} + \underbrace{\left[\sum_{j=1, j\neq i}^{n} \varphi\left(\xi_{ij}\right)\left(k_0 - k_j\left(x_j(t)\right)\right)\cdot x_j(t)\right]}_{(2)} \cdot \underbrace{J\left(\frac{x_i(t)}{c_i}\right)}_{(3)} \tag{2.1}$$

dla $i = 1, 2, ..., n$. Poniżej zdefiniowano zmienne, funkcje i parametry oraz podano interpretację poszczególnych części modelu.

Zmienna x_i, $i = 1, 2, ..., n$ opisuje wielkość populacji nietoperzy w i-tej kryjówce. W modelu użyto następujących współczynników i funkcji:

- k_0 współczynnik narodzin, wspólny dla całej populacji nietoperzy;
- c_i optymalna pojemność kryjówki (dziupli). Określenie „optymalna pojemność" oznacza nie tylko wielkość kryjówki, ale także opisuje inne jej zalety, takie jak dogodny mikroklimat czy też właściwe położenie zapewniające ochronę przed drapieżnikami lub niekorzystnymi warunkami pogodowymi, itp.;
- $k_i : [0,\infty) \to (-k_0, k_0), i = 1,2,\ldots,n$ funkcja wzrostu zależna od wielkości populacji w i-tej kryjówce. Funkcja opisuje przyrost i ubytek populacji, składa się nań, rozmnażanie, śmiertelność oraz migracja. Zakładamy, że funkcja k_i jest ciągła

na przedziale $(c_i - \eta, c_i + \eta)$, gdzie η jest dowolnie małe, równa k_0 dla argumentów z przedziału $(0, c_i - \eta)$ oraz równa $-k_0$ dla argumentów z przedziału $(c_i + \eta, \infty)$;
- ξ_{ij} odległość pomiędzy *i*-tą a *j*-tą kryjówką;
- *a* maksymalny zasięg detekcji nietoperzy przy poszukiwaniu kryjówek do zasiedlenia;
- $\varphi : (0, \infty) \to (0,1)$ funkcja odległości pomiędzy dwiema dowolnymi kryjówkami. Zakładamy, że φ jest malejąca na przedziale (0, *a*) oraz równa 0 poza nim;
- *J* funkcja odzwierciedla punkt 8) strategii opisanej w rozdziale 1, czyli ewentualną decyzję o migracji części osobników oraz kontynuację dalszych poszukiwań pozostałej części kolonii pozostającej w starym siedlisku. Zakładamy, że funkcja *J* jest różniczkowalna na swojej dziedzinie oraz równa 1 dla argumentów z przedziału $(0, 1-\sigma)$, gdzie σ jest dowolnie małe oraz równa 0 dla argumentów z przedziału $(1, \infty)$.

Części modelu oznaczone numerami od (1) do (3) opisują poszczególne etapy rozwoju kolonii nietoperzy oraz jej dyspersję na podpopulacje zamieszkujące osobne kryjówki.

1. W początkowej fazie rozwoju kolonia nietoperzy zamieszkująca *i*-tą kryjówkę korzysta jedynie z jej zasobów, czyli wykorzystuje jej optymalną pojemność oraz korzysta ze źródeł pożywienia znajdujących się w otoczeniu *i*-tej kryjówki.
2. Gdy pojemność *i*-tej kryjówki zaczyna być niewystarczająca dochodzi do migracji części osobników. Rozpoczyna się dyspersja kolonii do kryjówek znajdujących się w obrębie maksymalnej detekcji. Oznacza to, że część kolonii przenosi się do nowych kryjówek położonych w odległości nie większej niż *a* od zamieszkiwanej *i*-tej kryjówki.
3. Ta część modelu opisuje „atrakcyjność" *i*-tej kryjówki, która spada wraz ze wzrostem liczebności populacji ją zamieszkującej. Użycie funkcji *J* opisuje ewentualną decyzję o migracji części osobników kolonii i kontynuacji dalszych poszukiwań nowych, dogodnych kryjówek przez osobniki pozostające w starym *i*-tym siedlisku.

W pracy [1] udowodniono, że poszczególne rozwiązania x_i, $i = 1, 2, ..., n$ modelu (2.1) stabilizują się na poziomie bliskim wartości c_i, czyli optymalnej pojemności *i*-tej dziupli.

4.2. Interaktywny arkusz Maple

Przedstawimy tutaj dokładną konstrukcję interaktywnego arkusza Maple 16, który pozwala analizować numeryczne rozwiązania modelu (2.1). Maple to program komputerowy typu CAS służący do wykonywania obliczeń symbolicznych. Język programowania Maple jest językiem interpretowanym o dynamicznych typach danych. Obsługiwane są w nim obliczenia symboliczne i numeryczne oraz wizualizacja. Program pozwala także tworzyć niestandardowe interfejsy użytkownika, w tym

interaktywne arkusze, które pozwalają na analizowanie kilku procesów lub wątków jednocześnie. Arkusz interaktywny złożony jest z programowalnych, wbudowanych komponentów (*Embedded Components*) programu Maple. Komponenty to proste elementy interfejsu graficznego, które można osadzić w dokumencie, a następnie połączyć ze sobą odpowiednią programowalną akcją. Tworząc arkusz pozwalający na dynamiczną obserwację zmian zachowań rozwiązań numerycznych modelu (2.1) przy dynamicznej zmianie parametrów użyliśmy komponentów trzech typów: *Etykieta (Label)*, *Suwak (Slider)* oraz *Wykres (Plot)*. Każdy z komponentów został zaprogramowany w jednolity sposób, opisany w ramce Listing 1. Pierwsza część arkusza (rysunek 4.2) to tabela *„Współrzędne kryjówek"*. Posługując się suwakami użytkownik może określić położenie kryjówek w terenie. W aplikacji rozważamy cztery kryjówki *A*, *B*, *C* oraz *D*, które traktowane są jako cztery punkty położone w wycinku płaszczyzny kartezjańskiej $\mathbb{R}^2$ o wymiarach 200×200. W części *„Odległość między kryjówkami"* automatycznie wyliczane są odległości między nimi. Co pozwala ustalić czy są one w promieniu maksymalnej detekcji nietoperzy czy też ich oddalenie utrudnia do nich dostęp, a co za tym idzie ich zasiedlenie. Odległość między kryjówkami wyliczana jest przy użyciu standardowego wzoru na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej $\mathbb{R}^2$. Przy zmianie współrzędnych kryjówek pojawia się dynamiczna wizualizacja rozmieszczenia kryjówek w terenie (wykres *„Układ kryjówek w terenie"*). Używając suwaków w części *„Warunki początkowe"* użytkownik może określić początkowy (w chwili $t = 0$) stopień zasiedlenia poszczególnych dziupli drzew. Wielkości $x_1(0)$, $x_2(0)$, $x_3(0)$ oraz $x_4(0)$ odpowiadają w podanej kolejności początkowemu zasiedleniu kryjówek drzew *A*, *B*, *C* oraz *D*. Podobnie sterować też można optymalną pojemnością poszczególnych kryjówek zmieniając współczynniki c_1, c_2, c_3 oraz c_4, które w podanej kolejności odpowiadają kryjówkom *A*, *B*, *C* oraz *D*. Możliwe jest także ręczne ustawienie współczynnika maksymalnego zasięgu detekcji nietoperzy. Arkusz pozwala na wybór współczynnika w zakresie od 5 do 90 metrów, w zależności czy rozważamy odpowiednio teren trudny, pełen przeszkód czy też przeciwnie, jest to obszar wolny od obiektów, które mogłyby zakłócać wyszukiwanie kryjówek. Sterować też możemy w niewielkim zakresie współczynnikiem narodzin wybierając wartość z przedziału (0, 1). Nietoperze odznaczają się niskim poziomem rozrodu, wydając na świat zwykle tylko jedno młode stąd niewielki zakres wartości tego współczynnika. Pozostałe części arkusza to między innymi wykresy poszczególnych funkcji – składowych modelu, czyli funkcji φ, J oraz k_i dla $i = 1, 2, 3, 4$. Kluczowe dla analizy numerycznej modelu są wykresy jego rozwiązań umieszczone w centralnej części arkusza. Rysunek 4.2 prezentuje wygląd całego arkusza interaktywnego. Każde użycie dowolnego *Suwaka* powoduje dynamiczne zmiany wartości wyświetlane w odpowiadających *Etykietach* oraz zmiany na poszczególnych *Wykresach*.

