

Wizualizacja algorytmów wyszukiwania wzorców liniowych w obrazach 2D

Paweł ZABIELSKI*

1. Wprowadzenie

Algorytmy eksploracji danych mogą być używane m.in. w zagadnieniu wydobywania wzorców z obrazów dwuwymiarowych (2D) [1]. W artykule analizowany jest problem wydobywania wzorców liniowych z obrazów 2D. Badane są możliwości wydobywania wzorców liniowych w obrazach z zastosowaniem minimalizacji wypukłych i odcinkowo-liniowych funkcji kryterialnych (metoda CPL) [2]. Minimum wypukłych i odcinkowo-liniowych funkcji kryterialnych może być efektywnie wyznaczone za pomocą algorytmu wymiany rozwiązań bazowych, który jest podobny do algorytmu *Simplex*, używanego w programowaniu liniowym.

Praca przedstawia metodę służącą do wykrywania wzorców. Jest ona nowatorskim sposobem oraz alternatywą dla transformacji Hougha, która została przedstawiona i opatentowana w 1962 roku przez Paula Hougha. Jej główne zadanie związane jest ze znajdowaniem zależności liniowych na obrazach [3]. Została ona następnie rozszerzona na ogólne klasy krzywych [4].

Idea transformacji Hougha oparta jest na fakcie, iż punkty położone współliniowo na płaszczyźnie można opisać równaniem:

$$y = ax + b \quad (1)$$

gdzie a jest nachyleniem (tangens kąta), zaś b wartością funkcji w punkcie 0. Każdy taki punkt (x, y) znajdujący się na prostej można przedstawić jako prostą w przestrzeni parametrów a i b . Wtedy punkty z prostej w przestrzeni cech przecinają się dokładnie w jednym punkcie w przestrzeni parametrów [5]. Zależność ta pozwala odnajdywać płaskie wzorce. Odpowiadające sobie punkty i proste w przestrzeni cech i parametrów zostały przedstawione odpowiednio na rysunku 1 i rysunku 2.

Reprezentacja ta ma jednak swoje minusy. Są to m.in.:

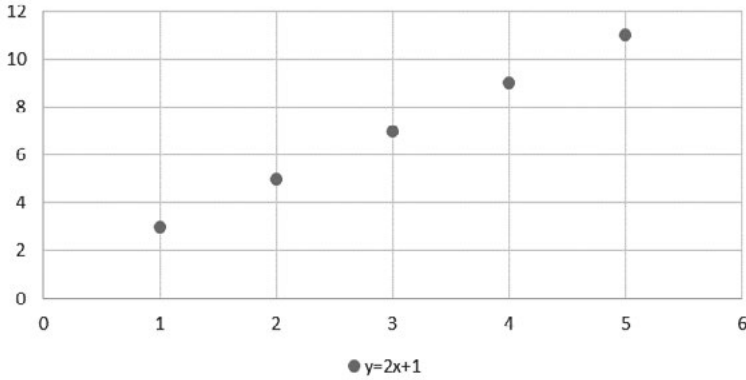
- wielkie wartości parametru a dla prawie pionowych linii,
- brak reprezentacji dla linii pionowych.

* Politechnika Białostocka

W celu uniknięcia powyższych problemów używa się parametryzacji w biegunowym układzie współrzędnych:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho \tag{2}$$

gdzie θ jest kątem nachylenia, zaś ρ odległością prostej od początku układu współrzędnych.

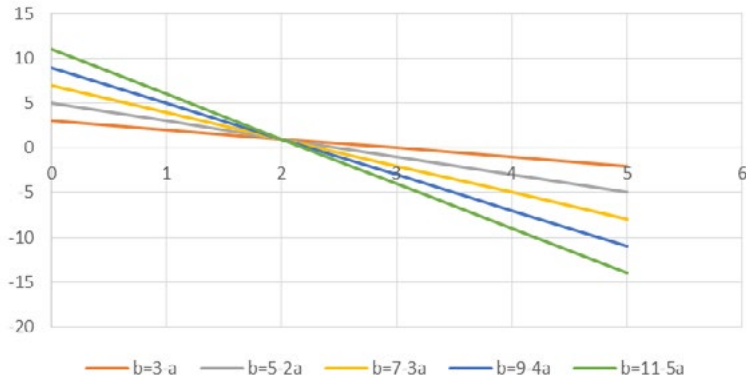


RYS. 1. Przykładowe punkty w przestrzeni cech

FIG. 1. Examples of points in the space of features

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.

SOURCE: own elaboration.



RYS. 2. Proste w przestrzeni parametrów odpowiadające punktom, które zostały przedstawione w przestrzeni cech na rysunku 1

FIG. 2. Lines in the parameter space corresponding to the points that were presented in the feature space in Figure 1

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.

SOURCE: own elaboration.

