BARBARA SADOWSKA-BURACZEWSKA

# STUDIUM PRACY KONSTRUKCJI WARSTWOWYCH UKSZTAŁTOWANYCH Z BETONÓW O ZNACZNIE RÓŻNIĄCYCH SIĘ CHARAKTERYSTYKACH MATERIAŁOWYCH



Barbara Sadowska-Buraczewska

Studium pracy konstrukcji warstwowych ukształtowanych z betonów o znacznie różniących się charakterystykach materiałowych



Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej Białystok 2017 Recenzenci: prof. dr hab. inż. Piotr Alawdin dr hab. inż. Izabela Skrzypczak, prof. PRz

Redaktor wydawnictwa: Elżbieta Dorota Alicka

Projekt okładki: Agencja Wydawnicza EkoPress fot. VERSUSstudio

© Copyright by Politechnika Białostocka, Białystok 2017

ISBN 978-83-65596-29-1

ISBN 978-83-65596-30-7 (eBook)



Publikacja jest udostępniona na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0) Pełna treść licencji dostępna na stronie creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.pl Publikacja jest dostępna w Internecie na stronie Oficyny Wydawniczej PB

Redakcja techniczna, skład: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej

Druk i oprawa: EXDRUK

Nakład: 53 egz.

Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok tel.: 85 746 91 37, fax: 85 746 90 12 e-mail: oficyna.wydawnicza@pb.edu.pl www.pb.edu.pl

## Spis treści

Wykaz najważniejszych oznaczeń	7
Wstęp	9
Rozdział 1. Konstrukcje zespolone	
– zastosowanie betonów nowej generacji w konstrukcjach zespolonych	13
1.1. Rozwój koncepcji betonowych konstrukcji zespolonych	13
1.2. Betony nowej generacji	26
1.2.1. Betony o wysokiej wytrzymałości (BWW)	26
1.2.2. Zależność naprężenie–odkształcenie	27
1.2.3. Odkształcalność doraźna betonu	35
1.2.4. Moduł sprężystości betonu	36
1.2.5. Odkształcenia reologiczne betonu	39
1.2.5.1. Skurcz i pęcznienie	39
1.2.5.2. Pełzanie betonu	39
1.2.5.3. Wpływ zawartości mikrokrzemionki w BWW	
na odkształcenia objętościowe i naprężenia wymuszone	40
1.3. Fibrobetony	46
1.3.1. Zachowanie przy ściskaniu	50
1.3.2. Zachowanie przy rozciąganiu	51
1.3.3. Wpływ zbrojenia rozproszonego na nośność elementów konstrukcji.	51
1.3.4. Zależność naprężenie-odkształcenie dla fibrobetonów	52
1.4. Sformułowanie problemu badawczego	54
Rozdział 2. Podstawy teoretyczne modelu obliczeniowego	
konstrukcji zespolonych z nadbetonem BWW	
z uwzględnieniem podatności styku	56
2.1. Założenia ogólne. Zależności "t – s" dla styku	56
2.2. Dopuszczenia modelu obliczeniowego	58
2.3. Formułowanie modelu obliczeniowego	59
2.4. Przypadek ogólny obliczenia przekroju zespolonego	
z nadbetonem klasy wyższej niż prefabrykat	67

Rozdział 3. Badania doświadczalne belek zespolonych	
– weryfikacja modelu obliczeniowego	
przy obciążeniu doraźnym i długotrwałym	70
3.1. Metoda badań	70
3.1.1. Założenia i program badań doświadczalnych	70
3.1.2. Materiały do wykonania belek	72
3.1.2.1. Cement	72
3.1.2.2. Kruszywo	73
3.1.2.3. Dodatki	74
3.1.2.4. Domieszki	75
3.1.2.5. Woda zarobowa	75
3.1.2.6. Składy i wykonanie mieszanek betonowych	75
3.1.2.7. Podstawowe charakterystyki	
wytrzymałościowo-odkształceniowe betonów	77
3.1.2.8. Stal zbrojeniowa	79
3.1.3. Wykonanie i badania statyczne belek pod obciążeniem doraźnym	79
3.1.4. Badanie odkształceń i ugięć	81
3.2. Wyniki badań belek zespolonych oraz kontrolnych	
pod obciążeniem doraźnym – analiza porównawcza	82
3.2.1. Belki serii I A (nadbeton wysokowartościowy – BWW)	82
3.2.2. Belki serii II B – belki zespolone z udziałem fibrobetonu	95
3.2.2.1. Analiza wpływu podatności styku na szerokość rozwarcia	
rys i ugięcia – autorski model obliczeniowy	98
3.2.2.2. Wpływ warstwy fibrobetonu na rozkład odkształceń betonu	
na wysokości przekroju belek 1	.03
3.2.2.3. Wpływ warstwy fibrobetonu na nośność belek zespolonych	
i kontrolnych 1	.06
3.2.3. Badania belek zespolonych i kontrolnych w skali naturalnej	
z nadbetonem BWW1	.07
3.2.3.1. Wpływ warstwy BWW na nośność belek 1	.12
3.2.4. Badania belek pod obciążeniem długotrwałym 1	.13
3.2.4.1. Podstawy teoretyczne do obliczenia stanu	
naprężeniowo-odkształceniowego w przekroju zespolonym	
od zjawisk reologicznych 1	.13
3.2.4.2. Ugięcia długotrwałe belek 1	.23
3.2.4.3. Odkształcenia długotrwałe betonu 1	.24

Rozdział 4. Badania doświadczalne płyt zespolonych z udziałem betonów wysokowytrzymałych i fibrobetonów	
– badania własne	125
4.1. Przygotowanie elementów badawczych	125
4.2. Opis stanowiska badawczego i zakresu badań	127
4.3. Analiza wyników badań doświadczalnych pod obciążeniem doraźnym	129
4.3.1. Wpływ warstwy fibrobetonu na ugięcia elementów	129
4.3.2. Analiza nośności na zginanie płyt zespolonych	131
4.3.3. Rysy w płytach zespolonych i kontrolnych	132
Podsumowanie i wnioski końcowe	140
Bibliografia	143
Streszczenie	158
Summary	159

# Wykaz najważniejszych oznaczeń

$k_{\propto}$	_	współczynnik efektywności
$n_b$	_	stopień współpracy, określający procentowy współudział obu
		zespolonych przekrojów betonowych w przenoszeniu obciążeń
		zewnętrznych
$u_{ms}$	_	wydłużenie pręta zbrojeniowego
$\varepsilon_s(x)$	_	odkształcenia w zbrojeniu w dowolnym przekroju x
κ <sub>lim</sub>	_	wartość graniczna krzywizny przekroju
$[R \{F\}, S]$	_	macierz sztywności dla przekroju zespolonego
$\{F\}$	_	wektor sił wewnętrznych (efektów oddziaływań) w przekroju
		zespolonym
$\{U(\{F\}, S)\}$	_	wektor odkształceń jako funkcja sił wewnętrznych {F} i parame-
		trów geometrycznych przekroju S
$a_1$	_	współczynnik, który zależy od rozkładu odkształceń od poślizgu
		na długości styku
$a_2$	_	współczynnik, który zależy od rozkładu naprężeń ścinających
		na długości styku
$F_{b,N}$	_	pomierzona siła niszcząca belki kontrolnej serii N
$F_{b,FRC(FRC/N)}$	_	pomierzona siła niszcząca belki zespolonej FRC/N lub FRC
$F_{cc}$	_	wypadkowa sił w betonie
$F_{st,1}$	_	wypadkowa sił w zbrojeniu
$F_{st,2}$	_	wypadkowa sił w zbrojeniu
$h_1, A_1, S_1, J_1$	—	odpowiednio charakterystyki geometryczne prefabrykatu
$h_2, A_2, S_2, J_2$	—	odpowiednio charakterystyki geometryczne nadbetonu
$k_{s,0}$	—	współczynnik sztywności początkowej
M <sub>Rd, z</sub>	_	moment w dowolnym przekroju z względem zbrojenia rozciąganego
Ø	_	średnica pręta zbrojeniowego
S0,max	—	maksymalny poślizg
$\mathbf{s}_1$	_	poślizg przy utracie przyczepności, adhezji
$\mathbf{S}_{\mathrm{rm}}$	—	odległość pomiędzy rysami (rozstaw rys), przyjmowana jako odle-
		głość bloku
$\mathbf{S}_{\mathbf{z}}$	_	przemieszczenie od poślizgu w styku
$V_{\mathrm{f}}$	_	nominalna zawartość włókien
$W_{\mathrm{f}}$	_	zawartość włókien w jednostkach masy w 1m <sup>3</sup>

W <sub>k, max</sub>	_	maksymalna rozwartość rysy
W <sub>km</sub>	_	średnia rozwartość rysy
$\Sigma w_{ki}$	_	suma rozwartości rys
Ec	_	chwilowy współczynnik odkształcalności podłużnej
E <sub>c0</sub>	_	współczynnik odkształcalności podłużnej
Ecm	_	średni współczynnik odkształcalności podłużnej
y <sub>c,c</sub>	_	środek ciężkości przekroju zespolonego
$\alpha_N$	_	efekt (odkształcenia, ugięcia, rysy itp.) pomierzony dla belek jed-
		norodnych wykonanych w całości z betonu zwykłego
β	_	wskaźnik przyczepności w styku betonów zwykłych i ekspansywnych
$\varepsilon_2$	_	odkształcenie podłużne w poziomie osi z
$\varepsilon_{c}(t)$	—	całkowite odkształcenie zależne od obciążeń
$\mathcal{E}_{c,n(m)}$	-	rozkład odkształceń na wysokości przekroju w betonie
$\varepsilon_{cc}(t)$	_	odkształcenie pełzania w czasie t>t <sub>0</sub>
$\varepsilon_{ci}(t_0)$	_	początkowe odkształcenie przy obciążeniu
$\varepsilon_{cs}(t)$	_	odkształcenie skurczu
$\varepsilon_{cT}(t)$	-	odkształcenie termiczne
$\acute{arepsilon_L}$	_	średnie odkształcenie od poślizgu w przekroju, pochodzące od mo-
		mentu $M_{Ed,z}$ i granicznego momentu $M_{Rd,ult}$
$\mathcal{E}_{L.m}$	_	odkształcenie od poślizgu w przekroju z granicznym momentem
		M <sub>Rd,ult</sub>
$\mathcal{E}_{s,k}$	—	rozkład odkształceń na wysokości przekroju w zbrojeniu
μ	_	stopień ograniczenia odkształceń (i odpowiednio naprężeń)
$\mu_{M}$	—	stopień ograniczenia przy zginaniu, w zależności od sztywności
		przy zginaniu
$\mu_{\rm N}$	-	stopień ograniczenia osiowego, w zależności od sztywności osiowej
$\tau_{sh}$ 1 $S_z$	-	naprężenia ścinające i przemieszczenia (poślizg) w płaszczyźnie
		styku
$ au_{sh,u}$	-	naprężenia graniczne przy różnych rozwiązaniach konstrukcyjnych
		styku
$\rho_{f}$	-	gęstość stali w kg/m <sup>3</sup>
$\sigma(t_{i+1})$	-	maksymalne naprężenia kumulatywne w dowolnym czasie
$\sigma_{2,1}, \sigma_{2,2}$	-	naprężenia rozciągające w warstwie nadbetonu
$\sigma_{2,max}(t)$	-	naprężenia w nadbetonie przy odpowiednim stopniu ograniczenia
$\sigma_{sII}, \sigma_{sI}$	-	odpowiednio naprężenia w zbrojeniu w przekroju z rysą i przekroju
		pomiędzy rysami
$\sigma_s(x)$	-	napręzenia w zbrojeniu w dowolnym przekroju x
$\varphi_x, \varphi_y$	-	krzywizny przekroju względem osi $x$ i $y$
$\mathcal{E}_{L,z}$	-	odkształcenia od poslizgu w dowolnym przekroju na długości styku z
$\tau(x)$	—	rozkład naprężeń stycznych na długości pręta zbrojeniowego

### Wstęp

W New York University Abu Dhabi, w Zjednoczonych Emiratach Arabskich, przy wykorzystaniu układów pirozolowych i związków siarki, otrzymano kryształ, który po uszkodzeniu jest w stanie po dwudziestu czterech godzinach sam się naprawić [208].



Samonaprawczy kryształ [208]

Konstrukcje inżynierskie niestety nie posiadają takich zdolności samonaprawczych. Do wykonania wzmocnienia, czy też naprawy niezbędna jest wiedza, odpowiednio dobrana technologia, jak i materiał wzmacniający czy naprawczy o odpowiednich cechach fizycznych (tj.: nasiąkliwość, mrozoodporność, szczelność). Natomiast trwałość wzmocnienia zależy nie tylko od użytego materiału, ale także od współpracy zastosowanego materiału z istniejącym betonem w konstrukcji.

Bardzo istotnym zjawiskiem jest również kampatybilność starego betonu z nowym, co determinuje pełną współpracę między dwoma betonami w konstrukcji, a parametry złącza i jego wytrzymałość wpływają na nośność całego zespalanego elementu.

W konstrukcjach zespolonych dość popularnym i rozpoznanym sposobem jest łączenie dwóch różnych materiałów typu stal-beton [6, 89, 197].

Mało rozpowszechnionym zagadnieniem są konstrukcje typu beton-beton w połączeniu z betonami o znacznie różniących się charakterystykach wytrzymałościowych, gdzie betonem wzmacniającym czy naprawczym jest beton o właściwościach odkształceniowo-naprężeniowych różniących się od betonu starego, na przykład: beton wysokiej wytrzymałości, beton ekspansywny czy fibrobeton. Ważnym zagadnieniem podczas łączenia tych betonów, betonu nowego ze starym, jest kompatybilność odkształceń termicznych, sprężystych czy też zapewnienie tego samego skurczu, co jest praktycznie nierealne. W starym elemencie konstrukcji skurczu już nie ma, a nowy beton na początku ulega skurczowi dość intensywnie, następnie wolniej. Natomiast w przypadku gdy beton jest niskoskurczowy – mamy do czynienia ze zjawiskiem odkształcenia skurczowego, co wiąże się z występowaniem naprężeń ścinających w styku.