Programując poszczególne komponenty arkusza użyliśmy następujących funkcji

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x}{a} & \text{dla} \quad x < a \\ 0 & \text{dla} \quad x \geq a \end{cases},$$

$$J(x)=\begin{cases} 1 & \text{dla} \quad x<\dfrac{7}{8} \\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\sin(-8\pi x+\dfrac{15}{2}\pi) & \text{dla} \quad \dfrac{7}{8}\le x<1 \\ 0 & \text{dla} \quad x\ge 1 \end{cases}$$

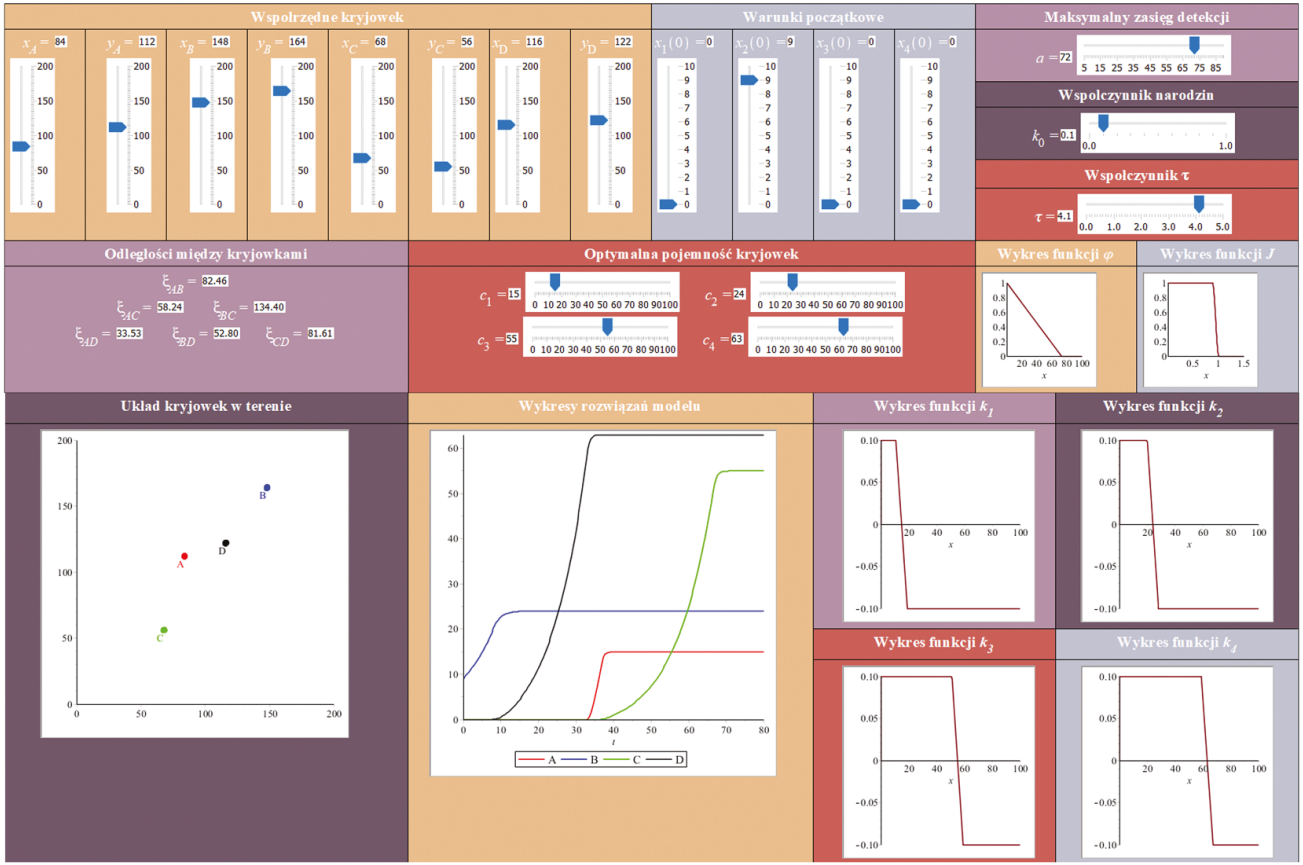
oraz

$$k_i(x)=\begin{cases} k_0 & \text{dla} \quad x<c_i-\tau \\ \dfrac{k_0}{\tau}(c_i-x) & \text{dla} \quad c_i-\tau\le x<c_i+\tau \\ -k_0 & \text{dla} \quad x\ge c_i+\tau \end{cases},$$

gdzie $i = 1, 2, 3, 4$. Arkusz pozwala na sterowanie wartością współczynnika τ w zakresie od 0 do 5. Tak dobrane funkcje spełniają opisane wcześniej założenia. W szczególności funkcja φ jest malejąca w przedziale $(0, a)$, a funkcja J spełnia założenie o różniczkowalności na całej swojej dziedzinie. Dodatkowo przyjęta liniowość funkcji φ na przedziale $(0, a)$ obrazuje proporcjonalny spadek zainteresowania nietoperzy kryjówkami położonymi coraz dalej od ich pierwotnego siedliska. Podobnie przyjęta ścisła monotoniczność funkcji J na przedziale $(1-\sigma, 1)$ dla $\sigma = \frac{1}{8}$ obrazuje stopniowy spadek „atrakcyjności" kryjówki wraz ze wzrostem liczebności populacji ją zamieszkującej.

Firma MapleSoft rozwijająca i dystrybuująca program Maple udostępnia serwer MapleCloud, na którym użytkownicy mogą zamieszczać swoje arkusze oraz udostępniać je całej społeczności lub wybranym osobom. Aktywne korzystanie z udostępnionych arkuszy nie wymaga od użytkownika posiadania programu Maple. Interaktywny arkusz opisany w pracy znajduje się pod adresem: https://maple.cloud/app/5328086670770176/Rozwiazania+modelu+opisujacego+rozwoj+podpopulacji+nietoperzy. Nazwa dokumentu: *Rozwiązania modelu opisującego rozwój podpopulacji nietoperzy.* Data publikacji: 10.01.2021.

Niestety, część arkuszy interaktywnych udostępnianych online nie działa do końca prawidłowo lub wizualnie odbiega od pierwotnej wersji. Wynika to z pewnych niedociągnięć po stronie producenta. Tak jest też w przypadku opisywanego arkusza. Jego wygląd (krój i wielkość czcionki, kolorystyka itp.) odbiega nieco od tego co zamieszczono na rysunku 4.2. Udostępniony arkusz można też pobrać na swój komputer i korzystać z niego bezpośrednio w aplikacji Maple bez opisanych wyżej problemów.