Główną wadą algorytmu transformacji Hougha jest złożoność obliczeniowa oraz pamięciowa. Wraz ze wzrostem wymiarów złożoność ta rośnie wykładniczo [3].

W prezentowanym artykule zostanie przedstawiona alternatywna metoda efektywnego wykrywania płaskich wzorców, która ma zastosowanie również w przypadku zbiorów wielowymiarowych.

2. Założenia

Zbiory danych, które składają się z n wymiarowych wektorów cech $\mathbf{x}_j = [x_{j1}, \dots, x_{jn}]^T$ ($\mathbf{x}_j \neq \mathbf{0}$), gdzie $j = 1, \dots, m$, można przedstawić w n wymiarowej przestrzeni cech $F[n]$ ($\mathbf{x}_j \in F[n]$) jako punkty.

Płaszczyznę wierzchołkową $P_k(\mathbf{x}_{j(1)}, \dots, \mathbf{x}_{j(l+1)})$ o wymiarze $(l - 1)$ w n -wymiarowej przestrzeni cech $F[n]$ zdefiniujmy za pomocą l liniowo niezależnych wektorów cech $\mathbf{x}_{j(i)}$, zgodnie z [6]:

$$P_k(\mathbf{x}_{j(1)}, \dots, \mathbf{x}_{j(l)}) = \{\mathbf{x}: \mathbf{x} = \alpha_1 \mathbf{x}_{j(1)} + \dots + \alpha_l \mathbf{x}_{j(l)}\} \quad (3)$$

Parametry α_i powinny spełniać warunek $\alpha_1 + \dots + \alpha_l = 1$ [6].

Przedstawiona w artykule metoda ma za zadanie odkrywać punkty przecięcia poprzez odkrywanie wierzchołków zdegenerowanych – wierzchołek l -tego rzędu $\mathbf{w}_k = [w_{k,1}, \dots, w_{k,n}]^T \in R^n$ jest wierzchołkiem zdegenerowanym, gdy jest punktem przecięcia więcej niż l hiperpłaszczyzn h_j :

$$(\forall j \in \{1, \dots, m\}) h_j = \{\mathbf{w}: (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{w} = 1\} \quad (4)$$

Zadanie to można oprzeć na minimalizacji wypukłych i odcinkowo-liniowych (typu CPL) funkcji kryterialnych [6].

3. Wypukła i odcinkowo-liniowa (typu CPL) funkcja kryterialna oraz funkcja kary

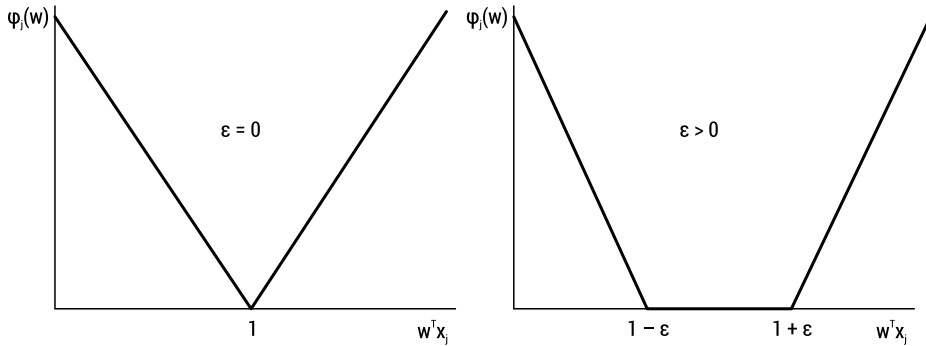
Funkcja kary dla problemu wykrywania zależności kolinearnych została zdefiniowana następująco:

$$(\forall \mathbf{x}_j \in C_k) \quad \varphi(\mathbf{w}) = \begin{cases} 1 - \varepsilon - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_j & \text{dla} & \mathbf{w}^T \mathbf{x}_j \leq 1 - \varepsilon \\ 0 & \text{dla} & 1 - \varepsilon < \mathbf{w}^T \mathbf{x}_j < 1 - \varepsilon \\ \mathbf{w}^T \mathbf{x}_j - 1 - \varepsilon & \text{dla} & \mathbf{w}^T \mathbf{x}_j \geq 1 - \varepsilon \end{cases} \quad (5)$$

ε stanowi tu margines i w zależności od niego funkcja kary wygląda jak na rysunku 3.

Funkcja kryterialna $\Phi(\mathbf{w})$ jest sumą funkcji kar (5) i przedstawić ją można w następującej postaci:

$$\Phi(\mathbf{w}) = \sum \alpha_j \varphi(\mathbf{x}_j; \mathbf{w}) \quad (6)$$



RYS. 3 Funkcja kary dla $\epsilon = 0$ oraz dla $\epsilon > 0$

FIG. 3 The penalty function for $\epsilon = 0$ and $\epsilon > 0$

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.