W przypadku łączenia dwóch "różniących się betonów" sposobem mokre na mokre zjawisko skurczu jest bardzo istotne. W styku powstają naprężenia, które mogą doprowadzić do odspojenia dwóch warstw betonów. Łącząc stwardniały z nowym (świeżym) betonem, stosuje się warstwę sczepną, którą nakłada się na odpowiednio przygotowane podłoże. Przy braku kompatybilności starego betonu z nowym warstwa sczepna pełni rolę membrany lub łącznika. Pozwala ona na odkształcenia między betonami, nie prowadząc do zwiększenia naprężeń ścinających w styku dwóch warstw betonów i nie powodując ich rozwarstwienia.

Przeprowadzone badania doświadczalne na belkowych i płytowych elementach modelowych wzmacnianych sposobem mokre na mokre udowodniły, iż możliwe jest łączenie betonów o znacznie różniących się właściwościach odkształceniowonaprężeniowych bez obawy o ich rozwarstwienie lub poślizg w styku, przy zachowaniu reżimu technologicznego dotyczącego zapewnienia odpowiedniej konsystencji betonu układanego w strefie górnej elementu.

Ogólnym celem dysertacji jest poszerzenie zagadnień teoretyczno-doświadczalnych w zakresie pracy prętowych i płytowych konstrukcji zespolonych typu beton-beton. Skupiono się wyłącznie na studium pracy konstrukcji zespolonych warstwowych wykonanych z betonów o istotnie różniących się charakterystykach odkształceniowo-wytrzymałościowych oraz na współpracy obu warstw i styku pomiędzy nimi w odniesieniu do konstrukcji wzmacnianych betonami wysokowytrzymałymi oraz fibrobetonami.

Cele szczegółowe pracy (rozdział pierwszy i drugi), wynikające częściowo z krytycznego przeglądu stanu wiedzy, są następujące:

- analiza właściwości fizycznych, mechanicznych i technologicznych betonów pod kątem zastosowań w konstrukcjach zespolonych i pracach wzmocnieniowych,
- weryfikacja i adaptacja procedur obliczeniowych w zastosowaniu do projektowania połączeń zespolonych,
- opracowanie autorskiego modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonej z nadbetonem wykonanym z betonu wysokiej wytrzymałości z uwzględnieniem podatności styku,
- doświadczalna weryfikacja i ocena zaproponowanego autorskiego modelu obliczeniowego przy obciążeniu doraźnym,
- badania i analizy zginanych belek i płyt żelbetowych ukształtowanych warstwowo z betonu zwykłego, betonu BWW i fibrobetonu.

Prezentowane opracowanie stanowi kompleksowe spojrzenie na zagadnienie pracy konstrukcji warstwowych ukształtowanych z betonów o znacznie różniących się charakterystykach materiałowych. Zakres pracy obejmuje, oprócz wstępu i podsumowania wraz z wnioskami, cztery rozdziały.

W **rozdziale pierwszym** niniejszej monografii omówiono rozwój koncepcji betonowych konstrukcji zespolonych. Przytoczono badania znanych uczonych, między innymi Evansa-Parkera [46, 47], Ruhlego [144, 145, 146, 147], Lardy'ego [111], Kajfasza [85], Króla [98, 99, 100, 101, 102, 103] oraz Halickiej [69, 71, 72], Tura [177, 178] i Bilińskiego [17, 18]. Szeroko przedstawione badania Halickiej [70, 71, 72], Tura [177, 178] i Bilińskiego [17, 18] wnoszą istotny wkład naukowy do dziedziny konstrukcji zespolonych typu beton–beton i współpracy dwóch betonów w elementach oraz pracy styku. Szczególną uwagę zwrócono na zespolenie dwóch betonów – ich przyczepność i warunki współpracy. Ważnym zagadnieniem przedstawionym w tej części pracy jest skurcz, na który szczególną uwagę zwrócił Kajfasz [86], stwierdzając, iż w miarę wzrostu wytrzymałości nadbetonu zmniejsza się jego skurcz. Wartości różnic odkształceń skurczowych, ujemne lub dodatnie, w zależności od klasy betonu w nadbetonie mają wpływ na naprężenia i ugięcia ustroju.

**Rozdział drugi** dotyczy propozycji autorskiego modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonej z nadbetonem BWW z uwzględnieniem podatności styku. Przedstawiono tu założenia ogólne dopuszczenia modelu obliczeniowego oraz sformułowanie modelu. W tej części pracy, na podstawie zaproponowanego modelu obliczeniowego, przedstawiono przypadek ogólny sprawdzania przekroju zespolonego z nadbetonem wyższej klasy niż element wzmacniany (prefabrykat).

W **rozdziale trzecim** przedstawiono wyniki badań własnych **belek** zespolonych wraz z analizą i weryfikacją zaproponowanego autorskiego modelu obliczeniowego przy obciążeniu doraźnym. Badania przeprowadzono dla żelbetowych belek zespolonych wykonanych warstwowo z betonu zwykłego i betonów wysokowytrzymałych, a także betonu z włóknami rozproszonymi stalowymi oraz odpowiednich belek porównawczych. Podstawowym celem przeprowadzonych badań była weryfikacja poprawności autorskiego modelu obliczeniowego, zaproponowanego w rozdziale drugim niniejszej monografii, opracowanego dla konstrukcji warstwowych z betonu, w odniesieniu do zastosowania betonów wysokowytrzymałych i fibrobetonów.

Na podstawie prac Birkelanda [19], Silferbranda [167] i innych [46,144] opracowano i zaproponowano podstawy teoretyczne do obliczania stanu naprężeniowoodkształceniowego w przekroju zespolonym od zjawisk reologicznych.

**Rozdział czwarty** dotyczy badań i analiz zginanych elementów zespolonych typu beton–beton, jakim są **płyty** żelbetowe ukształtowane warstwowo z betonu zwykłego i fibrobetonu. Analiza badań doświadczalnych pod obciążeniem doraźnym dotyczyła wpływu warstwy fibrobetonu na ugięcia, nośność i rysy w warstwowych elementach płytowych wykonanych w skali naturalnej. Autorka pragnie uczcić pamięć Ś.P. Prof. dr hab. inż. Andrzeja Łapko, dzięki któremu obrała właśnie ten kierunek swojej drogi i kariery naukowej.

### Rozdział 1. Konstrukcje zespolone – zastosowanie betonów nowej generacji w konstrukcjach zespolonych

#### 1.1. Rozwój koncepcji betonowych konstrukcji zespolonych

Przytoczone na wstępie rozdziału dane literaturowe, zebrane w pracy [148], dowodzą, iż temat konstrukcji zespolonych typu beton–beton jest aktualny i warty przypomnienia.

Początki konstrukcji zespolonych, złożonych z dwóch różnych betonów (przy użyciu betonu uzupełniającego jako nadbetonu), przypadają już na połowę lat pięćdziesiątych XX wieku. Z przeglądu literatury naukowej w tym zakresie wynika, że jednym z podstawowych zagadnień jest problem warunków współpracy dwóch betonów w ustroju zespolonym [85].

Często cytowane rodzaje i sposoby połączeń dwóch różnych betonów w konstrukcjach zespolonych pokazano na rysunku 1.1.



Rys. 1.1. Typy konstrukcji zespolonych

Konstrukcje przedstawione na powyższym rysunku (rys. 1.1) badane były między innymi przez Souttera [30], Revesza [139,140], Evansa-Parkera [46,47], Ruhlego [144,145,146,147], Hansona [74,75], Bransona-Ozella [30] i Birkenlanda [19]. Ustrój typu d) badali Abeles i Hajnal [1], Evans-Parker [46,47] i Michajłow [122]. Konstrukcje z deskami sprężonymi (rysunek 1.1 e) badali Samuely [164], Grzegorzewski [62,63,64], Ruhle [144,145,146,147] i Stulij [173]. Konstrukcje ze sprężonymi wkładkami (pokazanymi na rys 1.1 f) badali: Kozak [97] i Racz [136]. Na podstawie przeglądu dotychczasowych badań w zakresie klasycznych konstrukcji zespolonych można wyróżnić pewne zagadnienia teoretyczne o istotnym znaczeniu dla praktyki projektowej:

- istnieją różnice pomiędzy skurczem nadbetonu i odkształceniem prefabrykatu sprężonego, wyrażające się tzw. współczynnikiem różnic skurczowych; wartość tego współczynnika powinna być określana doświadczalnie; ocena naprężeń powstałych wskutek tych różnic ma wpływ na charakterystykę odkształceń elementu zespolonego;
- różne właściwości mechaniczne dwóch wzajemnie połączonych betonów wywierają wpływ na zachowanie się ustroju pod obciążeniem, modyfikując warunki tworzenia się rys w ustrojach zespolonych;
- w fazie nośności granicznej ustroju zespolonego powinno być analizowane nie tylko zniszczenie wskutek sił normalnych działających w miejscu największego momentu, lecz również zniszczenie wskutek ścięcia w płaszczyźnie zespolenia dwóch betonów.

Znane są opisy stanu naprężeń wywołanych różnicami skurczu nadbetonu i prefabrykatu. Problematyka tego zagadnienia została szczegółowo rozwinięta w pracach: Lardy'ego [111], Kubika [104], Ruhlego [144,145,146,147], Evansa-Parkera [46,47], Bieńka [16] czy Bransona-Ozella [30]. We wszystkich cytowanych pracach, z wyjątkiem ostatniej [30], zakładano idealne zespolenie dwóch betonów i zasadę płaskich przekrojów. Traktując myślowo bryły nadbetonu i prefabrykatu jako wzajemnie związane, określano wartość siły potrzebnej do zrównania długości obu brył ( $S_0 = \delta E_1 A_1$ ), a następnie ustalono naprężenia, jakie ta siła wywołuje w ustroju zespolonym (rys.1.2). W takim przypadku, w obliczeniach naprężeń skurczowych, dla każdej części przekroju zespolonego wprowadza się siły S osobno. Siły te zastępują działanie odrzuconej części przekroju zespolonego na przekrój rozpatrywany.



Rys. 1.2. Zasada obliczeń naprężeń skurczowych wg [16]: 1 – część obetonowana, 2 – część prefabrykowana, 3 – skurcz nadbetonu, 4 – różnica skurczowa δ, 5 – skurcz i pełzanie prefabrykatu sprężanego, 6 – jednostka długości

Wprowadzone myślowo siły muszą zlikwidować różnice długości w płaszczyźnie zespolenia i doprowadzić do ich zrównania. Jako dodatkową zależność wprowadzano warunek dotyczący równości kątów obrotu dla każdego przekroju.

Ponieważ na przekrój zespolony nie działają żadne siły zewnętrzne, zgodnie z [16] wprowadzone siły spełniały warunki od (1.1) do (1.4):

$$S_1 + (-S_2) = 0, (1.1)$$

$$e_1 + e_2 = C_1 + C_2 = e, (1.2)$$

$$\varepsilon_1 + \dot{\varepsilon_1} + \dot{\varepsilon_2} + \varepsilon_2 = \delta, \qquad (1.3)$$

$$\frac{\varepsilon_1'}{c_1} = \frac{\varepsilon_2'}{c_2}.$$
(1.4)

Branson i Ozell [30] zaproponowali rozwiązanie, rezygnując z hipotezy płaskich przekrojów. Wprowadzili założenie, że znane jest położenie siły  $S=S_1=S_2$ , potrzebnej do zespolenia przekrojów obu brył (rys. 1.2). Przyjęli, że oddziaływanie jednej części przekroju na drugą może się odbywać tylko przez powierzchnię zespolenia dwóch betonów i dlatego siła S musi działać w tej płaszczyźnie. Prowadzi to do warunku (1.5):

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{c}_1 \ \mathbf{e}_2 = \mathbf{c}_2. \tag{1.5}$$

Przyjęto, dyskusyjne zdaniem innych badaczy, założenie, że każdy z przekrojów (nadbeton i prefabrykat) odkształcają się niezależnie – formuły od (1.6) do (1.8).

$$\varepsilon_2 + \varepsilon'_2 = \frac{a_1 \delta}{a_1 + a_2}, \qquad (1.6)$$

$$S = \frac{a_1 a_2 \,\delta}{a_1 + a_2},\tag{1.7}$$

$$a_1 = \frac{E_1 A_1 J_1}{J_1 + A_1 e_1^2}, a_2 = \frac{E_2 A_2 J_2}{J_2 + A_2 e_2^2}.$$
 (1.8)

Zgodnie z [47] dla oceny wielkości naprężeń w przekrojach zespolonych istotna jest różnica odkształceń skurczowych obydwu różnych betonów. Zależy ona od trzech czynników:

- swobodnego skurczu betonu jako funkcji czasu,
- pełzania betonu jako funkcji czasu i naprężenia,
- wieku betonu w chwili jego zespolenia z drugim betonem.

Dane w tym zakresie opierają się w głównie na przesłankach teoretycznych, choć były prowadzone w tym zakresie badania eksperymentalne między innymi przez Kajfasza [85]. Evans i Parker [47] oceniają wielkość różnic skurczowych w granicach od  $-1 \ge 10^{-4}$  do  $+4 \ge 10^{-4}$  (ujemne wartości odpowiadają przypadkowi, kiedy odkształcenia betonu podstawowego są większe niż odkształcenia nadbetonu).

Obszerną analizę w tym zakresie przeprowadził Kajfasz [85] na podstawie badań 12 belek zespolonych o konstrukcji pokazanej na rysunku 1.3, a wartości otrzymanych różnic odkształceń skurczowych przedstawia rysunku 1.4.



**Rys. 1.3.** Szczegóły belek próbnych i rozmieszczanie punktów pomiarowych, badania Kajfasza [85]: a) belki 1,2,3, b) belki od 4 do 12; spirala 6ø2,5mm



Rys. 1.4. Wielkości różnic skurczowych otrzymanych przez Kajfasza [85]

Na podstawie zależności przedstawionych na rysunku 1.4 stwierdzono, że mniejsze różnice odkształceń skurczowych dotyczą betonów o wyższych wytrzymałościach. Z zależności otrzymanych przez Kajfasza (rys. 1.4) można również odczytać wielkość różnic odkształceń skurczowych w dowolnym czasie jako różnice rzędnych.

Wyniki badań w [85] związanych z pomiarami odkształceń potwierdziły liniowy charakter odkształceń skurczowych w przekroju zespolonym.

Jednym z postulatów sformułowanych przez Kajfasza w [85] jest propozycja uwzględnienia dodatnich i ujemnych różnic skurczowych w betonach zespolonych. Stwierdzono, że skurcz nadbetonu zmniejsza się w miarę wzrostu wytrzymałości. Stąd konkluzja, że w konstrukcjach zespolonych o niskiej klasie betonu uzupełniającego (< 29MPa) możemy oczekiwać dodatnich różnic skurczowych, natomiast wyższe klasy betonu uzupełniającego powodują ujemne różnice skurczowe.