RYSUNEK 4.2. **Wygląd arkusza interaktywnego**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**

LISTING 4.6. Kod programujący każdy komponent interaktywnego dokumentu
ŹRÓDŁO: opracowanie własne

```
use DocumentTools, plots, plottools in

#Coordinates*of*tree*cavities
Do(xA = %Slider1);
Do(%Label1(caption) = sprintf(“%.0f”, xA));

Do(yA = %Slider2);
Do(%Label2(caption) = sprintf(“%.0f”, yA));

Do(xB = %Slider3);
Do(%Label3(caption) = sprintf(“%.0f”, xB));

Do(yB = %Slider4);
Do(%Label4(caption) = sprintf(“%.0f”, yB));

Do(xC = %Slider5);
Do(%Label5(caption) = sprintf(“%.0f”, xC));

Do(yC = %Slider6);
Do(%Label6(caption) = sprintf(“%.0f”, yC));

Do(xD = %Slider7);
Do(%Label7(caption) = sprintf(“%.0f”, xD));

Do(yD = %Slider8);
Do(%Label8(caption) = sprintf(“%.0f”, yD));

#Initial*conditions
Do(x10 = %Slider9);
Do(%Label9(caption) = sprintf(“%.0f”, x10));

Do(x20 = %Slider10);
Do(%Label10(caption) = sprintf(“%.0f”, x20));

Do(x30 = %Slider11);
Do(%Label11(caption) = sprintf(“%.0f”, x30));
```

```
Do(x40 = %Slider12);
Do(%Label12(caption) = sprintf("%.0f", x40));

#Distances*between*the*tree*cavities
Do(d12=sqrt((%Slider1-%Slider3)^2+(%Slider2-%Slider4)^2));
Do(%Label17(caption) = sprintf("%.2f", d12));

Do(d13=sqrt((%Slider1-%Slider5)^2+(%Slider2-%Slider6)^2));
Do(%Label18(caption) = sprintf("%.2f", d13));

Do(d23=sqrt((%Slider3-%Slider5)^2+(%Slider4-%Slider6)^2));
Do(%Label19(caption) = sprintf("%.2f", d23));

Do(d14=sqrt((%Slider1-%Slider7)^2+(%Slider2-%Slider8)^2));
Do(%Label20(caption) = sprintf("%.2f", d14));

Do(d24=sqrt((%Slider3-%Slider7)^2+(%Slider4-%Slider8)^2));
Do(%Label21(caption) = sprintf("%.2f", d24));

Do(d34=sqrt((%Slider5-%Slider7)^2+(%Slider6-%Slider8)^2));
Do(%Label22(caption) = sprintf("%.2f", d34));

#Location*of*the*tree*cavities
Do(A=textplot([%Slider1-2,%Slider2-2, 'typeset'("A ")], 'align'='below', color=red)):

Do(B=textplot([%Slider3-2,%Slider4-2, 'typeset'("B ")], 'align'='below', color=blue)):

Do(C=textplot([%Slider5-2,%Slider6-2, 'typeset'("C ")], 'align'='below', color=green)):

Do(F=textplot([%Slider7-2,%Slider8-2, 'typeset'("D ")], 'align'='below')):

Do(%Plot1=plots[display]([A,circle([%Slider1,%Slider2], 1,color=red),B,circle([%Slider3,%Sli
der4], 1,color=blue),C,circle([%Slider5,%Slider6], 1,color=green),F,circle([%Slider7,%Slider8],
1,color=black)], view = [0 .. 200, 0 .. 200], thickness = 5));
```

```
#Optimal*capacities*of*the*tree*cavities
Do(c1 = %Slider23);
Do(%Label23(caption) = sprintf("%.0f", c1));

Do(c2 = %Slider24);
Do(%Label24(caption) = sprintf("%.0f", c2));

Do(c3 = %Slider25);
Do(%Label25(caption) = sprintf("%.0f", c3));

Do(c4 = %Slider26);
Do(%Label26(caption) = sprintf("%.0f", c4));
#Maximum*range*of*the*detection
Do(a = %Slider31);
Do(%Label31(caption) = sprintf("%.0f", a));

#Birth*coefficient
Do(k0 = %Slider32);
Do(%Label32(caption) = sprintf("%.1f", k0));

#Coefficient*tau
Do(tau = %Slider33);
Do(%Label33(caption) = sprintf("%.1f", tau));

#Graph*of*the*function*k_1
Do(k1 = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x <= 0, 0, x <= c1-tau, k0, x <= c1+tau,
-k0*x/tau+k0*c1/tau, c1+tau < x, -k0) end proc);
Do(%Plot4 = plot(k1(x), x = 0 .. 100));

#Graph*of*the*function*k_2
Do(k2 = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x <= 0, 0, x <= c2-tau, k0, x <= c2+tau,
-k0*x/tau+k0*c2/tau, c2+tau < x, -k0) end proc);
Do(%Plot5 = plot(k2(x), x = 0 .. 100));

#Graph*of*the*function*k_3
Do(k3 = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x <= 0, 0, x <= c3-tau, k0, x <= c3+tau,
-k0*x/tau+k0*c3/tau, c3+tau < x, -k0) end proc);
Do(%Plot6 = plot(k3(x), x = 0 .. 100));
```

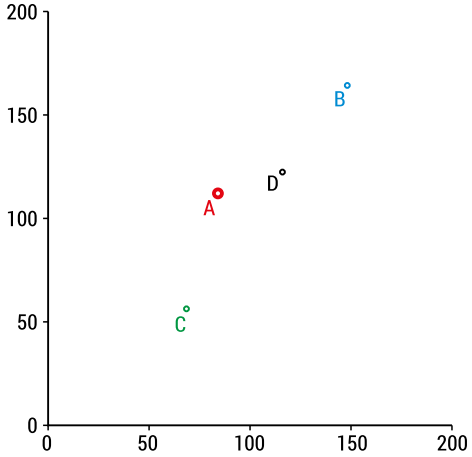
```
#Graph*of*the*function*k_4
Do(k4 = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x <= 0, 0, x <= c4-tau, k0, x <= c4+tau,
-k0*x/tau+k0*c4/tau, c4+tau < x, -k0) end proc);
Do(%Plot7 = plot(k4(x), x = 0 .. 100));

#Graph*of*the*function*phi
Do(phi = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x < 0, 0, x <= a, -x/a+1, a < x, 0) end proc);
Do(%Plot8 = plot(phi(x), x = 0 .. 100));


#Graph*of*the*function*J
Do(J = proc (x) options operator, arrow; piecewise(x < 7/8, 1, 7/8 <= x and x < 1, 1/2+(1/2)*sin(-
-8*Pi*x+(15/2)*Pi), 7/8 <= x, 0) end proc);
Do(%Plot9 = plot(J(x), x = 0 .. 1.5));

#System*first*part
Do(row1 = (diff(x1(t), t) = k1(x1(t))*x1(t)+(phi(d12)*(k0-k2(x2(t)))*x2(t)+phi(d13)*(k0-
-k3(x3(t)))*x3(t)+phi(d14)*(k0-k4(x4(t)))*x4(t))*J(x1(t)/
c1)));

Do(row2 = (diff(x2(t), t) = k2(x2(t))*x2(t)+(phi(d12)*(k0-k1(x1(t)))*x1(t)+phi(d23)*(k0-k3(x3(t)))*
x3(t)+phi(d24)*(k0-k4(x4(t)))*x4(t))*J(x2(t)/c2)));

Do(row3 = (diff(x3(t), t) = k3(x3(t))*x3(t)+(phi(d13)*(k0-k1(x1(t)))*x1(t)+phi(d23)*(k0-k2(x2(t)))*
x2(t)+phi(d34)*(k0-k4(x4(t)))*x4(t))*J(x3(t)/c3)));

Do(row4 = (diff(x4(t), t) = k4(x4(t))*x4(t)+(phi(d14)*(k0-k1(x1(t)))*x1(t)+phi(d24)*(k0-k2(x2(t)))*
x2(t)+phi(d34)*(k0-k3(x3(t)))*x3(t))*J(x4(t)/c4)));

Do(sys = dsolve({row1, row2, row3, row4, x1(0) = x10, x2(0) = x20, x3(0) = x30, x4(0) = x40},
{x1(t), x2(t), x3(t), x4(t)}, type = numeric, output = listprocedure));

Do(%Plot2 = odeplot(sys, [[t, x1(t), color = red], [t, x2(t), color = blue], [t, x3(t), color = green],
[t, x4(t), color = black]], 0 .. 80,legend=[„A”,”B”,”C”,”D”]));

end use;
```

4.3. Analiza wybranych przypadków przy użyciu arkusza interaktywnego Maple

W tym rozdziale rozważy się pięć przypadków przy różnym układzie kryjówek w terenie, różnym początkowym ich zasiedleniu, zakładanych pojemnościach optymalnych oraz przy różnej maksymalnej detekcji opisującej pośrednio odmienny, pod względem liczby przeszkód, rozważany teren.