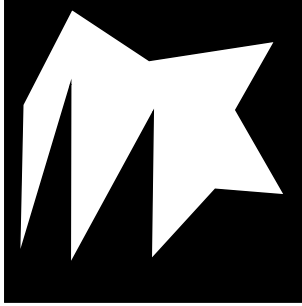
SOURCE: own elaboration.

Zastosowana implementacja dla algorytmów implementujących transformację Hougha w optymalny sposób minimalizuje wartość funkcji kryterialnej nawet w zbiorach wielowymiarowych.

4. Wzorce liniowe w obrazach 2D

Przetwarzanie obrazów dwuwymiarowych daje możliwość wszechstronnej wizualizacji specyfiki działania wybranych algorytmów wydobywania wzorców liniowych. Jednym z ważnych w praktyce zagadnień jest problem redukcji zakłóceń (szumów) w obrazach dwuwymiarowych [7].

Rysunek 4 przedstawia przykładowy obraz dwuwymiarowy. Stanowić on będzie obraz wejściowy, w którym omawiany wyżej algorytm będzie miał za zadanie wykryć wzorce liniowe.



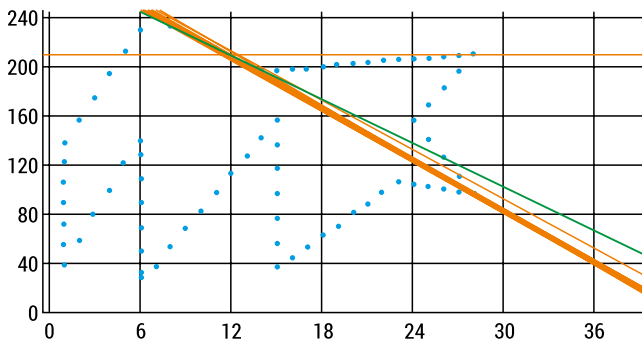
RYS. 4. Przykładowy obraz dwuwymiarowy, na podstawie którego zostanie zaprezentowane wykrywanie wzorców liniowych

FIG. 4. An example of two-dimensional image on that will be presented detecting linear patterns algorithm

ŹRÓDŁO: http://pforczmanski.zut.edu.pl/homepage/wp-content/uploads/w07-cechy_ksztaltu.pdf.

SOURCE: http://pforczmanski.zut.edu.pl/homepage/wp-content/uploads/w07-cechy_ksztaltu.pdf.

Algorytm stopniowo znajduje w każdym kroku kolejne wzorce. Rysunek 5 przedstawia kolejne kroki, które kończą się znalezieniem pierwszego rozwiązania, czyli pierwszego wzorca liniowego. Zobrazowane jest dokładnie, jak wraz z kolejnymi obiegami algorytmu zmienia się rozwiązanie. Czerwone proste pokazują dopasowywanie się wag – docelowo zielona prosta reprezentuje pierwsze znalezione rozwiązanie.



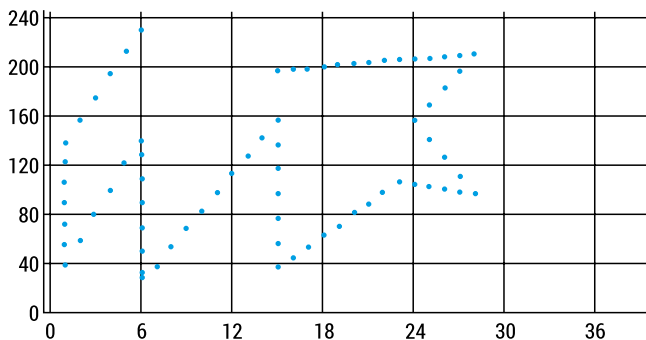
RYS. 5. Zobrazowanie kolejnych kroków algorytmu, które znajdują pierwsze rozwiązanie – pierwszy wzorek liniowy

FIG. 5. Image of the steps of the algorithm that find the first solution – the first linear pattern

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.

SOURCE: own elaboration.

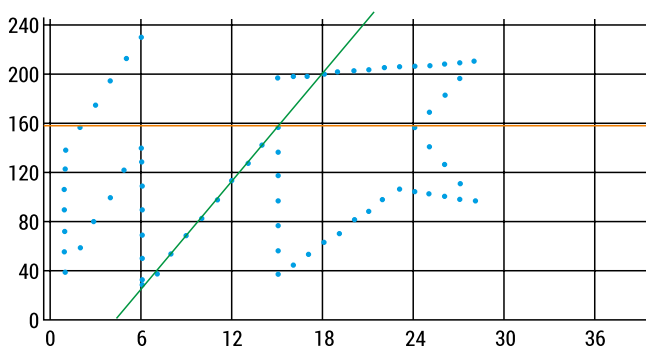
Po znalezieniu pierwszego rozwiązania usuwane są z obrazu punkty, które ono definiuje. W taki sposób do dalszych obliczeń wykorzystywany jest obraz przedstawiony na rysunku 6.