W efekcie dodatnie różnice skurczowe zwiększają naprężenia ściskające w górnych włóknach nadbetonu i zwiększają ugięcia ustroju. Natomiast ujemne różnice skurczowe wywołują odwrotny skutek, a efekt ich jest podobny do wprowadzenia sił sprężających w strefie rozciąganej zginanego ustroju zespolonego.

Z chwilą ustalenia więzów między dwoma betonami następuje ich pełna współpraca w przenoszeniu obciążeń zewnętrznych i w stawianiu oporu wszelkim siłom wewnętrznym. Ocena tej współpracy w głównej mierze jest zależna od wielkości, jakości i rodzaju płaszczyzny zespolenia. Niemniej jednak dla dokonania pełnej oceny nieodzowne jest rozpatrzenie wpływu zarówno czynników konstrukcyjnych, technologicznych, jak i reologicznych.

W pracy Bilińskiego [17] stopień współpracy dwóch zespolonych przekrojów betonowych uzależniono od:

- charakterystyki geometrycznej każdego z łączonych betonów oraz ich wzajemnego ułożenia w obrysie przekroju zespolonego,
- właściwości mechanicznych obu betonów (zarówno w zakresie sprężystym, jak i pozasprężystym) oraz ich wieku,
- wielkości i przebiegu zjawisk reologicznych w obu zespolonych betonach,
- wielkości i rodzaju obciążeń,
- wstępnych wielkości (przed zespoleniem) naprężeń obu zespolonych przekrojów betonowych.

Stopień współpracy, określający procentowy udział obu zespolonych przekrojów betonowych w przenoszeniu obciążeń zewnętrznych, jest zależny od wielu czynników. Jest on również zmienny w czasie i zmienia się wraz ze wzrostem stanu naprężeń. Nieznaczne zmiany wartości stopnia współpracy obu betonów (np. spowodowane niewłaściwą oceną własności mechanicznych obu zespolonych betonów) prowadzą do dość istotnych różnic w wielkościach doraźnie występujących naprężeń. Niedokładnie określony stopień współpracy może doprowadzić do zbyt przybliżonego określenia naprężeń we wszystkich przewidzianych stanach obciążeń, a tym samym do niewłaściwego określenia odporności przekroju na zarysowanie [17].

Jedną z koncepcji określenia stopnia współpracy dwu betonów w konstrukcjach zespolonych jest wielkość współczynnika redukcji przekroju nadbetonu (jako betonu o wytrzymałości niższej niż betonu podstawowego). Propozycje w tym zakresie podali między innymi autorzy prac [19, 20, 92,164].



**Rys. 1.5.** Graficzna interpretacja współczynnika redukcji dla przekroju zespolonego (przekrój prefabrykowany  $f_{cp}$  = 30 MN/m<sup>2</sup>, przekrój dobetonowany  $f_{cn}$  = 20 MN/m<sup>2</sup>) [19]

Beton pod obciążeniem ulega odkształceniom, które są wynikiem działania zarówno czynników mechanicznych, doraźnych i termicznych. Istotny wpływ mają tu także reologiczne cechy betonu (skurcz i pełzanie). Pod wpływem działania naprężeń powstają w betonie jednocześnie odkształcenia sprężyste i plastyczne.

Mikrostruktura betonu ma decydujący wpływ na zachowanie się tego materiału pod obciążeniem. Odkształcenia sprężyste mogą powstać jedynie wówczas, gdy na skutek działań sił zewnętrznych (obciążenie) lub wewnętrznych (np. zmiana temperatury) mają miejsce w pełni odwracalne zjawiska przyciągania się lub odpychania mikrocząstek tworzących strukturę betonu. Warunkiem koniecznym jest tu zachowanie równowagi wewnętrznej mikrostruktury, co jest cechą ośrodków idealnie sprężystych. W przypadku betonu efekty sprężystych odkształceń mogą być rozpatrywane jedynie na krótkim odcinku krzywej naprężenie–odkształcenie. Przy wyższych naprężeniach zależności  $\sigma - \varepsilon$  są już wyraźnie nieliniowe, co jest spowodowane zachwianiem równowagi wewnętrznych sił mikrostruktury w betonie. W efekcie prowadzi to do wystąpienia odkształceń plastycznych, a po odciążeniu – do trwałych odkształceń betonu.

W przypadku wielokrotnego obciążania i odciążania próbki odkształcenie trwałe (pozostające) maleje, wskutek czego po pewnej liczbie cykli beton doznaje tylko odkształceń sprężystych.

Stopień współpracy zespolonych przekrojów betonowych w zakresie nieliniowej zależności odkształcenia–naprężenia jest funkcją wzajemnego przyrostu naprężeń (wzór 1.9):

$$\frac{\Delta\sigma_{bm}}{\Delta\sigma_{bp}} = n_b. \tag{1.9}$$

Stopień współpracy, określający procentowy współudział obu zespolonych przekrojów betonowych w przenoszeniu obciążeń, zewnętrznych jest zależny od wielu czynników. Uznanie zatem stanu współpracy dwóch przekrojów betonowych jako wielkości stałej i zależnej wyłącznie od modułów sprężystości współpracujących betonów nie jest, w świetle wykonywanych dotąd badań, wystarczające. Uznając beton za materiał nieliniowo sprężysty, stopień współpracy należy wyrazić przez współczynnik redukcyjny, określający stosunek przyrostu naprężenia w obu współpracujących przekrojach w procesie zachodzących zmian obciążenia.

W świetle przedstawionej analizy w [17], dotyczącej kształtowania stopnia współpracy dwóch zespolonych betonów w różnych warunkach pracy konstrukcji, przyjęcie stałego stopnia współpracy, niezależnie od naprężeń, nie znajduje uzasadnienia.

Liczne analizy teoretyczne i badania przeprowadzone w ciągu kilkudziesięciu lat pozwoliły na szersze upowszechnienie i stosowanie elementów łączonych poprzez zespolenie dwu różnych betonów. Sformułowane zostały normowe zasady obliczania i konstruowania takich ustrojów [202, 203, 204, 205]. Zagadnieniom na temat konstrukcji zespolonych poświęcono obszerny rozdział w [201] oraz w Model Code [199].

Zgodnie z dotychczasowymi badaniami i zaleceniami normowymi dla konstrukcji zespolonych stawiane są następujące wymagania:

- konstrukcja musi być zabezpieczona przed rozwarstwieniem w płaszczyźnie styku; aby zachowana została nośność na ścinanie, powinny być zastosowane podłużne połączenia prefabrykatu z betonem uzupełniającym;
- musi być zachowana ciągłość w przekazywaniu sił normalnych przez elementy współpracujące oraz między nimi;
- beton uzupełniający klasy m.in. C20;
- w [201] dopuszcza się tzw. *topping*, to jest cienką warstwę betonu uzupełniającego, powszechnie stosowanego w stropach budynków wielokondygnacyjnych o grubości nie mniejszej niż 40 mm.

W Eurokodzie 2 [201] definiuje się 4 rodzaje chropowatości powierzchni łączonych i pozwala na uwzględnienie przyczepności pomiędzy łączonymi powierzchniami oraz zbrojenia łączącego. W Model Code (MC) [199] w punkcie 6.3 definicja pojęcia beton-beton rozumiana jest poprzez łączenie dwóch betonów w innym czasie. Według MC [199] zagadnienie to jest istotne pod względem praktycznym, m.in. w sytuacjach:

- naprawa i wzmocnienie istniejącej konstrukcji poprzez nową warstwę,
- uzupełnienie elementu prefabrykowanego nowym betonem.

Model Code [199] precyzuje również powierzchnię styku, jej średnią chropowatość, co pokazano na rysunku 1.6.



Rys. 1.6. Połączenie dwóch betonów na długości elementów styku o średniej chropowatości [199]

Zgodnie z [201] konstrukcje złożone z elementów o różnej wytrzymałości należy sprowadzać do przekroju jednorodnego o odpowiednim stosunku obliczeniowych wytrzymałości betonu na ściskanie tych elementów. Siły wewnętrzne wywołane różnicą skurczu i pełzania mogą być obliczeniowo pominięte.

W normie PN-EN 1992 [201] sprecyzowano również procedurę sprawdzania zarysowania i ugięcia konstrukcji zespolonych. W tym przypadku należy postępować jak w konstrukcji jednorodnej, przyjmując, że naprężenia w konstrukcji zespolonej, wywołane różnicą skurczu i pełzania betonu, znajdują się w stanie równowagi wewnętrznej, a krzywizny łączonych elementów po odkształceniu są jednakowe.

Konstrukcje zespolone, złożone z elementów o różnej odkształcalności, należy sprowadzać do przekroju jednorodnego o odpowiednim stosunku modułów spręży-stości betonu –  $E_{cm}$  tychże elementów.

Należy podkreślić, że wszystkie zalecenia w PN-EN 1992 [201] dotyczą elementów zespolonych z betonów zwykłych i nie mogą być bez uzasadnienia stosowane do rozpatrywanych tu ustrojów zespolonych, zawierających warstwę BWW czy fibrobeton.

Odrębną grupę problemów rozwiązano w pracach badawczych dotyczących zastosowania betonu ekspansywnego jako nadbetonu. Badania belek zespolonych z udziałem betonu zwykłego i warstwy betonu ekspansywnego przeprowadzono między innymi przez zespół Króla [98,99,100,101,102,103].

Analizowana była także charakterystyka cech wytrzymałościowych styku betonu zwykłego i ekspansywnego oraz sposobów zastosowania takich konstrukcji w praktyce [98, 99, 100, 101, 102, 103]. Według zespołu Króla, cechą wiodącą, opisującą jakość styku dwóch betonów, są naprężenia przyczepności. Rodzaj ciał badawczych i sposób badań w tym zakresie nie zostały jednoznacznie znormalizowane. Do badań przyczepności dwóch betonów stosowane były różne ciała badawcze.

W zależności od charakteru pracy styku dobierano różne sposoby badań. Wyróżnić można następujące rodzaje próbek badawczych:

- próbki do badań wytrzymałości na rozciąganie,
- próbki do badań wytrzymałości na ścinanie lub przecinanie (ścinanie bezpośrednie),
- próbki do badań styku pracującego na ściskanie ze ścinaniem,
- próbki do badań styku pracującego na skręcanie i inne.

Wytrzymałość na ścinanie była wyznaczana na podstawie wytrzymałości na rozciąganie. Można mieć więc wątpliwości, czy taka relacja bezpośrednia zachodzi, gdyż naprężenia ścinające mają charakter stycznych, zaś rozciągające – normalnych. Są to więc jakościowo różne wielkości. Bliższa zbieżność wytrzymałości betonu na ścinanie jest jednak z wytrzymałością betonu na ścinanie bezpośrednie (tzw. przecinanie) [98, 99, 100].

Stosowane w badaniach, prowadzonych między innymi przez Króla i zespół, próbki badawcze na ścinanie bezpośrednie "zatajały" wpływy zjawiska skurczu na wartości przyczepności. Wpływy te tkwią w globalnej wartości wyniku badań. Dla porównań należałoby stosować próbki wykonane z betonu "bezskurczowego". Jednak modelowanie takiego betonu, aby naturalne zjawiska skurczu kompensowały się ze wzrostem objętości, jest praktycznie niemożliwe.

Ponadto w przypadku użycia betonów pęczniejących lub ekspansywnych model próbki na ścinanie bezpośrednie umożliwia uzyskanie wiarygodnych wyników badań przyczepności tych betonów do betonów zwykłych.

W pracach nad zastosowaniem betonu ekspansywnego zaproponowano, przez Króla i zespół, nowy rodzaj elementu badawczego na ścinanie bezpośrednie, aby zjawiska odkształceń próbek betonu (skurczu, pęcznienia, ekspansji) mogły być uwzględnione w sposób mierzalny (rys.1.7).

W badaniach [101] przyjęto powierzchnię cylindryczną w próbce prostopadłościennej. Przyjęcie takiego kształtu próbki badawczej umożliwiło:

- badanie styku betonu zwykłego (skurczowego) i ekspansywnego,
- spełnienie warunku symetrycznego usytuowania próbki w maszynie wytrzymałościowej,
- zwiększenie powierzchni ścinania, co ogranicza lokalną przypadkowość zmian cech w płaszczyźnie styku,
- równomierne rozłożenie się zjawiska skurczu i pęcznienia na powierzchni ścięcia,
- wywieranie nacisku prostopadłego do powierzchni ścięcia przez wprowadzenie doprężenia pionowego (prętem stalowym) próbki walcowej,



Rys. 1.7. Proponowany model próbki na ścinanie bezpośrednie wg [101]

 doświadczalne określenie wpływu docisku prostopadłego do powierzchni ścięcia wywołanego pęcznieniem próbki wskutek ekspansji betonu.

Założenia do badań i ich analizę przedstawiono szczegółowo w pracy [101].

Przyczepność betonu uzupełniającego do betonu podstawowego określano na podstawie siły, przy której nastąpiło wzajemne przesunięcie dwóch części próbki, a więc nastąpiło zerwanie przyczepności. Wartość wytrzymałości na przyczepność  $\tau_j$  obliczono, dzieląc wartość tej siły przez powierzchnię pobocznicy walca. Następnie odniesiono uzyskane wyniki do wytrzymałości na ściskanie betonu uzupełniającego f<sub>ck</sub>, obliczając wskaźnik przyczepności w styku betonów zwykłych i ekspansywnych wg zależności (1.10):

$$\beta = \frac{\tau_j}{f_{ck}}.\tag{1.10}$$

Zaproponowany model próbki w [101] poszerzył zakres parametrów wpływających na wartość ścinania bezpośredniego, a mianowicie umożliwił badanie ścinania bezpośredniego w styku betonu zwykłego i ekspansywnego.

Znajomość wartości przyczepności w styku betonów zwykłych i ekspansywnych jest niezbędna, bowiem w praktyce rekonstrukcji, napraw i wzmocnień konstrukcji z betonu stosowane są zaczyny (do iniekcji rys), zaprawy (do reprofilacji ubytków) i betony ekspansywne (do monolityzacji i wzmocnień konstrukcji). Skuteczność takich napraw nie mogła być określona doświadczalnie na dotychczas stosowanych próbkach badawczych.

W przypadku zastosowania proponowanego w [101] modelu próbki na wartość przyczepności uwzględniono zarówno wpływ ekspansji, jak i parametr skurczu.