Przypadek 1

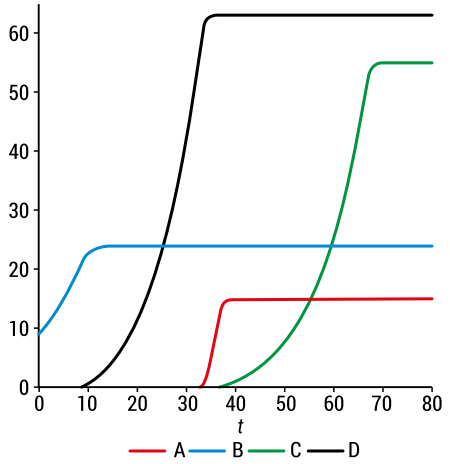
Rozważa się cztery kryjówki o współrzędnych $\boldsymbol{A}$ **= (84, 112),** $\boldsymbol{B}$ **= (148, 164),** $\boldsymbol{C}$ **= (68, 56),** $\boldsymbol{D}$ **= (116, 122)** (rysunek 4.3).



RYSUNEK 4.3. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 1

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

W chwili $\boldsymbol{t} = 0$ zasiedlona jest jedynie kryjówka $\boldsymbol{B}$, gdzie $\boldsymbol{x}_2(0) = 9$ oraz $\boldsymbol{x}_1(0) = \boldsymbol{x}_2(0) = \boldsymbol{x}_3(0) = 0$. Optymalna pojemność zasiedlonej dziupli jest równa $\boldsymbol{c}_2 = 24$. Odległości zamieszkałej kryjówki $\boldsymbol{B}$ od pozostałych dziupli drzew są następujące $\xi_{AB} = 82{,}46$, $\xi_{BC} = 134{,}4$, $\xi_{BD} = 52{,}8$, (ustawienia arkusza interaktywnego na rysunku 4.2). Przy zasięgu detekcji ustawionym na poziomie $\boldsymbol{a} = 72$ jedynie dziupla $\boldsymbol{D}$ pozostaje w zasięgu detekcji kolonii. Jak widać na rysunku 4.4, w początkowej fazie rozwoju kolonia nietoperzy zamieszkująca kryjówkę $\boldsymbol{B}$ korzysta jedynie z jej zasobów. W chwili, gdy liczebność populacji zaczyna być bliska optymalnej pojemności dziupli rozpoczyna się migracja, najpierw do kryjówki $\boldsymbol{D}$ jedynej dostępnej w obrębie detekcji, po wyczerpaniu i jej zasobów następuje dyspersja kolonii do kolejnych kryjówek $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{C}$.

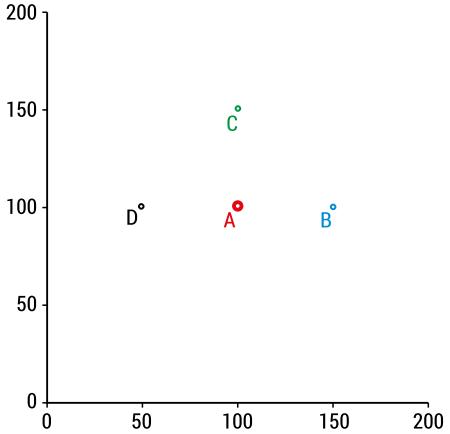


RYSUNEK 4.4. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 1

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

Przypadek 2

Rozważa się cztery kryjówki o współrzędnych $\boldsymbol{A} = (100, 100)$, $\boldsymbol{B} = (150, 100)$, $\boldsymbol{C} = (100, 150)$, $\boldsymbol{D} = (50, 100)$ (rysunek 4.5).

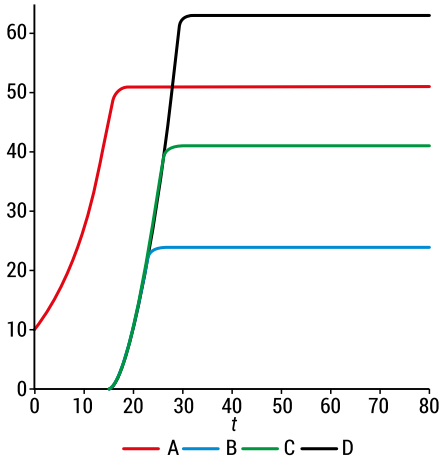


RYSUNEK 4.5. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 2

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

W chwili początkowej zasiedlona jest jedynie kryjówka $\boldsymbol{A}$, gdzie $\boldsymbol{x}_1(0) = 10$. Pozostałe trzy kryjówki $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ i $\boldsymbol{D}$ położone są w jednakowych odległościach od zamieszkałej dziupli $\boldsymbol{A}$. Rysunek 4.6 prezentuje wykresy rozwiązań przy zasięgu detekcji $\boldsymbol{a} = 89$, czyli w przypadku obszaru wolnego od obiektów zakłócających wyszukiwanie kryjówek. Jak widać po wyczerpaniu zasobów zamieszkałej kryjówki następuje migracja

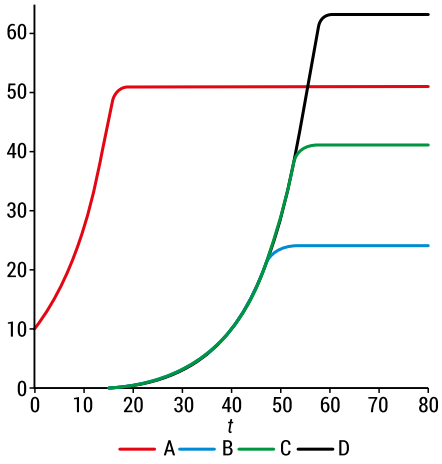
i jednoczesna dyspersja do wszystkich pozostałych dostępnych kryjówek równooddalonych od dziupli ***A***. Arkusz interaktywny w opisywanym przypadku prezentuje rysunek 4.13.



RYSUNEK 4.6. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 2 dla *a* = 89

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

Gdy przy tym samym układzie kryjówek rozważy się jednak teren trudny, pełen przeszkód (***a*** = 51) utrudniających poszukiwania następuje powolniejsza migracja, rozciągnięta w czasie (rysunki 4.7 oraz 4.14).

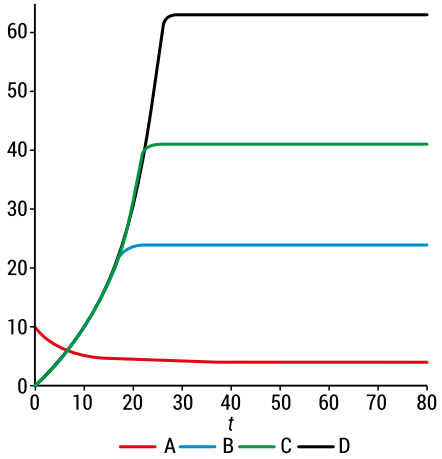


RYSUNEK 4.7. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 2 dla *a* = 51

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

Przypadek 3

Rozpatruje się ten sam układ kryjówek w terenie jak w Przypadku 2. I podobnie jak wyżej zasiedlona jest jedynie kryjówka ***A***. Tym razem jednak początkowa liczebność kolonii nietoperzy zamieszkująca kryjówkę ***A*** przekracza optymalną pojemność dziupli. Mamy $\boldsymbol{x}_1(0) = 10$ przy $\boldsymbol{c}_1 = 4$ (rysunek 4.15). Następuje natychmiastowa migracja do wszystkich dostępnych wolnych kryjówek lub też wymieranie populacji do poziomu bliskiego optymalnej pojemności kryjówki – rysunek 4.8.