RYS. 6. Obraz wejściowy po usunięciu punktów należących do pierwszego wzorca
 FIG. 6. Input image after removing points belonging to the first pattern

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.
 SOURCE: own elaboration.

Kolejne kroki algorytmu mają na celu znalezienie kolejnych rozwiązań. rysunek 7 pokazuje, w jaki sposób został znaleziony drugi wzorec. Warty uwagi jest fakt, iż drugi wzorec zostaje znaleziony w zaledwie dwóch krokach. Przedstawia to jego szybkość – to, jak szybko jest w stanie znajdować kolejne wzorce. W podobny sposób algorytm działa do momentu, aż znajdzie wszystkie rozwiązania.



RYS. 7. Zobrazowanie kolejnych kroków algorytmu, które znajdują drugie rozwiązanie – drugi wzorec liniowy
 FIG. 7. Image of the steps of the algorithm that find the second solution – the second linear pattern

ŹRÓDŁO: opracowanie własne.
 SOURCE: own elaboration.

5. Wnioski

Przedstawione opracowanie miało za zadanie zobrazować działania algorytmu minimalizacji funkcji kryterialnych typu *CPL* podczas realizacji zadania wydobywania wzorców liniowych (kolinearnych) z obrazów 2D. Algorytm ten można również dostosować do działania w zbiorach wielowymiarowych. Dzięki użyteczności w wielowymiarowych zbiorach danych algorytm ten może mieć zastosowanie m.in. w poszukiwaniu i modelowaniu interakcji na podstawie danych genetycznych. Opisana technika, korzystająca z transformaty Hougha, rozwiązuje przedstawiony problem wydobywania dwuwymiarowych wzorców kolinearnych. W dalszych pracach algorytm będzie testowany oraz optymalizowany do działania na wielowymiarowych zbiorach danych realnych.

Literatura

1. Duda RO, Hart PE, Stork DG. *Pattern classification*, John Wiley & Sons; 2012.
2. Bobrowski L. *Eksploracja danych oparta na wypukłych i odcinkowo-liniowych funkcjach kryterialnych*. Białystok: Wydawnictwa Politechniki Białostockiej; 2005.
3. Hough P. *Method and means for recognizing complex patterns*. U. S. Patent 3,069,654, 1962.
4. Duda OR, Hart PE. Use of the Hough Transformation to detect lines and curves in pictures. *Communications of the ACM*. 1972; 15: 11-15.
5. Illingworth J, Kittler J. A Survey of the Hough Transform, *Computer Vision. Graphics and Image Processing*. 1988; 44: 87-116.
6. Bobrowski L. *Discovering main vertexical planes in a multivariate data space by using CPL functions*. In: Perner P, Ed. *ICDM 2014*. Berlin: Springer Verlag; 2014; 200-213.
7. Bobrowski, L, Zabielski P. *Flat Patterns Extraction with Collinearity Models*, *EUROSIM, Oulu*; 2018; 518-524.

Streszczenie

W 1962 roku została przedstawiona i opatentowana przez Paula Hougha metoda służąca do wykrywania złożonych wzorców na zdjęciach lub innych graficznych elementach. Głównie przy zastosowaniu transformacji Hougha znajdowane były zależności liniowe. Następnie metoda ta została rozszerzona na ogólne klasy krzywych. Mimo szerokiego zastosowania i częstego użycia powszechnie znany algorytm oparty o założenia transformaty Hougha posiada ogromne zapotrzebowanie

na pamięć oraz czas wykonania. Niniejsze opracowanie przedstawia nowy algorytm wykrywania płaskich wzorców, który ma zastosowanie również w przypadku danych wielowymiarowych. Pozwala to na wykorzystanie go w przyszłości do wykrywania zależności w danych genetycznych.

Słowa kluczowe: transformata Hougha, płaskie wzorce, przestrzeń cech, przestrzeń parametrów, funkcja kryterialna

Summary

Visualization of linear patterns search algorithms in 2D images

In 1962 there was presented and patented by Paul Hough method for the detection of complex patterns in the photos or other graphic elements. Mainly using the Hough transform linear correlations were found. Then this method was extended to the general class of curves. Despite of the widespread and frequent usage of well-known algorithm based on assumptions of transformation Hough'a it has a huge demand for memory and execution time. This paper presents a new algorithm for the detection of flat patterns, which is also applicable in the case of multidimensional data. This allows to use it in the future in detection of correlation in genetic data.

Keywords: Hough'a transformation, flat patterns, feature space, parameter space, criterion function.