Na podstawie przeprowadzonych przez Króla i zespół badań można stwierdzić, że beton ekspansywny użyty jako beton uzupełniający w konstrukcjach zespolonych ma podwyższoną przyczepność do betonu "podstawowego" w porównaniu z przyczepnością betonu zwykłego.

W przypadku ogólnym rozszerzanie się nadbetonu ekspansywnego w toku jego wiązania (przy odpowiednich parametrach styku) prowadzi do powstania wstępnego stanu naprężeniowo-odkształceniowego. W wyniku odkształceń nieswobodnych w nadbetonie ekspansywnym powstają naprężenia ściskające (samonaprężenia), a część prefabrykowana doznaje rozciągania mimośrodowego. Ważną rolę odgrywa tu stosunek wysokości części monolitycznej do wysokości części prefabrykowanej. W zależności od wysokości nadbetonu (przy stałej wysokości przekroju zespolonego) może być osiągnięty różny poziom odkształceń i naprężeń tak w betonie ekspansywnym, jak i w części prefabrykowanej.

Przeprowadzone w pracy Tura [178] badania belek zespolonych z udziałem betonu ekspansywnego pod obciążeniem doraźnym wskazują, że występujące w takich belkach wstępne samonaprężenia w znaczny sposób wpływają na pracę konstrukcji w stadium eksploatacji. Samonaprężone belki żelbetowe posiadają wyższą o 32% rysoodporność przekrojów, do 40% mniejsze ugięcia i szerokości rozwarcia rys. Podczas badań prowadzonych przez Tura [178] stwierdzono także efekt ograniczania rozwoju rys prostopadłych na granicy styku, co w znaczny sposób wpływało na charakter rozwoju i końcowe wartości szerokości rys i ugięcia elementów zespolonych.

Na podstawie przeprowadzonych i opisanych wyżej badań opracowano metodykę obliczeniową konstrukcji zespolonych samonaprężonych dla drugiej grupy stanów granicznych z wykorzystaniem modelu odkształceniowego przekrojów, co odpowiada wymaganiom Eurokodu 2 [201].

Jednym z nowocześniejszych rozwiązań jest zastosowanie fibrobetonów w stropach zespolonych. Konstrukcja stalowo-fibrobetonowa jest konstrukcją odporną na działania sejsmiczne.

Zespolenie typu beton-beton stosowane w prefabrykacji polega na wypełnianiu przestrzeni pomiędzy elementami już istniejącymi (wykonanymi wcześniej) albo uzupełnianiu podczas prac remontowych betonem o wytrzymałości dużo niższej niż ten, z którego wykonano uzupełniane elementy.

Przykładem zastosowania jest budownictwo mostowe, gdzie częstym sposobem naprawy lub wzmocnienia jest uzupełnianie ubytków betonu starego nowym (np. poprzez natryskiwanie). Ważnym aspektem podczas łączenia betonu starego z nowym jest odpowiednio przygotowana powierzchnia starego betonu. Powierzchnia uzupełniana powinna być odpowiednio chropowata, nawilżona i pozbawiona zanieczyszczeń. Uważać należy, aby nie uszkodzić powierzchni wzmacnianej. Czasami przy łączeniu obu betonów niezbędne jest zastosowanie odpowiednich łączników w celu zapewnienia odpowiedniej współpracy.



Rys. 1.8. Przykłady elementów zespolonych [70]

Znaczące badania i analizy dotyczące konstrukcji zespolonych o różnych charakterystykach materiałowych przedstawiono w pracy [70]. Przeprowadzono w wymienionej pracy badania nad stanem naprężeń i odkształceń w płaszczyźnie styku i strefie przypodporowej elementów zespolonych, łącząc beton zwykły z betonem ekspansywnym. Celem ogólnym pracy było sformułowanie podstaw teoretycznodoświadczalnych dopełniających wiedzę z dziedziny żelbetowych elementów zespolonych, pozwalających na ustalenie warunków racjonalnego projektowania takich elementów. We wszystkich analizach uwzględniono podatność styku oraz wstępny stan naprężeń wynikający z odkształcalności betonów kształtujących składowe przekroju zespolonego – skurcz w przypadku betonu zwykłego i ekspansję betonu ekspansywnego. Na podstawie przeprowadzonych badań sformułowano następujące wnioski [70]:

- strefy przypodporowe żelbetowych elementów zespolonych rozpatrywać należy kompleksowo, z uwzględnieniem istnienia styku pomiędzy łączonymi elementami, którego cechy wpływają na mechanizm zniszczenia i nośność elementu;
- użycie betonu ekspansywnego w konstrukcjach zespolonych ma wpływ na pracę styków i przekrojów przypodporowych.

W pracy [69] Halicka i Franczak zwróciły uwagę na przyczepność między dwoma betonami – "nowym" i "starym". Bardzo przystępnie opisano zjawiska fizykochemiczne występujące na granicy dwóch stykających się betonów, prowadzące do ich wzajemnego połączenia. W nawiązaniu do [70] za miarę przyczepności uznano siłę potrzebną do rozłączenia się stykających materiałów, wytrzymałość styku odnoszono do wytrzymałości na rozciąganie, ścinanie, ścinanie ze ściskaniem, przecinanie lub skręcanie. Autorki pracy [69] zaznaczyły, iż nie można mówić o wytrzymałości uniwersalnej styku, ponieważ stan naprężenia, w jakim pracuje styk, zależy od schematu prowadzonych badań. Po analizie wyników badań sformułowano następujące wnioski: nośność styku oraz efektywność zespolenia w przypadku jednej z serii. gdzie łączono beton stary, dojrzewający 28 dni, z betonem nowym, rośnie wraz z wiekiem betonu nowego; największy wzrost efektywności zespolenia występuje w okresie największego przyrostu wytrzymałości betonu nowego, zaś w przypadku łączenia młodego betonu z nowym nie wykazano różnic.

Zbadanie płaszczyzny zespolenia dwóch betonów uwarunkowane jest przyjęciem odpowiedniego modelu próbki badawczej poddanej [69]:

- rozciąganiu (rozciąganie przez rozłupywanie, osiowe, rozciąganie przy zginaniu) oraz *pull-off*, test na badanie przyczepności,
- ścinaniu *direct shear test, push-off test,* polegające na jedno- lub dwupłaszczyznowym bezpośrednim ścinaniu,
- skręcaniu,
- ścinaniu ze ściskaniem *slant-shear*.

Określenie pracy styku bezpośrednio jest zdeterminowane jego odkształceniem, powstałym w wyniku przyłożonych obciążeń.

Badania zespolonych belek teowych ze stykiem zbrojonym i zagwarantowaną przyczepnością betonów obszernie przedstawiono w pracy Halicka, Jabłoński [80], przy czym położenie styku na wysokości przekroju było różne. Na postawie przeprowadzonych badań i analiz sformułowano poniższe wnioski [80]:

- istnienie styku wywarło wpływ na obraz zarysowania,
- położenie styku miało wpływ na obraz zarysowania.

Podsumowując przeprowadzony przegląd literatury, można stwierdzić, że polskie doświadczenia w dziedzinie projektowania, obliczania i badań klasycznych konstrukcji zespolonych typu beton–beton mają długoletnią i dobrze naukowo podbudowaną tradycję. Prowadzone badania były podstawą opracowania polskich norm spójnych z wymaganiami europejskimi.

Odczuwalny jest jednak brak wytycznych dotyczących zespolenia materiałów o znacznie różniących się właściwościach mechanicznych i reologicznych, jakimi są beton zwykły i beton wysokowytrzymały czy fibrobeton.

Badania Kajfasza stały się jedną z przesłanek, która przyczyniła się do podjęcia przez autorkę tematyki niniejszej monografii – badań elementów zespolonych z betonu zwykłego i BWW jako ustrojów, w których mogą być generowane korzystnie działające ujemne różnice skurczowe. Wyniki tych badań i analiz przedstawiono między innymi w pracach [148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 156, 157, 158].

Natomiast pojawienie się betonów generacji typu fibrobetony spowodowało podjęcie przez autorkę dalszych badań i rozważań nad zastosowaniem warstwy nadbetonu z fibrobetonu w elementach zespolonych typu belkowego i płytowego [159, 160, 161].

#### 1.2. Betony nowej generacji

Beton jest materiałem powszechnie stosowanym w budownictwie i pomimo pojawiających się nowych technologiczno-materiałowych rozwiązań nadal pozostaje jednym z podstawowych materiałów budowlanych. Rozwój wiedzy na temat betonu, zdobyte doświadczenie, liczne badania nad jego udoskonaleniem i wykorzystaniem pozwalają na stwierdzenie, iż jest on najczęściej stosowanym materiałem w obiektach budowlanych.

Jest on stosowany nie tylko jako materiał konstrukcyjny, ale również uzupełniający, współpracujący z innymi materiałami, jak stal, drewno itp. Zalety betonu wykorzystywane są najczęściej w konstrukcjach żelbetowych i sprężonych, z uwagi na łatwość dowolnego formowania, a przede wszystkim zapewnienie pożądanej wytrzymałości na ściskanie, trwałości i niezawodności realizowanych obiektów budowlanych.

W pracy wykorzystano betony nowej generacji w belkach i płytach zespolonych typu beton–beton jako sposób na wzmocnienie istniejących elementów oraz jako materiał konstrukcyjny w nowych.

#### 1.2.1. Betony o wysokiej wytrzymałości (BWW)

Betony o wysokiej wytrzymałości (BWW) klasyfikuje się na podstawie wytrzymałości na ściskanie, która wynosi od 60 MPa. Betony te wywodzą się z tradycyjnego betonu zwykłego i stanowią efekt prowadzonych modyfikacji betonu cementowego [84]. BWW wykonuje się z nowoczesnych spoiw cementowych wysokiej jakości. Małe wartości w/c (od 0,25 do 0,4) oraz domieszki wyróżniają betony wysokiej wytrzymałości. Chcąc uzyskać betony o wysokiej wytrzymałości, należy stosować domieszkę mineralną, mikrokrzemionkę i superplastyfikator [174]. Sposób dodawania mikrokrzemionki do betonu szczegółowo omówiono w pracach [84, 174]. Stosowanie mikrokrzemionki zwiększa szczelność mieszanki oraz modyfikuje strefę przejściową zaczyn/grube kruszywo [81].

W Polsce [3,5,83,86,115,117,123, 90] określenie BWW charakteryzuje beton:

- o dobrej urabialności świeżej mieszanki betonowej (ok. 1 godz.),
- o wytrzymałości na ściskanie po 28 dniach co najmniej 60 MPa,
- o dużej trwałości zdeterminowanej przez szczelność betonu.

Betony wysokiej wytrzymałości mogą być stosowane jako betony zbrojone, niezbrojone i sprężone. Jednak w porównaniu z betonami zwykłymi cechują się znacznym pełzaniem i skurczem.

Betony wysokiej wytrzymałości, ich nazewnictwo i podział możemy znaleźć w wielu publikacjach [3,5,9,86,107,109,110,115,123,174,175,186]. Pierwszy ich podział podali Ajdukiewicz i Mames w publikacji [4].

Zgodnie z [84] rozróżnia się następujące typy betonów o wysokiej wytrzymałości:

- BWW betony wysokiej wytrzymałości, których wytrzymałość na ściskanie przekracza 60 MPa;
- BBWW betony bardzo wysokowytrzymałe/wysokowartościowe, których wytrzymałość na ściskanie wynosi 100–150 MPa;
- BUWW betony ultrawysokowartościowe, których wytrzymałość jest większa od 150MPa; dzielimy je na: betony z proszkiem reaktywnym, zagęszczony włókno–kompozyt i kompozyt SIFCON z siatkobetonu z mikrowłóknobetonem [84];
- LBWW lekkie betony wysokowartościowe, których wytrzymałość na ściskanie wynosi od 40 MPa;
- SCC betony samozagęszczalne;
- WBWW betony ze zbrojeniem rozproszonym, znane pod nazwą FRHPC.

Skład betonów wysokowartościowych różni się od składu betonów zwykłych zwiększoną zawartością składników drobnoziarnistych, niższym stosunkiem wodno-cementowym, mniejszą zawartością kruszywa grubego, ograniczeniem średnicy ziaren. Stosując środki upłynniające, uzyskać możemy dużą urabialność mieszanki betonowej. BWW wymagają zastosowania cementów wysokiej jakości o powtarzalnym składzie [84].

#### 1.2.2. Zależność naprężenie-odkształcenie

Krzywoliniowa zależność naprężenie–odkształcenie ( $\sigma - \varepsilon$ ) w betonach spowodowana jest obecnością stref kontaktowych kruszywo–zaczyn cementowy oraz rozwojem mikrorys. Typową zależność  $\sigma - \varepsilon$  w zaczynie cementowym, betonie i kruszywie przedstawiono na rysunku 1.9.

Zakłada się, że przebieg niszczenia betonów wysokowartościowych jest zbliżony do sposobu zniszczenia, jaki obserwuje się w materiałach kruchych. Ze względu na ograniczenia cech plastycznych odkształcalność doraźna BWW charakteryzuje się tym, że do wytężenia (0,65  $\div$  0,70)  $f_{ck}$  zależność naprężeń do odkształceń zbliżona jest do liniowej. Dodatek mikrokrzemionki wpływa wyraźnie na zwiększenie wytrzymałości BWW, natomiast nieznacznie na wartość modułu sprężystości.



Rys. 1.9. Zależność σ – ε w zaczynie cementowym, betonie i kruszywie[5]

Do analizy konstrukcji betonowych, żelbetowych i sprężonych w stanach granicznych użytkowalności, a także w wielu przypadkach analizy stanu granicznego nośności, konieczna jest znajomość lub oszacowanie modułu sprężystości betonu  $E_c$ jako podstawowej miary odkształcalności podłużnej. W pracy [3] przedstawiono porównanie różnych propozycji teoretycznego wyznaczania modułu sprężystości BWW. Zaproponowane formuły w [3] dotyczą zależności średniego (siecznego) modułu sprężystości  $E_c = E_{cm}$  od walcowej wytrzymałości charakterystycznej na ściskanie  $f_{ck}$ .

W BWW wytrzymałość na ściskanie zależy od modułu sprężystości i wytrzymałości ziaren kruszywa grubego. Wyrazem tego jest przechodzenie rys przy zniszczeniu właśnie przez te ziarna.