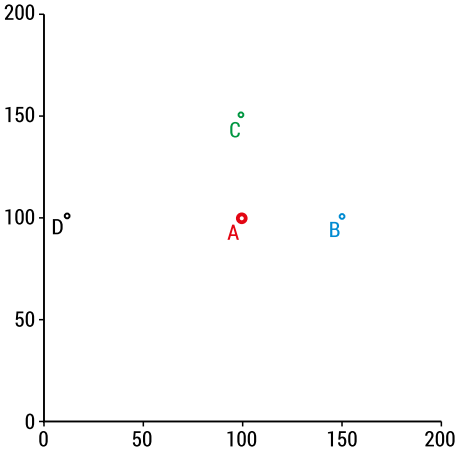


RYSUNEK 4.8. **Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 3**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**

Przypadek 4

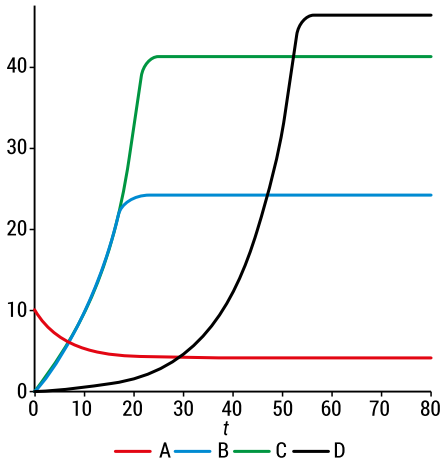
Zmienia się położenie kryjówki ***D*** względem jej pierwotnego umiejscowienia opisanego w Przypadku 3 (rysunek 4.9).



RYSUNEK 4.9. **Układ kryjówek w terenie. Przypadek 4**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**

Tym razem $\boldsymbol{D} = (12, 100)$ oraz $\xi_{AD} = 88$. Pozostałe ustawienia arkusza pozostają bez zmian, czyli $\boldsymbol{x}_1(0) = 10$, przy $\boldsymbol{c}_1 = 4$, $\boldsymbol{x}_2(0) = \boldsymbol{x}_3(0) = \boldsymbol{x}_4(0) = 0$, $\boldsymbol{a} = 90$. Wszystkie kryjówki są w zasięgu detekcji kolonii nietoperzy zamieszkujących kryjówkę ***A***. Jednak migracja w pierwszej kolejności następuje do kryjówek najbliżej położonych ***B*** i ***C***, a dopiero potem do kryjówki ***D*** (rysunki 10 i 16).

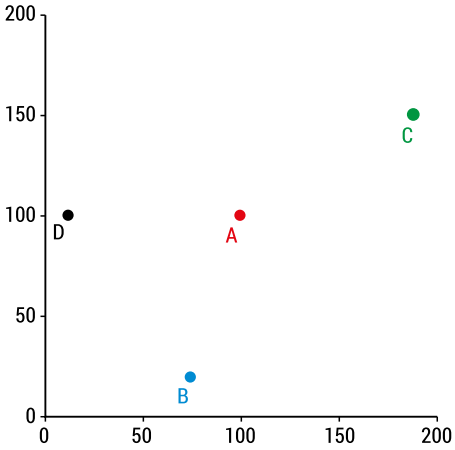


RYSUNEK 4.10. **Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 4**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**

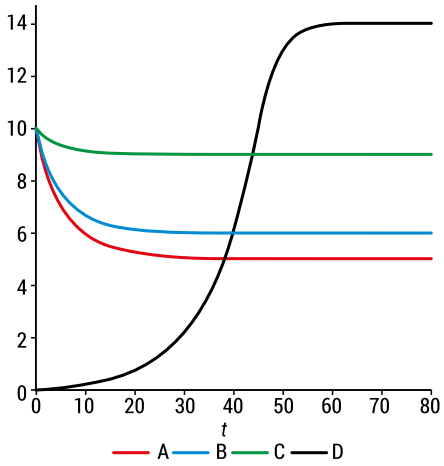
Przypadek 5

Rozpatruje się trzy zasiedlone i przepełnione kryjówki ***A***, ***B*** i ***C***, gdzie $\boldsymbol{x}_1(0) = \boldsymbol{x}_2(0) = \boldsymbol{x}_3(0) = 10$ przy $\boldsymbol{c}_1 = 5$, $\boldsymbol{c}_2 = 6$, $\boldsymbol{c}_3 = 9$ w układzie jak na rysunku 4.11.



RYSUNEK 4.11. **Układ kryjówek w terenie. Przypadek 5**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**



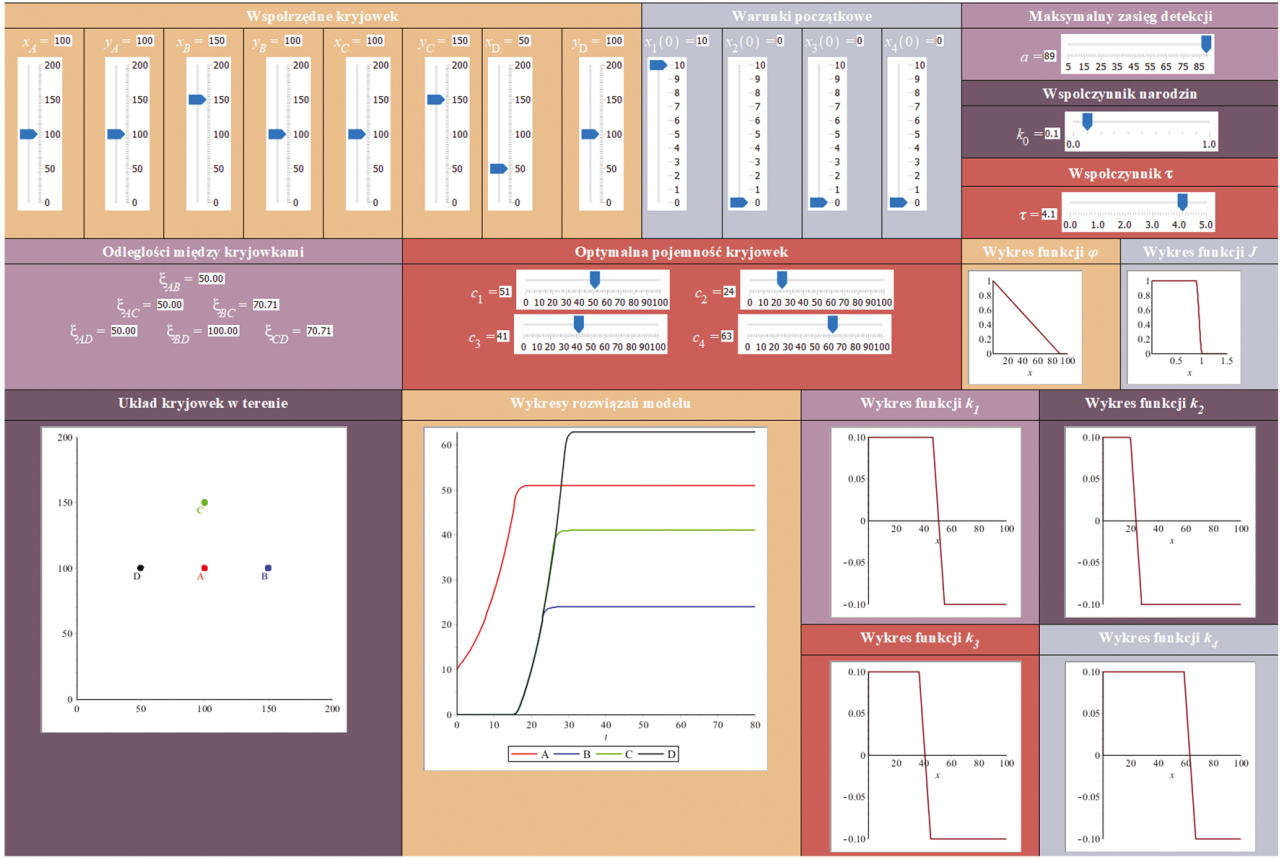
RYSUNEK 4.12. **Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 5**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**

Jedyną wolną kryjówką gotową do zamieszkania jest dziupla $\boldsymbol{D}$ ($\boldsymbol{x}_4(0) = 0$) znajdująca się w obrębie detekcji osobników zamieszkujących dziuplę $\boldsymbol{A}$. Przyjęliśmy $\boldsymbol{a} = 89$ oraz $\xi_{AD} = 88$, $\xi_{BD} = 101{,}21$, $\xi_{CD} = 182{,}96$ (rysunek 4.17). W tym przypadku następuje natychmiastowy spadek liczebności podpopulacji w przepełnionych kryjówkach $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{C}$ z powodu śmiertelności lub migracji do pustej kryjówki $\boldsymbol{D}$. Analizując wykresy rozwiązań prezentowanych na rysunku 4.12 trudno wnioskować o migracji z najbliżej położonej dziupli $\boldsymbol{A}$. Natomiast prezentowane wcześniejsze cztery przypadki wskazują na poprawną konstrukcję modelu, który symuluje strategię wyszukiwania kryjówek adekwatnie do dobranej topografii terenu, czyli adekwatnie do ustalonego poziomu maksymalnej detekcji.

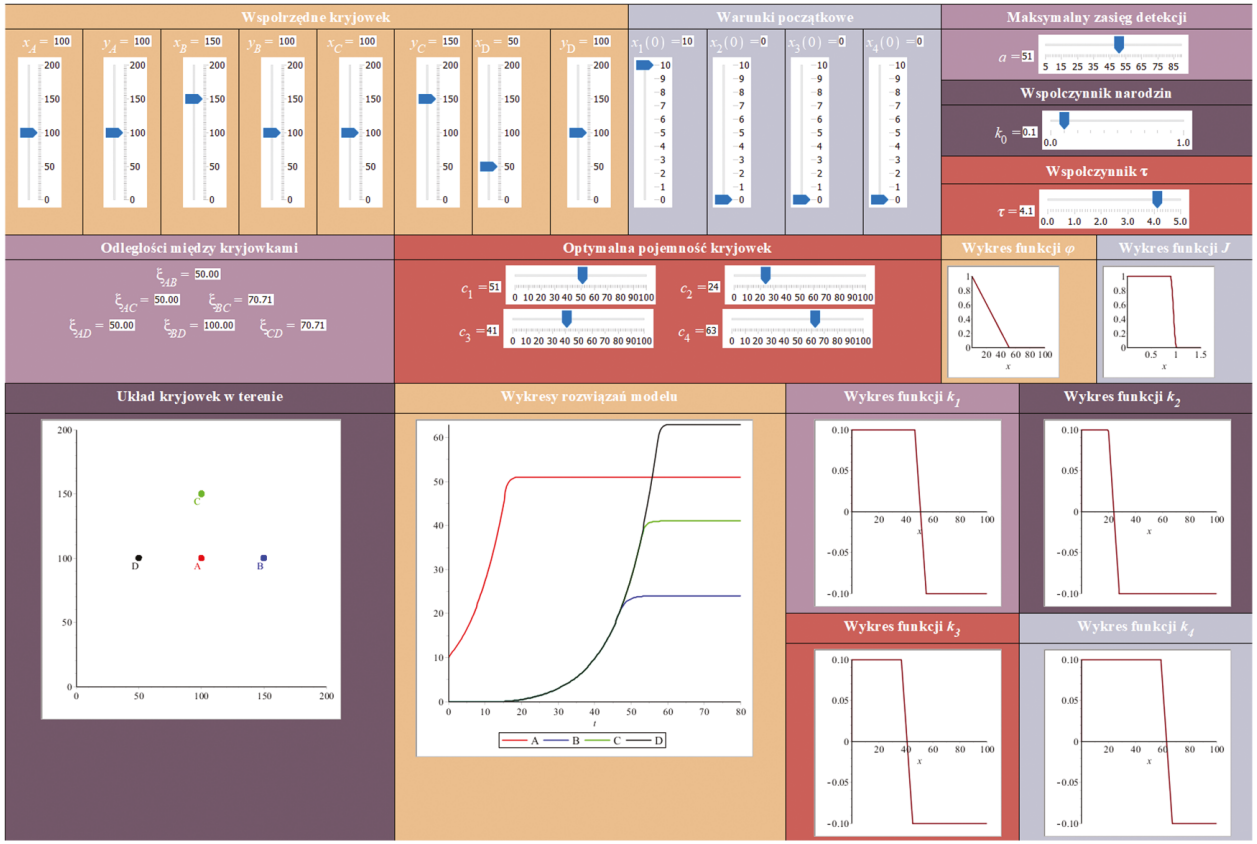
Podsumowanie

Konstrukcja modelu dobrze sprawdza się w opisanych wyżej przypadkach. Prawidłowo symuluje zwyczaje nietoperzy związane z komunikacją i przekazywaniem informacji między osobnikami jednej kolonii oraz wyszukiwaniem i zasiedlaniem naturalnych kryjówek w terenie. Prezentowany w pracy arkusz interaktywny pozwala czytelnikowi samodzielnie zweryfikować zaprezentowane w pracy wyniki oraz być może odkryć pewne niedociągnięcia i niedoskonałości w konstrukcji modelu teoretycznego.



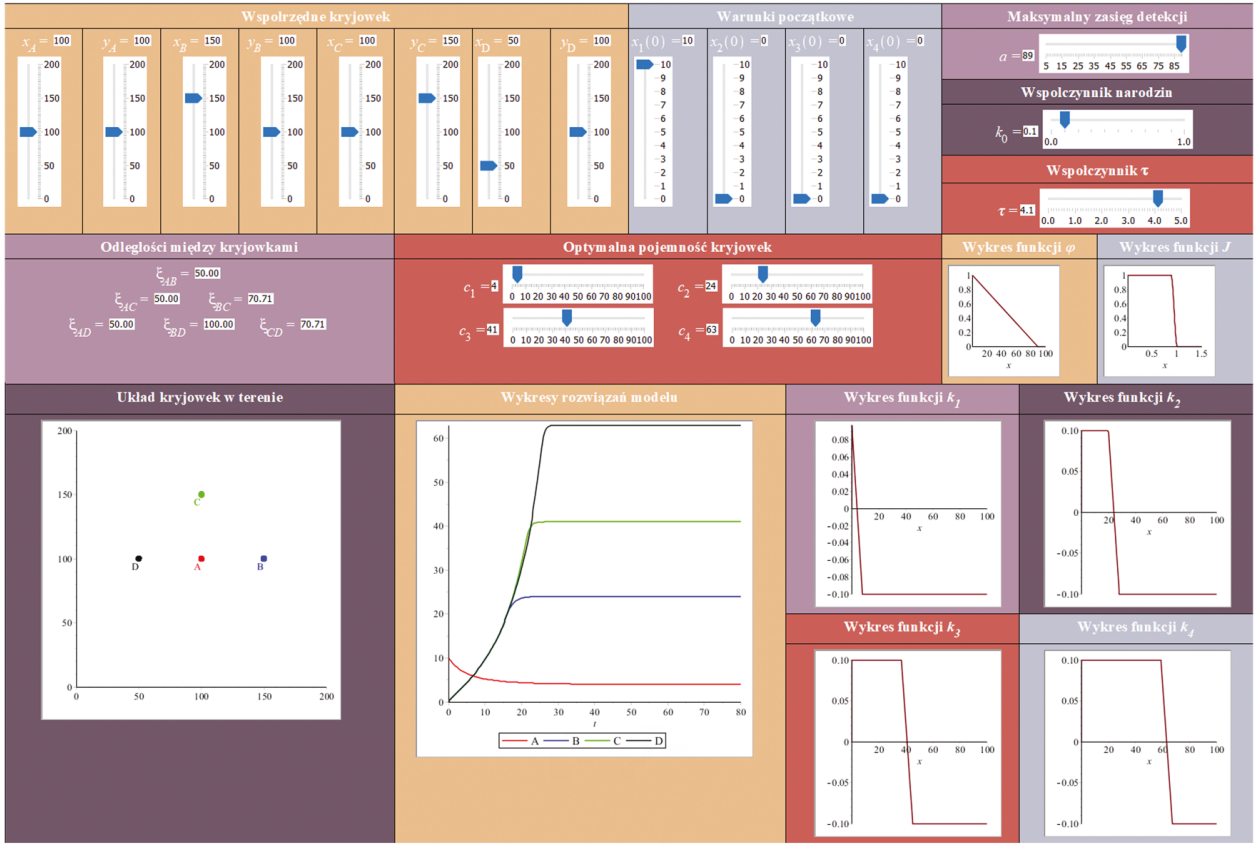
RYSUNEK 4.13. **Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 2 dla *a* = 89**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**