Taki przebieg zniszczenia jest charakterystyczny dla dwufazowego materiału kompozytowego, jakim jest BUWW, przy zapewnieniu pełnego przekazywania naprężeń pomiędzy zaczynem i ziarnami grubego kruszywa już pod działaniem stosunkowo małych obciążeń. Odmienne zachowanie się betonowych próbek z BWW i betonu zwykłego przedstawia rysunek 1.10.



Rys. 1.10. Porównanie wykresów σ – ε przy ściskaniu jednoosiowym próbek walcowych BUWW i BZ [5]

Zarówno matryca, jak i kruszywo są materiałami kruchymi. Beton złożony z tych faz wykazuje nieliniową odkształcalność widoczną na wykresach  $\sigma - \varepsilon$ , która wynika ze zjawiska mikrorys. Różnice modułów sprężystości matrycy i kruszywa są przyczyną koncentracji naprężeń w warstwie kontaktowej i powstawania siatki mikrorys już pod niewielkimi obciążeniami. Mniejsza różnica między sztywnością matrycy i kruszywa w BWW w porównaniu do betonów zwykłych zwiększa jedno-rodność rozkładu naprężeń i redukuje ich koncentrację. W wyniku tego tworzy się mniej mikrorys, co przejawia się bardziej gwałtownym pękaniem BWW. Podczas badań kruchości BWW stwierdzono, że zwiększenie odporności na pękanie było wolniejsze niż wytrzymałości na ściskanie. Związane jest to ze znaczną różnicą wytrzymałości na ściskanie.

Przeprowadzone badania przez autorów pracy [5] potwierdzają, iż rysy i pęknięcia w elementach konstrukcyjnych zależą nie tylko od kruchości materiału i jego wytrzymałości na rozciąganie, ale przede wszystkim od występujących sił rozciągających, wynikających z przyłożonych obciążeń i warunków swobody odkształceń.

Typowe zależności naprężenie–odkształcenie w próbkach betonowych w jednoosiowym stanie obciążenia ściskającego dla betonów o zróżnicowanej wytrzymałości (różnych klas C20....C80) pokazano na rysunku 1.11. W przypadku niższych klas krzywe " $\sigma - \varepsilon$ " mają bardziej płaski charakter i maksymalne odkształcenie wynosi około 2‰. W przypadku wyższych klas krzywe stają się bardziej smukłe, a maksymalne odkształcenie wynosi około 3,5‰.



Rys. 1.11. Zależność "σ – ε" dla betonów o różnej wytrzymałości [115]

Zależności " $\sigma - \varepsilon$ " najczęściej opisywane są za pomocą wzorów empirycznych w funkcji odkształceń granicznych betonu na ściskanie. Wzór Hartiga-Rittera [115] jest najbardziej popularną formułą " $\sigma - \varepsilon$ ", opisaną w postaci paraboli drugiego stopnia, uzależnioną od wytrzymałości betonu na ściskanie określonej na próbkach cylindrycznych. Wzór (1.11) zdobył miano paraboli madryckiej i został przyjęty do obliczeń, przy założeniu, że maksymalne odkształcenie betonu ściskanego  $\varepsilon_{uk} = 0,0035$  (3,5‰).

$$\sigma_c = f_{ck} \left( 2 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{uk}} \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{\nu k}}.$$
 (1.11)

Na podstawie rysunku 1.11 można stwierdzić, że betony BWW charakteryzują się nie tylko większą wytrzymałością, lecz wykazują także zróżnicowane granice odkształceń doraźnych przy maksymalnych naprężeniach oraz odkształceniach granicznych, w porównaniu z betonami niższych klas. Betony niskich klas charakteryzują się większą plastycznością (większy zakres odkształceń), podczas gdy wykres zależności  $\sigma - \varepsilon$  dla BWW nie jest do końca sprecyzowany nawet dla jednoosiowego stanu naprężenia, o czym świadczą różnice wartości granicznych odkształceń, podane między innymi w zaleceniach normowych [196] i [201]. Wykres zależności " $\sigma - \varepsilon$ " według [196] dla różnych klas betonów pokazano na rysunku 1.12.



**Rys. 1.12.** Wykres zależności  $\sigma - \varepsilon$  dla betonów wg [196]

Niespójne są również propozycje określania zależności między naprężeniami i odkształceniami w ściskanym betonie wysokowartościowym i ich charakterystycznych punktach dla wykresu  $\sigma - \varepsilon$ .

Różne koncepcje opisu funkcji  $\sigma - \varepsilon$  dla BWW przedstawiono w tabeli 1.1, opracowanej na podstawie [148].

Wybrane publikacje	$\alpha_1$	β1	8 <sub>cu</sub>
ACI 318-02	0,85	$\begin{array}{c} 1,09-0,008  f_c \\ 0,85 \geq \beta_1 \geq 0,65 \end{array}$	0,003
Ibrahim i MacGregor ACI Structural Journal V. 94, No. 1, JanFeb. 1997	$0,85 - 0,00125 f_c \ge 0,725$	$0,\!95-0,\!0025 f_c\!\geq\!0,\!70$	0,003
Norma Kanadyjska CAN 3-A23.3-M94	$0,85-0,0015f_c\!\geq\!0,67$	$0,\!97-0,\!0025f_c\!\geq\!0,\!67$	0,003
Nowozelandzka norma NZS 3101–1995	$\begin{array}{c} 0,85-0,004(f_c\!-\!55) \\ 0,85\geq\alpha_1\!\geq\!0,75 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1,09-0,008 f_c \\ 0,85 \geq \beta_1 \geq 0,65 \end{array}$	0,003
Azizinamini et al. ACI Structural Journal V. 91, No. 3, May–June 1994	$\begin{array}{c} 0,85-0,00725(f_c-69)\\ 0,85\geq\alpha_l\geq0,60 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1,09-0,008 f_c \\ 0,85 \geq \beta_1 \geq 0,65 \end{array}$	0,003

**Tabl. 1.1.** Współczynniki  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  i odkształcenia graniczne  $\epsilon_{cu}$  betonu dla prostokątnego wykresu naprężeń w BWW wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

Wybrane publikacje	α1	βι	Ecu					
CEB-FIB 1990 Model Code	$0,85(1-f_c/250)$	1,0	$0,004 - 0,002  f_c/100$					
Eurocode 2	$1,0 - (f_{ck} - 50)/200*$	$0,8 - (f_{ck} - 50)/400*$	$2{,}6+35\;[(90-f_{ck})\!/100]^4$					
DIN 1045-1:2001	$1,05 - f_{ck}/500*$	$1,0 - f_{ck}/250**$	0,0023					
* w EC2 $\alpha_1$ określane jest jako η, natomiast $\beta_1$ jako $\lambda$ ** w DIN $\alpha_1$ określane jest jako $\chi$ , natomiast $\beta_1$ jako k								

Analizowano również funkcje rozkładu naprężeń ściskających w elementach zginanych, korzystając z różnic wartości odkształceń granicznych BWW.

Różnice w wartościach odkształceń betonu wpływają na obliczeniową ocenę nośności na zginanie. W pracy [48] udowodniono, że nawet niewielkie różnice w ocenie granicznych odkształceń BWW rzutują na zauważalne zmiany w obliczeniowej nośności elementów zginanych.

W analizie konstrukcji według [199] dla betonów klasy do C80/95 włącznie przyjmuje się zależność  $\sigma - \varepsilon$  według poniższej krzywej, przedstawionej na rysunku 1.13.



**Rys. 1.13.** Zależności σ – ε wg [199]

Wykres zależności " $\sigma - \varepsilon$ " opisano w [199] zgodnie z formułą (1.12):

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = -\left(\frac{\kappa \cdot \eta - \eta^2}{1 + (\kappa - 2) \cdot \eta}\right) dla |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}|, \qquad (1.12)$$
$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1},$$
$$k = E_{ci} / E_{c1}.$$

gdzie:

Wartości poszczególnych modułów sprężystości i odkształceń dla BWW według [199] można przyjmować zgodnie z tablicą 1.2.

Klasa betonu	C50/60	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115	C110/125	C120/135
$E_{ci}$	38,6	40,7	42,6	44,4	46,0	47,5	48,9	50,3
$E_{c1}$	23,2	26,2	28,9	31,4	33,8	36,0	39,3	42,7
$\varepsilon_{c1}$ [‰]	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,9	-3,0	-3,0	-3,0
Ec,lim [%0]	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-3,0	-3,0	-3,0
k	1,66	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

Tabl. 1.2. Wartości modułów sprężystości i odkształceń betonu wg [199]

Zbliżone wartości odkształceń zostały zaproponowane w [196], co przedstawia tablica 1.3.

Tabl. 1.3. Odkształcenie  $\epsilon_{c1}$  i  $\epsilon_{cu}$  wg normy DIN [196]

Klasa betonu	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115
fck [MPa]	60	70	80	90	100
$\varepsilon_{c1}$ [%0]	-2,06	-2,10	-2,14	-2,17	-2,2
Ecu [‰]	-2,7	-2,5	-2,4	-2,3	-2,2

W [201] przyjęto także zasadę redukcji granicznych odkształceń betonu wraz z przyrostem jego wytrzymałości, co przedstawiono w tablicy 1.4.

 Tablica 1.4. Charakterystyka naprężeń – odkształceń betonu wg [201]

Klasa betonu	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115
fck [MPa]	60	70	80	90	100
<i>Ec</i> 1 [‰]	-2,7	-2,8	-2,9	-2,95	-3,00
<i>E</i> <sub>c1u</sub> [%0]	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-3,00
Ec2 [%0]	-2,06	-2,10	-2,14	-2,17	-2,2
<i>Ec2u</i> [%0]	-2,7	-2,5	-2,40	-2,3	-2,2

Zależność  $\sigma - \varepsilon$  przy jednoosiowym krótkotrwałym obciążeniu w [86] opisano formułą (1.13):

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta},$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} (\varepsilon_c < 0),$$

$$k = -1, 1E_{cm} \varepsilon_{c1} / f_{cm},$$

$$E_{cm} = 9,5 (f_{ck} + 8)^{1/3}.$$
(1.13)

gdzie:

Większe ograniczenie granicznych odkształceń dotyczy paraboliczno-prostokątnej postaci zależności  $\sigma - \varepsilon$  stosowanej przy obliczaniu przekroju.

Przyjęcie dużych ograniczeń odkształcania się betonu wysokiej wytrzymałości przy ściskaniu powoduje znaczne zmniejszenie granicznych krzywizn. Zasadę określania krzywizny granicznej w funkcji granicznych odkształceń betonu  $\varepsilon_u$  i zbrojenia  $\varepsilon_{su}$  przedstawia rysunek 1.14.



Rys. 1.14. Graniczne odkształcenia skrajnych włókien [86]

Z liniowych zależności geometrycznych otrzymuje się zależności na wartość graniczną krzywizny przekroju (1.14):

$$\kappa_{lim}d = \min \begin{cases} \frac{-\varepsilon_{cu}}{x}d\\ \frac{\varepsilon_{su}}{d-x}d \end{cases}.$$
 (1.14)

Wpływ wielkości i odkształcenia  $\varepsilon_{cu}$  na graniczną krzywiznę  $\kappa_{lim}$  pokazano na rysunku 1.15.



Mniejsze krzywizny graniczne przekroju elementu oznaczają zmniejszenie możliwości redystrybucji sił wewnętrznych w konstrukcji z BWW, co jest niekorzystne z punktu widzenia jej bezpieczeństwa.

W elementach zbrojonych beton wysokiej wytrzymałości zachowuje się inaczej niż beton zwykły ze względu na zbrojenie i efekt skali [86].

Dążenie do wyeliminowania tej niekorzystnej cechy było jedną z przesłanek podjęcia problemu modyfikacji charakterystyki odkształceniowej elementów zginanych poprzez połączenie elementów wykonanych z bardziej odkształcalnego betonu zwykłego z BWW.

#### 1.2.3. Odkształcalność doraźna betonu

Beton pod obciążeniem ulega odkształceniom, które są wynikiem działania czynników mechanicznych doraźnych, jak i termicznych. Istotny wpływ mają tutaj także reologiczne cechy betonu, czyli skurcz i pełzanie. Pod działaniem naprężeń w betonie powstają jednocześnie odkształcenia sprężyste i plastyczne [115]. Na zachowanie się betonu pod obciążeniem wpływ ma jego mikrostruktura, a odkształcenia sprężyste powstają wówczas, kiedy na skutek sił zewnętrznych lub wewnętrznych mają miejsce w pełni odwracalne zjawiska przyciągania się lub odpychania mikrocząstek tworzących strukturę betonu, czyli zachowanie równowagi wewnętrznej mikrostruktury wg [115]. Efekty sprężyste odkształceń betonu powinny być rozpatrywane na krótkim odcinku krzywej naprężenie–odkształcenie. Zależności " $\sigma - \varepsilon$ " przy wyższych naprężeniach są nieliniowe, spowodowane zachwianiem równowagi wewnętrznych sił mikrostruktury w betonie. Prowadzi to do wystąpienia odkształceń plastycznych, a po odciążeniu do trwałych odkształceń betonu [115].



Rys. 1.16. Pętle histerezy przy jednokrotnym obciążeniu i odciążeniu[115]
W pierwszym cyklu obciążanie i odciążanie odkształcenia trwałe  $\varepsilon_t$  stanowią około 15% odkształceń całkowitych [32, 115]. Pętle histerezy przy jednokrotnym obciążeniu i odciążeniu pokazano na rysunku 1.16a. Skutki przy cyklicznym obciążaniu i odciążaniu przedstawiono na rysunku 1.16b.

W przypadku wielokrotnego obciążania i odciążania próbki odkształcenie trwałe maleje, wskutek czego po pewnej liczbie cykli beton doznaje tylko odkształceń sprężystych. Badania doświadczalne bardzo dobrze pokazują związek między odkształcalnością betonu a jego wytrzymałością.

#### 1.2.4. Moduł sprężystości betonu

Typowa funkcja opisująca stan odkształcenia próbki betonowej aż do zniszczenia, pokazanej na rysunku 1.17 określa jako iloraz  $\sigma/\epsilon$ , który definiowany jest jako chwilowy współczynnik odkształcalności podłużnej betonu[199].