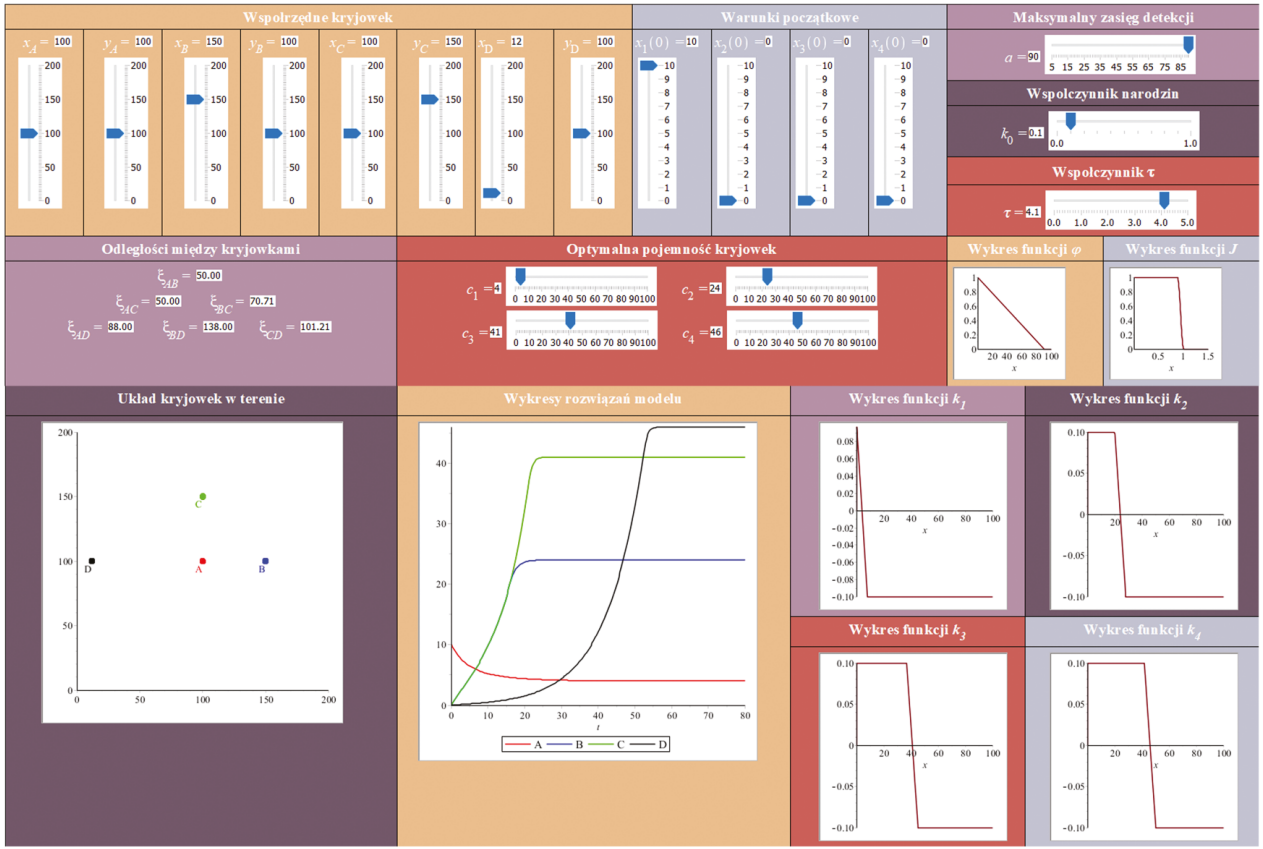
RYSUNEK 4.14. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 2 dla $a = 51$

ŹRÓDŁO: opracowanie własne



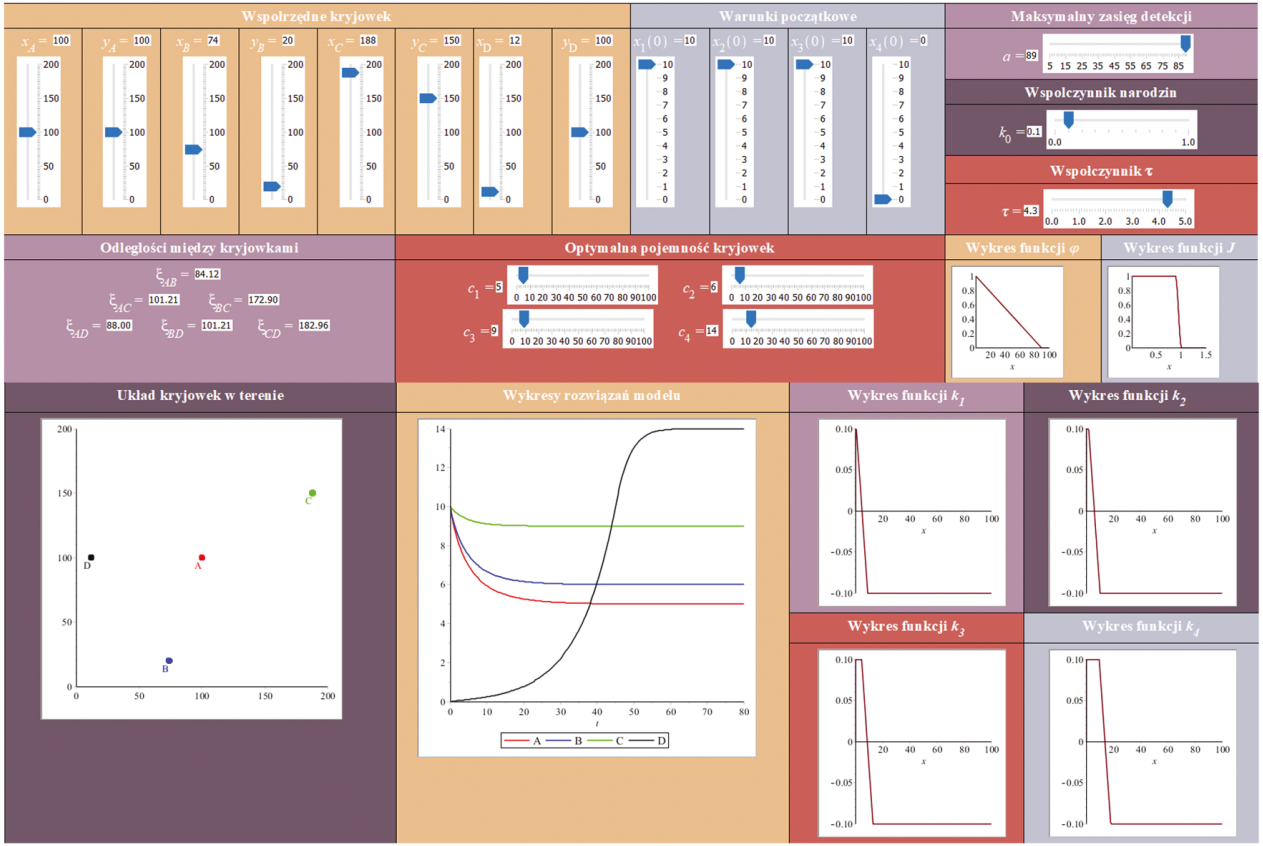
RYSUNEK 4.15. **Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 3**

ŹRÓDŁO: **opracowanie własne**



RYSUNEK 4.16. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 4

ŹRÓDŁO: opracowanie własne



RYSUNEK 4.17. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 5

ŹRÓDŁO: opracowanie własne

Bibliografia

[1] Dawidowicz A. L., Poskrobko A., *Mathematical model of bats' subpopulations development,* "Mathematica Applicanda", 2018, 46 (1), s. 49-57

[2] Furmankiewicz J., Ruczyński I., Urban R., Jones G., *Social calls provide tree-dwelling bats with information about the location of con- specifics at roosts*, "Ethology", 2011, 117, s. 480–489

[3] Kerth G., *Group decision-making in fission-fusion societie*, "Behavioural Processes", 2006, 84, s. 662–663

[4] Ruczyński I., Bartoń K. A., *Modelling sensory limitation: The role of tree selection, memory and information transfer in bats' roost searching strategies*, "PLoS ONE", 2012, 7(9): e44897

[5] Ruczyński I., Kalko E. K. V., Siemers B. M., *The sensory basis of roost finding in a forest bat, nyctalus noctula*, "Journal of Experimental Biology", 2007, 210, s. 3607–3615

[6] Ruczyński I., Kalko E. K. V., Siemers B. M., *Calls in the forest: how bats find tree cavities*, "Ethology", 2009, 115, s. 167–177

[7] Schmeidel E., Girejko E., *On mathematical model of bats' roost searching strategies,* "Wulfenia Journal", 2016, 23, s. 67–75

[8] Tsoar A., Nathan R., Bartan Y., Vyssotski A., Dell'Omo G., Ulanovsky N., *Large-scale navigational map in a mammal*, "Proceedings of the National Academy of Sciences", 2011, 108(37), E718–E724

Abstract

Solutions of the model describing the development of bats' sub-populations – analysis using interactive document of the Maple program

In the work, we analyze the behavior of the solutions to the mathematical model describing bats' population development. We present in detail the assumptions of the model and the natural motivations behind its construction. We take into account, among other, the specific searching roosts strategy, limited detection range in a difficult environment full of obstacles and the ability to transmit information in a group. The behavior of the bats population and their searching roosts strategy described in the paper is based on the observation of the behavior of two bats' species inhabiting the Białowieża Forest. The presented model is based on the system of ordinary differential equations. In the work, we present some simulations based on the interactive Maple document. Such document allows to analyze the behavior of numerical solutions under dynamically changing model parameters. We describe in detail the construction and operation the document, which uses the programmable Maple Embedded Components.

Keywords: interactive Maple document, bats, mathematical model

Spis tabel

Tabela 1.1. Ogólna postać macierzy decyzyjnej ... 9

Tabela 1.2. Formuły zastosowanych w pracy technik normalizacyjnych ... 12

Tabela 1.3. Macierz decyzyjna ... 15

Tabela 1.4. Macierz decyzyjna po normalizacji wektorowej N1, współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 16

Tabela 1.5. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max typ 1 (N2), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 17

Tabela 1.6. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max typ 2 (N3), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 18

Tabela 1.7. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na max-min (N4), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 18

Tabela 1.8. Macierz decyzyjna po normalizacji liniowej opartej na sumie (N5), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 19

Tabela 1.9. Macierz decyzyjna po normalizacji logarytmicznej (N6), współrzędne wektorów: idealnego (A^+) i antyidealnego (A^-), wartości ocen globalnych oraz rankingi wariantów decyzyjnych ... 20

Tabela 1.10. Macierz współczynników korelacji Pearsona (r) dla syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych uzyskanych metodą TOPSIS ze względu na normalizacje N1-N6 ... 22

Tabela 1.11. Macierz współczynników korelacji Pearsona (r) dla syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych uzyskanych metodą TOPSIS-M ze względu na normalizacje N1-N6 ... 23

Tabela 1.12. Macierz współczynników korelacji Spearmana (s) dla rankingów uzyskanych metodą TOPSIS ze względu na normalizacje N1-N6 ... 24

Tabela 1.13. Macierz współczynników korelacji Spearmana (s) dla rankingów uzyskanych metodą TOPSIS-M ze względu na normalizacje N1-N6 ... 25

Tabela 1.14. Zestawienie trzech najlepszych i dwóch najgorszych wariantów decyzyjnych ... 26

Tabela 1.15. Wartości współczynników podobieństwa μ_{pq} dla TOPSIS i TOPSIS-M z normalizacjami N1-N6 26
Tabela 2.1. Dane wejściowe i wynikowe laboratoryjne dla sytuacji z rysunku 2.7 44
Tabela 2.2. Dane wejściowe i wynikowe algorytmu rozwiązującego problem DOP 45
Listing 4.6. Kod programujący każdy komponent interaktywnego dokumentu 69

Spis rysunków

Rysunek 1.1. Schemat badania 15

Rysunek 1.2. Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych $\boldsymbol{A_1}$–$\boldsymbol{A_{10}}$ wyznaczone za pomocą metody TOPSIS z odległością euklidesową dla technik normalizacyjnych N1-N6 21

Rysunek 1.3. Wartości syntetycznych mierników oceny wariantów decyzyjnych 22

Rysunek 1.4. Rankingi wariantów decyzyjnych 23

Rysunek 1.5. Rankingi wariantów decyzyjnych 25

Rysunek 2.1. Prognozowany harmonogram wprowadzania autonomicznej nawigacji morskiej [4] 34

Rysunek 2.2. Dwa typy BSP stosowane w technologii AVAL 35

Rysunek 2.3. Klasyfikacja obiektów przez system wizyjny technologii AVAL 35

Rysunek 2.4. Komponenty technologii AVAL 36

Rysunek 2.5. Przykład układu statków i obiektów niebezpiecznych dla statku, oznaczonych literami od A do H 40

Rysunek 2.6. Wynikowa trasa *R* dla danych wejściowych z Rys. 5. Trajektoria złożona punków I-VIII daje możliwość efektywnej rejestracji wizyjnej wszystkich obiektów od A do H, przy czym punkt III trasy zapewnia efektywną rejestrację obiektów E i F a punkt V – obiektów C i B 41

Schemat 2.1. Etapy procesu wykrywania obiektów niebezpiecznych dla statków morskich przez system wizyjny zamontowany na BSP wykorzystywanych w projekcie AVAL 42

Rysunek 2.7. Układ 20 statków w sytuacji kolizyjnej 43

Rysunek 2.8. Przykładowe rzeczywiste dane testowe pochodzące z systemu NAVDEC [18, 19]. 44

Rysunek 3.1. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji procentu usuniętych krawędzi 51

Rysunek 3.2. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji procentu odwróconych krawędzi 52

Rysunek 3.3. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji poziomu szumu 55

Rysunek 3.4. Jakość diagnostyczna modelu Lymphography w funkcji zmiennej n 57

Rysunek 4.1. Strategia wyszukiwania kryjówek przez nietoperze i pozyskiwanie informacji o występowaniu i rozmieszczeniu dziupli w lesie 63

Rysunek 4.2. Wygląd arkusza interaktywnego 68
Rysunek 4.3. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 1 73
Rysunek 4.4. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 1 74
Rysunek 4.5. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 2 74
Rysunek 4.6. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 2 dla $a = 89$ 75
Rysunek 4.7. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 2 dla $a = 51$ 75
Rysunek 4.8. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 3 76
Rysunek 4.9. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 4 76
Rysunek 4.10. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 4 77
Rysunek 4.11. Układ kryjówek w terenie. Przypadek 5 77
Rysunek 4.12. Wykresy rozwiązań modelu. Przypadek 5 78
Rysunek 4.13. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 2 dla $a = 89$ 79
Rysunek 4.14. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 2 dla $a = 51$ 80
Rysunek 4.15. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 3 81
Rysunek 4.16. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 4 82
Rysunek 4.17. Ustawienia arkusza interaktywnego w Przypadku 5 83

Politechnika Białostocka