Rys. 1.17. Obszary odkształceń betonu i definicje chwilowego współczynnika odkształcalności wg [199]

Wykres odkształceń sprężystych i plastycznych (rys. 1.17) umożliwia wyznaczenie w charakterystycznych punktach na krzywej " $\sigma - \varepsilon$ " odkształcenia  $\varepsilon_{c1}$ , składającego się z części sprężystej i plastycznej. Przebieg krzywej obrazuje zmienność modułu odkształcalności sprężysto-plastycznej, zwanego modułem sprężystości. Przy  $\sigma_1 = 0$  osiąga on wartość maksymalną (moduł początkowy lub dynamiczny moduł sprężystości). Gdy  $\sigma_c = f_{cm}$ , wówczas współczynnik  $E_c$  maleje do zera. Znaczenie praktyczne (użyteczne) ma średni moduł sprężystości  $E_{cm}$  betonu, wyrażony tangensem kąta  $\alpha_m$  nachylenia siecznej wyznaczonej w punkcie  $\sigma_1 = 0.4f_{ck}$ . Funkcjonują trzy definicje współczynnika odkształcalności podłużnej ze względu na nieliniowy związek naprężeń i odkształceń. Są to:

- współczynnik chwilowy *E<sub>c</sub>* wyrażony styczną do krzywej odkształceń w dowolnym punkcie krzywej,
- współczynnik średni  $E_{cm}$  wyrażony sieczną poprowadzoną przez początek układu współrzędnych ( $\sigma = 0$ ) oraz punkt na krzywej o współrzędnych ( $\sigma_1 = 0.4 f_{ck}$ ),
- współczynnik początkowy  $E_{c0}$  wyznaczony przez styczną do krzywej  $\sigma \varepsilon$  w początku układu współrzędnych.

W normie PN-EN 1992 [201] podano średnie wartości współczynników odkształcalności podłużnej dla betonów zwykłych do klasy C60/75 (tabl. 1.5).

Klasa betonu	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75
Współczynnik odkształcalności betonu [GPa]	26	27,5	29,0	30,5	32,0	33,5	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0

Tabl. 1.5. Średnie wartości współczynników odkształcalności podłużnej dla betonów zwykłych wg PN-EN 1992 [201]

Zgodnie z [199] wartości stycznego i zredukowanego modułu sprężystości betonu można przyjąć zgodnie z tabelą 1.6.

Tabl. 1.6. Styczny i zredukowany moduł sprężystości betonu wg [199]

Klasa betonu	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/47	C40/50	C45/55
Eci [GPa]	27,1	28,8	30,3	32,0	33,6	35,0	36,3	37,5
Ec [GPa]	22,9	24,6	26,2	28,0	29,7	31,4	33,0	34,5

	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115
ĺ	38,6	39,7	40,7	42,6	44,4	46,0	47,5
	36,0	37,5	38,9	41,7	44,4	46,0	47,5

Zalecane w [196] wartości modułu sprężystości BWW zestawiono w tabeli 1.7.

Tabl. 1.7. Moduły sprężystości BWW różnych klas wg [196]

Madulannainataáai		Kla	sy BWW	
wiodul spręzystości	C70/85	C80/95	C90/105	C100/115
E <sub>cm</sub> [GPa]	43,0	44,0	44,5	45,0

W [199] wartość modułu sprężystości dla betonu zwykłego (naturalny piasek i żwir) może być obliczona ze wzoru (1.15–1.16) na podstawie wytrzymałości charakterystycznej:

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{10}\right)^{\frac{1}{3}},$$
 (1.15)

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{1/3}.$$
 (1.16)

Moduł sprężystości  $E_{ci}$  uzyskany z powyższych wzorów zgodnie z [199] definiowany jest jako styczny moduł sprężystości dla początkowej części wykresu naprężenie–odkształcenie. Jest on w przybliżeniu równy co do nachylenia modułowi siecznemu gałęzi odciążenia przy nagłym odciążeniu i nie zawiera skutków odkształceń plastycznych.

Moduł sprężystości  $E_{ci}$  stosujemy do opisu wykresów naprężenie–odkształcenie dla jednoosiowego ściskania. Moduł ten zgodnie z definicją [199], nie uwzględnia początkowych odkształceń plastycznych. Granica naprężeń  $\sigma_c$  w stanie granicznym użytkowalności ustalona jest na poziomie  $\sigma_c = -0.4f_{cm}$ , co daje górną granicę dla współczynnika redukcyjnego  $\alpha_i = E_c/E_{ci}$ , który wzrasta wraz z wytrzymałością betonu. Dla klas wyższych niż C80/95 w [199] różnica między pierwszym obciążeniem do  $\sigma_c = -0.4f_{cm}$  i gałęzią odciążenia jest mniejsza niż 3%, więc można ją pominąć (rys. 1.18). Przy sprężystej analizie konstrukcji betonowej stosuje się zredukowany moduł sprężystości wg wzoru (1.17):

$$E_c = \alpha_i E_{ci.} \tag{1.17}$$



Rys. 1.18. Określenie różnych modułów sprężystości wg [199] oraz wg [198]

# 1.2.5. Odkształcenia reologiczne betonu

## 1.2.5.1. Skurcz i pęcznienie

Skurcz w świeżym betonie przechowywanym w warunkach suchych wiąże się z odparowaniem wody w masie betonu i zmniejszeniem jego objętości. Natomiast w stałej i podwyższonej wilgotności mamy do czynienia z procesem odwrotnym, polegającym na zwiększeniu objętości betonu, czyli pęcznieniem. Na rysunku 1.19 pokazano przebieg odkształceń skurczu i pęcznienia betonu wg Graffa [115], w zależności od wilgotności.



Rys. 1.19. Przykładowy przebieg odkształceń wg Graffa dla skurczu i pęcznienia betonu [115]

Odkształcenia skurczowe  $\varepsilon_{cs}$  składają się z odkształcenia od skurczu początkowego (wysychanie) i odkształcenia skurczu właściwego (trwającego dość długo). Wartości skurczu początkowego osiągają dość znaczne wartości, które powodować mogą rysy na powierzchni górnej, przebiegające wzdłuż zbrojenia, a spowodowane na przykład skurczem chemicznym lub fizycznym [115].

### 1.2.5.2. Pełzanie betonu

Pełzanie betonu następuje podczas długotrwałego działania naprężeń od obciążeń mechanicznych lub termicznych, w warunkach swobodnych odkształceń elementu. Powstają wtedy deformacje betonu, które maleją z upływem czasu. Na rysunku 1.20 schematycznie przedstawiono zmiany odkształceń betonu pod obciążeniem w funkcji czasu.



**Rys. 1.20.** Schemat odkształceń opóźnionych betonu (pełzania) z [115]: a – przyrost odkształceń doraźnych po obciążeniu, b – przyrost odkształceń opóźnionych, c – ubytek odkształceń doraźnych, d – ubytek odkształceń opóźnionych pełzania, e – odkształcenia trwałe

Przyłożenie obciążenia do betonu powoduje natychmiastowy wzrost odkształceń, następnie pod stałym obciążeniem rosną odkształcenia od pełzania. Pełzanie jest częściowo odwracalne, natomiast po zdjęciu obciążenia odkształcenia doraźne maleją, po czym następuje redukcja odkształceń opóźnionych.

Opóźnione odkształcenia betonu obciążonego i nieobciążonego zgodnie z [199] powinny być rozpatrywane jako dwa aspekty tych samych zjawisk fizycznych. Oddzielenie odkształcenia początkowego i pełzania, jak stwierdzono, jest zagadnieniem umownym. W obliczeniach istotne jest całkowite odkształcenie zależne od obciążeń, opisane wzorem (1.18):

$$\varepsilon_{c}(t) = \varepsilon_{ci}(t_{0}) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t), \qquad (1.18)$$

gdzie:  $\varepsilon_{ci}(t_0)$  – początkowe odkształcenie przy obciążeniu,

 $\varepsilon_{cc}(t)$  – odkształcenie pełzania w czasie t>t<sub>0</sub>,

 $\varepsilon_{cs}(t)$  – odkształcenie skurczu,

 $\varepsilon_{cT}(t)$  – odkształcenie termiczne.

Całkowite odkształcenie betonu  $\varepsilon_c(t)$  w czasie t, elementu osiowo obciążonego w chwili t<sub>0</sub> ze stałym naprężeniem  $\sigma_c(t_0)$  opisano formułą (1.18). Do określenia funkcji pełzania odkształcenie początkowe definiowane jest jako styczny moduł sprężystości. Początkowe odkształcenie plastyczne, zachodzące przy pierwszym obciążeniu i obserwowane przy odciążeniu, przyjmowane jest jako część pełzania [199].

# 1.2.5.3. Wpływ zawartości mikrokrzemionki w BWW na odkształcenia objętościowe i naprężenia wymuszone

Wpływ mikrokrzemionki na pełzanie przy rozciąganiu betonu w młodym wieku pod działaniem stałego obciążenia (stałej wielkości obciążenia) przedstawiono w badaniach [88].



**Rys. 1.21.** Rozwój skurczu autogenicznego betonów z różną zawartością mikrokrzemionki przy stałej temperaturze 20°C [7]

Badania doświadczalne przeprowadzone przez Kanstad i innych [88] oraz autorkę [107,109,110,148,152,155,158] pozwoliły na sformułowanie tezy, że zwiększenie zawartości mikrokrzemionki prowadzi do polepszenia cech podstawowych: wytrzymałości przy rozciąganiu i modułu sprężystości. Podniesienie, z jednej strony, wytrzymałości na rozciąganie betonu prowadzi do obniżenia ryzyka zarysowania, a wzrost modułu sprężystości do wzrostu naprężeń wymuszonych rozciągających, powstających w wyniku rozwoju odkształceń skurczowych (głównie skurczu autogenicznego) w warunkach ograniczania swobody odkształceń.

Wyniki badań dwóch serii próbek, z których jedna znajdowała się w warunkach izotermicznych, a druga przy wzroście temperatury w czasie, przedstawiono na rysunku 1.21. Odkształcenia swobodne, które były mierzone przy temperaturze T=20°C, przedstawiono jako tak zwany skurcz autogeniczny, rozpoczynając od założonego czasu  $t_0$  (rys. 1. 21).

Ustalono, że wpływ mikrokrzemionki na skurcz autogeniczny jest wyraźny dla wszystkich mieszanek, a szczególnie w przypadku mieszanek z wysoką zawartością mikrokrzemionki (≈15%). Mniejsza jej zawartość nie prowadzi do wyraźnej różnicy pomiędzy odkształceniem skurczowym (od skurczu autogenicznego) zarejestrowanym dla mieszanek betonowych wykonanych bez udziału mikrokrzemionki.

Prędkość rozwoju odkształceń skurczowych wzrasta gwałtownie (dość szybko) w pierwszych godzinach twardnienia, a zatem (dalej) prędkość powoli (stopniowo) obniża się do stałego poziomu. Większa zawartość mikrokrzemionki prowadzi do zwiększenia początkowej prędkości rozwoju odkształceń, co prowadzi do większej wartości skurczu autogenicznego. Na rysunku 1.22 przedstawiono zależności pokazujące rozwój odkształceń skurczu autogenicznego w różnym wieku przy zmiennych zawartościach mikrokrzemionki (SF) (od 0% do 15%), otrzymane na podstawie obszernych badań [96].

Na podstawie analizy otrzymanych wyników badań zamieszczonych w [96] (rys. 1.22) można stwierdzić, że wpływ mikrokrzemionki nie jest aż na tyle znaczący i krzywe zależności skurczu autogenicznego pokazują zbliżony trend jak dla betonów nie zawierających w swoim składzie mikrokrzemionki, to znaczy że przy zawartości SF = 15% otrzymano najmniejsze odkształcenia skurczu autogenicznego w ciągu 1–4 dni, a największe w ciągu 4–8 dni (rys. 1.22).



**Rys. 1.22.** Wyniki pomiarów odkształceń skurczowych betonów z mikrokrzemionką: a) historia rozwoju temperatur rzeczywistych przy T<sub>max</sub> (0%SF) = 59,5°C; T<sub>max</sub> (5%SF) = 61,5°C; T<sub>max</sub> (10%SF) = 58,5°C, b) całkowite odkształcenie skurczowe (z uwzględnieniem skurczu autogenicznego) wg [96]

Na rysunku 1.23 przedstawiono wyniki pomiarów całkowitych odkształceń swobodnych (nieograniczonych) przy wzroście temperatury w czasie. Całkowite odkształcenie, które składa się w analizowanym przypadku z rozszerzenia termicznego i skurczu autogenicznego dla zmieniającej się temperatury w czasie, pokazano na rysunku 1.23, przy różnych wartościach temperatury  $T_{max} = 59,5^{\circ}C, 61,5^{\circ}C, 58,5^{\circ}C$  zarejestrowanych dla betonów z zawartością odpowiednio SF= 0, 5, 10%.



**Rys. 1.23.** Wyniki pomiarów naprężeń własnych betonów przy różnych zawartościach SF (metoda TSTM) w warunkach izotermicznych (T=20°C) wg [7]

Na podstawie wyników badań zawartych w [7] i zestawionych na rysunku 1.22 stwierdzono, że rozszerzenie termiczne dominuje w ciagu pierwszych 24 godzin, kiedy temperatura wzrasta, co prowadzi do rozszerzenia termicznego betonu. Beton bez mikrokrzemionki (SF) wykazuje większą ekspansję termiczną niż inne betony wykonane z zastosowaniem SF w wyniku rozwoju odkształceń skurczowych, które kompensują w znacznym stopniu odkształcenia termiczne. Prędkości deformacji nie różnią się dla betonów przy różnych zawartościach SF w fazie nagrzewania (podnoszenia temperatury), lecz pokazują różne zachowanie się przy chłodzeniu. Po rozpoczęciu fazy chłodzenia trend odkształceń zmienia się od rozszerzenia do kontrakcji. Krzywe pokazane na rysunku 1.22 wskazują wyraźną różnicę w prędkości rozwoju kontrakcji przy różnych zawartościach SF. Odkształcenia swobodne (niezwiazane, nieograniczone) dla betonów, w składzie mieszanek których nie zastosowano mikrokrzemionki (SF=0), wynoszą tylko około 50% odkształceń betonów z zawartościa SF=5% po 7 dniach [7]. Jest to dość ważny efekt, który wskazuje na to, że zawartość SF w mieszance betonowej może mieć znaczący wpływ na rozwój odkształceń w młodym wieku, co może doprowadzić do powstania znacznych naprężeń ścinających w styku, a przy zabezpieczonej nośności styku-rozwoju - odkształceń i naprężeń w części "prefabrykowanej" i nadbetonie.

W pracach [7, 88] przedstawiono wyniki badań naprężeń wymuszonych od skurczu w betonie zawierającym SF przy pełnym ograniczeniu odkształceń swobodnych (z wykorzystaniem TSTM). Według [88], zgodnie z rysunkiem 1.24, prawie dla wszystkich betonów otrzymano podobną reakcję w warunkach ograniczania odkształceń swobodnych. Do 4 dni nie zaobserwowano wpływu SF na naprężenia wymuszone i stwierdzono liniową zależność, opisującą rozwój naprężeń wymuszonych w czasie. Po 4 dniach betony wykonane bez udziału mikrokrzemionki (SF) wykazywały mniejsze naprężenia wymuszone i zależność była już nieliniowa.

Według [88] dla betonów z SF=0 naprężenia wymuszone wyniosły odpowiednio 0,65 i 0,8MPa w wieku 4 i 7 dni. Dla betonów wykonanych z mieszanek z zastosowaniem SF naprężenia wymuszone zarejestrowano równe 0,75 oraz 1,1 MPa w wieku 4 i 7 dni.

Należy podkreślić, że zarejestrowane naprężenia wymuszone w wyniku znacznej relaksacji (rys. 1.24) nie będą miały wysokich wartości, jeżeli obliczone zostaną z wykorzystaniem modeli nieliniowych.



**Rys. 1.24.** Obliczeniowe wartości naprężeń z uwzględnieniem pracy nieliniowej betonów: a) z zawartością krzemionki 0%, 5%, 10% i 15%; b) dla relaksacji i naprężeń ostatecznych (po relaksacji) wg [88]

Obszerne wyniki badań wpływu mikrokrzemionki na charakterystyki podstawowe betonów wysokowartościowych przedstawiono w pracy [182]. W badaniach wykorzystano cement portlandzki CEM I – 42,5 R (N), kruszywo grube frakcji 5/25 mm, gęstości 2700 kg/m<sup>3</sup>, kruszywo drobne d<sub>max</sub>=3,0 mm gęstości 2650 kg/m<sup>3</sup>, dodatki chemiczne (polycarboxilic i *high-performance water reducing agent* JM-PCA). Wykorzystano mikrokrzemionkę z powierzchnią właściwą 20m<sup>3</sup>/kg, o średnicy ziaren 0,1...0,2µm SiO<sub>2</sub> = 95%. Zawartość mikrokrzemionki wynosiła 0%, 5%, 10% i 15% w stosunku do wagi cementu (częściowo zastępowała cement w składzie mieszanki betonowej). Zawartość cementu w składzie mieszanki kontrolnej (zawartość SF=0) wynosiła 488kg/m<sup>3</sup> (mieszanka RC) i odpowiednio zmieniała się w zależności od zawartości SF (mieszanka A,B,C) przy stałej wartości w/c=0,4. Wyniki badań podstawowych charakterystyk przedstawiono na rysunku 1.25.



Rys. 1.25. Wpływ zawartości mikrokrzemionki na parametry: a) pełzania, b) skurczu autogenicznego wg [14]

Na rysunku 1.25 pokazano wpływ mikrokrzemionki (SF) na rozwój skurczu autogenicznego. Jak wynika przedstawionej na nim zależności, odkształcenie skurczu autogenicznego wzrasta wraz ze wzrostem zawartości SF w składzie mieszanek betonowych. Rysunek ten przedstawia również wpływ mikrokrzemionki (SF) na odkształcenia pełzania betonu. Na podstawie wyników badań przedstawionych na rysunku 1.25 można stwierdzić, że wartość pełzania po 12 h obciążenia stanowi 35,7%, 37%, 33,3%, 34,1% wartości otrzymanych po 7 dniach obciążenia. Odkształcenia pełzania wzrastają powoli, w miarę wzrostu zawartości mikrokrzemionki (SF): dla próbek serii A-C odpowiednio 1,16; 1,28; 1,50 w odniesieniu do betonu kontrolnego (RC).

## 1.3. Fibrobetony

Fibrobeton jest betonem strukturalnym ze zbrojeniem rozproszonym. Skład fibrobetonu stanowią cement, kruszywo i woda oraz włókna równomiernie rozproszone w całej objętości betonu. Włókna stosowane w betonach mogą być stalowe, polipropylenowe, bazaltowe, szklane. Włókna w betonie są aktywne z chwilą pojawienia się w nim mikrorys. Główną korzyścią wg [199] z dodawania włókien do betonu lub zaprawy jest to, iż generują one resztkową wytrzymałość na rozciąganie po zarysowaniu, w kombinacji z dużymi odkształceniami przy rozciąganiu, wykazując tym samym większą ciągliwość i odporność mechaniczną. Właściwości kompozytu zależą od charakterystyki składników, jak też ich proporcji. Ważna jest również geometria włókien, objętość i właściwości mechaniczne oraz przyczepność między włóknami i matrycą betonową. Bardzo ważne są właściwości matrycy. Projektowanie konstrukcji z fibrobetonu opiera się na resztkowej wytrzymałości po zarysowaniu, zapewnionej przez zbrojenie z włókien. Już od XIII wieku p.n.e. wytwarzano bloki do budowy domów z użyciem słomy czy sierści konia. W 1874 roku Bernard opatentował sposób wzmocnienia betonu poprzez stosowanie opiłków stalowych. Obecnie wielu naukowców podjęło wyzwanie zbadania i wykorzystania fibrobetonu w konstrukcjach [33, 35, 39, 41, 49, 51, 52, 53, 56, 65, 67, 68, 82, 94, 126, 156, 159, 160, 161]. Fibrobetony charakteryzują się wysoką rysoodpornością, wysoką wytrzymałością na ściskanie, odpornością uderzeniową (wykorzystanie przy produkcji sejfów), wysoką wytrzymałością na rozciąganie przy zginaniu oraz mrozoodpornością. Ze względu na wysoką odporność na znaczne obciążenia fibrobetony wykorzystuje się do wykonywania posadzek przemysłowych, nawierzchni lotnisk oraz w konstrukcjach mostowych. Często wykorzystuje się beton z włóknem rozproszonym w budownictwie podziemnym i wodnym [116, 193]. Na rysunku 1.26 widać, że najwłaściwszą średnicą kruszywa w matrycy betonowej są ziarna nie przekraczające 8 mm. Problem z kruszywem większej średnicy prowadzi do powstawania tzw. "jeży" [52]. Rysunek 1.26 przedstawia schemat rozmieszczenia włókien ze względu na średnicę kruszywa wg [52].



Rys. 1.26. Schemat rozmieszczenia włókien wg [52]

Natomiast właściwa technologia produkcji betonu, między innymi odpowiednia ilość dobranego włókna, długości i średnicy włókna stalowego, odpowiedni superplastyfikator, odpowiednia kolejność dozowania składników w zależności od rodzaju kruszywa i jego średnicy, nie spowoduje powstawania "jeży". Ważne jest, aby włókna były równomiernie rozprowadzone w mieszance betonowej celem uzyskania jednorodności materiału. Stosowanie odpowiedniej domieszki upłynniającej powoduje lepszą urabialność, zmniejszenie porowatości oraz, jak wspomniano wyżej, eliminację "jeży".

Rozkład włókien stalowych w matrycy betonowej opisuje się na podstawie odniesienia do wyidealizowanych struktur zbrojenia, pokazanych na rysunku 1.27 [53].



Rys. 1.27. Rozkład włókien stalowych w matrycy betonowej [53]

Fibrobeton i jego właściwości nie są uzależnione jedynie od parametrów zastosowanego włókna, ale również od jego ilości, czyli procentowej zawartości. Wg [116,199] zawartość procentowa włókien waha się w granicach od 0,5 do 3% objętości mieszanki betonowej, a większa zawartość włókna powoduje wzrost wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu. Zawartość włókien stalowych (fibry) powoduje mniejszy skurcz betonu. Korzystając z formuły (1.19) wg [199, 50], możemy obliczyć nominalną zawartość włókien  $V_f$ :

$$V_f = W_f / \rho_f, \tag{1.19}$$

gdzie:  $W_f$  – zawartość włókien w jednostkach masy w 1m<sup>3</sup>,  $\rho_f$  – gęstość stali w kg/m<sup>3</sup>.

Właściwości fibrokompozytu zależą w dużej mierze od długości włókien. Długość włókna znacząco wpływa na urabialność mieszanki betonowej [116], wówczas redukuje się ilość składników podstawowych oraz stosuje się dodatki poprawiające urabialność.

Rodzaj włókna pozwala na odpowiednią przyczepność do betonu (włókna o nierównomiernym kształcie) oraz ułatwia dozowanie (włókna gładkie). Wg [90,83] sposób zakotwienia fibry stalowej w matrycy cementowej zwiększa jej efektywność, co oznacza, że powstająca rysa powoduje przenoszenie siły wewnętrznej przez włókno przy zachowaniu odpowiedniej przyczepności. Beton zachowuje wytrzymałość, jest spójny i jednorodny. Przyczepność zostaje utracona przy zjawisku ścięcia matrycy betonowej [83,90]. Fibrokompozyt przy zastosowaniu włókna stalowego zachowuje się jak quazi-plastyczny materiał i poprzez zastosowanie włókien pozwala to zmniejszyć koncentrację naprężeń w betonie. Analizując rysunek 1.28 w przekroju zginanym, można stwierdzić, że w strefie rozciąganej widoczne jest powstanie dodatkowych naprężeń rozciągających, co pozwala na uzyskanie większej odporności na pękanie przy zginaniu [84].



Żelbetowy element wykonany z betonu zwykłego ulega zniszczeniu jak materiał kruchy, a próbka z włóknem stalowym utrzymuje nośność pomimo dalszej deformacji, jednak nie ulega zniszczeniu [84], co obrazuje rysunek 1.29 [199].



Rys. 1.29. Zależność obciążenie – ugięcie przy badaniu wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu wg [199]

Pod wpływem obciążenia zarysowanie w betonach z włóknem rozproszonym jest dość ograniczone. Wg [84] pęknięcia ulegają redukcji poprzez modyfikację mikrorys powstających w fibrobetonie. W chwili pojawienia się pęknięć lub rys struktura fibrobetonu staje się nieciągliwa, a włókna stalowe przenoszą siły poprzez pęknięcie z jednej na drugą stronę, co powoduje zmniejszenie naprężeń na końcu pęknięcia.

Wg [199] rola włókien ujawnia się po zarysowaniu – przenosząc siły rozciągające. Zjawisko to pokazano na rysunku 1.30.



Rys. 1.30. Włókna po zarysowaniu elementu wg [199]

### 1.3.1. Zachowanie przy ściskaniu

Według [199] zależności od ściskania dla betonu niezbrojonego stosuje się również dla fibrobetonów. Na rysunku 1.31 pokazano różnice między betonem niezbrojonym i fibrobetonem przy osiowym ściskaniu.



**Rys. 1.31.** Różnice pomiędzy betonem niezbrojonym a fibrobetonem przy osiowym ściskaniu próbki walcowej dla betonu zwykłego i betonu z włóknem rozproszonym wg [199]

Model Code [199] powyższe zjawisko interpretuje następująco: włókna betonu przy ściskaniu, zwłaszcza w przypadku ultrawysokowartościowego, mogą redukować kruchość betonu.

# 1.3.2. Zachowanie przy rozciąganiu

Zależnie od składu, wg [199], fibrobetony przy osiowym rozciąganiu po zarysowaniu mogą wykazywać osłabienie lub wzmocnienie próbki (rys. 1.32).



Rys. 1.32. Osłabienie i wzmocnienie próbki przy osiowym rozciąganiu wg [199]

W przypadku zachowania próbki z osłabieniem odkształcenia koncentrują się w jednej rysie, natomiast w przypadku zachowania ze wzmocnieniem pojawia się wiele rys przed osiągnięciem szerokości granicznej rysy [199].

# 1.3.3. Wpływ zbrojenia rozproszonego na nośność elementów konstrukcji

Analizując zjawisko zachowania się próbki ze wzmocnieniem czy osłabieniem na pracę konstrukcji według [199], rozpatrywano poniższe przypadki (rys. 1.33).



Rys. 1.33. Możliwe zachowania konstrukcji z fibrobetonem. Wpływ na nośność konstrukcji ze wzmocnieniem i osłabieniem wg [199]

Zachowanie materiału z osłabieniem przy rozciąganiu może odpowiadać zachowaniu konstrukcji ze wzmocnieniem przy zginaniu, a osłabienie materiału przy zginaniu może wystąpić przy monotonicznym przyroście obciążenia konstrukcji.

#### 1.3.4. Zależność naprężenie–odkształcenie dla fibrobetonów

Dla materiałów z osłabieniem w stanie granicznym użytkowalności (przypadek I na rys. 1.34) zależność naprężenie–odkształcenie jest konstytutywna, jak dla niezbrojonego betonu, i może być odniesiona do wartości wytrzymałości f<sub>ct</sub>. W stanie po zarysowaniu ma zastosowanie już zależność bilinearna, co pokazano na rysunku 1.34.



**Rys. 1.34.** Zależność naprężenia–odkształcenia w SGU: przypadek (I) dla osłabienia, przypadek (II) osłabienia, przypadek (III) wzmocnienia dla FRC wg [199]

Pierwsza i druga gałąź sugerowana dla zależności przedszczytowej wg [199], zgodnie z rysunkiem 1.34, w związku konstytutywnym i poszczytowa gałąź rozwoju rysy odpowiada zachowaniu się niezbrojonego betonu aż do przecięcia z linią zachowania resztkowego po zarysowaniu, która wyraża udział włókien – przypadek (I). Natomiast jeżeli ten warunek nie ma zastosowania, [199] proponuje się gałąź: przypadek (II) i (III). W przypadku II proces zarysowania pozostaje stabilny aż do odkształcenia dla SGU i kolejne cztery gałęzie definiują zależność konstytutywną. W przypadku III zarysowanie pozostaje stabilne aż do odkształcenia  $\varepsilon_{SGU}$  i trzy gałęzie określają zależność konstytutywną.

# 1.4. Sformułowanie problemu badawczego

Współczesny stan wiedzy na temat konstrukcji zespolonych podsumowano w dwóch aspektach.

#### Rozwiązania technologiczno-materiałowe

W ujęciu klasycznym zespolone konstrukcje typu beton-beton formowane są przez połączenie dwu różnych betonów zwykłych o zbliżonej wytrzymałości, ale warstwa nadbetonu jest klasy niższej niż betonu podstawowego. Współczesne trendy to zastosowanie betonów nowej generacji do konstrukcji zespolonych.

W niniejszej pracy zaproponowano połączenie betonu zwykłego, znajdującego się w dolnej warstwie przekroju belkowego (oraz płytowego), z betonem BWW oraz fibrobetonem, znajdującym się w górnej warstwie przekroju, poprzez połączenie dwóch betonów o znacznie różniących się charakterystykach naprężeniowo – odkształceniowych, co wywołuje korzystne efekty statyczne, podwyższając znacząco efektywność ustroju zespolonego.

#### Modele obliczeniowe konstrukcji warstwowych

Powszechnie stosowanym modelem obliczeniowym konstrukcji warstwowych jest tradycyjny, normowy model obliczeniowy. W literaturze technicznej zauważalny jest brak prac dotyczących modeli obliczeniowych konstrukcji warstwowych [185,186].

Z analizy rozkładu naprężeń w przekroju zespolonym, przedstawionych w [69, 70, 148], stwierdzono, iż naprężeniom normalnym  $\sigma_c$  wywołanych zginaniem, których rozkład w strefie ściskanej ulega silnemu zaburzeniu, towarzyszą naprężenia ścinające  $\tau_s$  w płaszczyźnie zespolenia obu betonów, które tworzą złożony stan naprężeń. Zachowanie się betonów w złożonym stanie naprężeń pod obciążeniem bliskim niszczącemu nie zostało w pełni rozpoznane nawet dla betonów zwykłych klas. Stosowane w tych przypadkach znane hipotezy wytrzymałościowe są znacznym uproszczeniem stanu rzeczywistego. W zaproponowanym i rozważanym w monografii przypadku mamy do czynienia z zespoleniem betonów o zdecydowanie różnych charakterystykach wytrzymałościowych i dużej różnicy odkształceń granicznych. Znaczące istotne różnice wykazują także wartości średnich modułów sprężystości betonu zwykłego i BWW oraz fibrobetonu, które decydują o zakresie odkształceń doraźnych betonu. Istotny jest też wpływ warstwy stykowej na zachowanie się konstrukcji zespolonej z betonu zwykłego i BWW oraz fibrobetonu.

#### Kierunki poszukiwań

Na tle przedstawionego obecnego stanu wiedzy na temat konstrukcji zespolonych kierunki poszukiwań, będące również celami niniejszej pracy (przedstawione we wstępie niniejszej pracy), uzupełniają stan wiedzy o elementy nowe, szerzej niepublikowane w piśmiennictwie dotyczącym rozważanego zagadnienia.

# Rozdział 2. Podstawy teoretyczne modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonych z nadbetonem BWW z uwzględnieniem podatności styku

# 2.1. Założenia ogólne. Zależności "τ – s" dla styku

W konstrukcjach zespolonych, składających się z belek żelbetowych (często określanych jako "prefabrykat") i warstwy betonu monolitycznego (tzw. "nadbeton"), układanego na belce żelbetowej, jednym z podstawowych elementów, który zabezpiecza wspólną pracę przekroju zespolonego, jest połączenie w płaszczyźnie styku. Mechanizm przekazywania naprężeń ścinających w płaszczyźnie styku w przypadku ogólnym związany jest z wpływem takich czynników, jak: adhezja występująca na styku beton–beton, tarcie betonu o beton, ilość i rozmieszczenie zbrojenia zszywającego w styku (efekt "dublowy" plus naprężenia ściskające od rozciągania zbrojenia zszywającego jako składnik tarcia).

W przypadku powierzchni styku niezbrojonego przyczepność uzależniona jest tylko od adhezji i tarcia po powierzchni styku. Należy podkreślić, że maksymalne naprężenia ścinające w przypadku adhezji związane są z bardzo małym przemieszczeniem (poślizgiem) w płaszczyźnie styku. I odwrotnie – wpływ tarcia znaczący jest przy dużych przemieszczeniach poziomych (poślizgiem) w płaszczyźnie styku. Dlatego nie analizowano jednocześnie adhezji i tarcia w przypadku styków niezbrojonych. W przypadku styków zbrojonych w wyniku przemieszczeń poziomych powstają przemieszczenia pionowe i rozwarcie rysy w styku (rys. 2.1).

Analizując zagadnienie dotyczące zależności " $\tau_{sh} - s$ " wg [176], uzyskano ogólne zależności, przedstawione na rysunku 2.1.



Rys. 2.1. Przypadek ogólny zależności "Tsh – S" dla płaszczyzny styku wg [176]

Przypadek ogólny zależności analitycznych " $\tau_{sh} - s$ " (naprężenia ścinające w styku – przemieszczenia), opisujące możliwe mechanizmy przyczepności i przekazywania naprężeń ścinających, przedstawiono między innymi w pracach [195, 194, 199]. Zależności te obrazuje rysunek 2.2.



**Rys. 2.2.** Modele analityczne " Tsh – S" dla styków beton–beton konstrukcji zespolonych: a) adhezja (styk niezbrojony) i tarcie powierzchnia gładka, b) tarcie (styki niezbrojone), powierzchnia szorstka, c) styk zbrojony

Wartości parametryczne przedstawionych zależności ( $s_0$ ,  $s_n$ ,  $\tau_{sh, ud}$ ) " $\tau_{sh} - s$ " opisano dość szczegółowo w pracach [195,199].

W przypadku ogólnym zależność tę można zapisać (rys. 2.1, wzór 2.1):

$$\tau_{sh,z} = f(s_z), \tag{2.1}$$

gdzie:  $f(s_z) = k_s s_z$ .

Dla małych przemieszczeń (poślizgu)  $0 < s_x < s_1$  możemy zastosować zależność liniową w postaci wzoru (2.1a):

$$f(s_z) = k_{S,0} \, s_z \,. \tag{2.1a}$$

gdzie:  $\tau_{sh}$  i  $s_z$  – naprężenia ścinające i przemieszczenia (poślizg) w płaszczyźnie styku w przekroju  $s_z$  na długości styku:

- $s_1$  poślizg przy utracie przyczepności, adhezji,
- k<sub>s,0</sub> współczynnik sztywności początkowej,
- $\tau_{sh,u}$  naprężenia graniczne przy różnych rozwiązaniach konstrukcyjnych styku przedstawione w [199,201].

# 2.2. Dopuszczenia modelu obliczeniowego

Na podstawie przeglądu dostępnej literatury przy formułowaniu autorskiej propozycji modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonych z nadbetonem BWW, z uwzględnieniem podatności styku, zdefiniowano następujące warunki dopuszczenia dla proponowanego modelu:

- zasadę przekrojów płaskich (Navier Bernoulliego) przekroje płaskie przed odkształceniem pozostają płaskie po odkształceniu przekroju zespolonego;
- krzywizny części prefabrykowanej i nadbetonu w dowolnym przekroju równe (φ<sub>z(1)</sub> = φ<sub>z(2)</sub>);
- zapewnienie przyczepności zbrojenia i otaczającego betonu;
- zależność "σ<sub>c</sub> ε<sub>c</sub>" dla betonów części monolitycznej (nadbetonu) i części prefabrykowanej przekroju zespolonego przyjęta jako liniowo-paraboliczna wg [201] (rys. 2.3); odkształcenia graniczne ε<sub>cu,2</sub> przyjmowane na podstawie tablicy 6.1 [201]; odkształcenia graniczne, na podstawie analizy belek zespolonych i kontrolnych, przyjmowane z badań niszczących betonów (badania własne);
- zależność " $\sigma_s \varepsilon_s$ " dla stali zbrojeniowej przyjęta na podstawie [201]; postać wykresu jako bilinearna funkcja (rys. 2.4);
- grubość warstwy styku przyjęto równą zero;
- element zespolony osiągający stan granicznej nośności, jeżeli:
  - beton na najbardziej ściskanej krawędzi (w strefie ściskanej) osiąga odkształcenia graniczne  $\varepsilon_{cu,2(i)}$ ,

– stal zbrojeniowa osiąga odkształcenia odpowiadające granicy plastyczności, oraz opis analityczny funkcji " $\tau_{sh} - \delta$ " (naprężenia ścinające - poślizg) należy przyjmować w zależności od konstrukcji styku. Parametry styku mogą być przyjęte, na przykład wg [10, 162].



**Rys. 2.3.** Zależność paraboliczno-liniowa " $\sigma_c - \varepsilon_c$ " dla betonu wg [201]



**Rys. 2.4.** Zależność " $\sigma_s - \varepsilon_s$ " dla stali zbrojeniowej z fizyczną granicą plastyczności wg [201]

# 2.3. Formułowanie modelu obliczeniowego

Przyjęto warunek dopuszczenia dotyczący równości krzywizny części "prefabrykowanej" ( $h_1$ ) i "monolitycznej" ( $h_2$ ) (rys. 2.5) (wzór 2.2):

$$\varphi_{z(1)} = \varphi_{z(2)}.\tag{2.2}$$

Stosując równanie (2.2) w przypadku ogólnym dla wszystkich możliwych rodzajów powierzchni styku (rys. 2.5a, 2.5b oraz 2.5c), krzywiznę dla przekroju można zapisać w postaci (2.3):

$$\varphi_z = \frac{\varepsilon_{cc,1} - \varepsilon_{cc,2}}{h} = \frac{\varepsilon_{st,2} - \varepsilon_{cc,2}}{d_2} = \frac{\varepsilon_{st,1} - \varepsilon_{cc,1u}}{d_1}.$$
 (2.3)

W przypadku kiedy powierzchnia styku znajduje się w strefie rozciąganej przekroju zespolonego ( $X_{(2)} < h_2$ ) lub kiedy strefa ściskana i rozciągana znajdują się po jednej i drugiej stronie względem płaszczyzny styku, wypadkowe sił w betonie równoważą się:  $F_{cc,0} = F_{cc,2}$  (rys. 2.5). Jeżeli powierzchnia styku leży w strefie ściskanej przekroju, dla naprężeń ściskających, odpowiednio  $F_{cc,1}$  i  $F_{cc,2}$ , należy przyjąć (wzór 2.4):

$$F_{cc,0} = F_{cc,1o} - F_{cc,2o}.$$
 (2.4)

W przypadku ogólnym z warunków równowagi sił podłużnych w dowolnym przekroju zespolonym na długości belki można zapisać (wzór 2.5):

$$F_{cc,0} - F_{st1} + F_{st2} + F_{cc,1} = 0. (2.5)$$

Dla warunków równowagi dla styku otrzymamy formułę (wzór 2.6):

$$F_{cc,1} - F_{st1} = -T_{sh}.$$
 (2.6)

Przyjmując w przypadku ogólnym rozkład naprężeń w strefie ściskanej liniowoparaboliczny (rys. 2.5), uzyskujemy (wzór 2.7):

$$F_{cc,2_0} = \int_{Ac} \sigma_{ci}(\varepsilon_{ci}) \cdot b \cdot dy = \alpha \cdot f_{cd(2)} \cdot b \cdot x_{(2)} =$$
$$= \alpha \cdot f_{cd(2)} \cdot b \frac{\alpha_0 \cdot \varepsilon_{cc,2}}{\varphi_z} = \int_{Ac} \sigma_{ci}(\varepsilon_{ci}) \cdot b \cdot dy, \qquad (2.7)$$

$$F_{cc,2_0} = \alpha \cdot f_{cd(2)} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot \left(x_{(2)} - h_2\right) = -\alpha \cdot f_{cd(2)} \cdot b \frac{\alpha_1 \cdot \varepsilon_{ct,2}}{\varphi_z}, \qquad (2.8)$$

$$F_{cc,1} = \alpha \cdot f_{cd(1)} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot x_{(1)} = -\alpha \cdot f_{cd(1)} \cdot b \frac{\alpha_1 \cdot \varepsilon_{ct,14}}{\varphi_z}.$$
 (2.9)

Dla przypadków pokazanych na rysunku 2.5a i c wypadkowa naprężeń ściskających  $F_{cc,2o} = 0$  i wypadkowa sił w strefie ściskanej równa się  $F_{cc,1o}$ .

Z rozkładu sił pokazanych na rysunku 2.5 wypadkowa sił w strefie ściskanej wynosi 92.10):

$$F_{cc,2} = -\alpha \cdot f_{cd(2)} \cdot b \cdot \frac{\alpha_0 \cdot \varepsilon_{cc,2} - \alpha_{(1)} \cdot \varepsilon_{ct,14}}{\varphi_z}.$$
(2.10)

W równaniach (2.7–2.10) współczynniki  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{(1)}$ ,  $\alpha_1$  to współczynniki do obliczenia średnich naprężeń w strefie ściskanej wg [201]. Zastosowanie zależności " $\sigma_c$  –  $\varepsilon_c$ " (rys. 2.2) powoduje, że współczynniki przyjmują postać wg [201], pokazaną we wzorze 2.11:

$$\alpha_{i} = \begin{cases} -500 \cdot \varepsilon_{ci} \left(\frac{1000 \cdot \varepsilon_{ci}}{6} + 1\right) \operatorname{przy} 0 < \varepsilon_{ci} \le \varepsilon_{c21} \\ 1 + \frac{1}{500 \cdot \varepsilon_{ci}} \operatorname{przy} \varepsilon_{c2} \le \varepsilon_{ci} \le \varepsilon_{c2,4} \end{cases}, \quad (2.11)$$

gdzie:  $\alpha_0 = \alpha_0(\varepsilon_{cc,2})$ ;  $\alpha_1 = \alpha_1(\varepsilon_{ct,2})$  *i*  $\alpha_{(1)} = \alpha_{(1)}(\varepsilon_{cc,2u})$ .





c)

b)

a)



**Rys. 2.5.** Rozkład odkształceń i naprężeń w przekroju zespolonym (przypadek ogólny): a) styk w strefie rozciąganej przekroju, b) styk w strefie ściskanej, oś obojętna w części prefabrykowanej, c) styk w nadbetonie monolitycznym [opracowanie własne]

61

Wypadkową sił w zbrojeniu rozciąganym można zapisać w postaci (wzór 2.12, 2.13):

$$F_{st,2} = A_{st,2} \sigma_{st,2},$$
 (2.12)

$$F_{st,1} = A_{st,1} \,\sigma_{st,1} \,, \tag{2.13}$$

gdzie:  $\sigma_{st,1}$  i  $\sigma_{st,2}$  – naprężenia w zbrojeniu rozciąganym, odpowiednio w przekroju  $A_{st,1}$  i  $A_{st,2}$ , uzależnione od odkształceń  $\varepsilon_{st,1}$  i  $\varepsilon_{st,2}$  i zależności " $\sigma_s - \varepsilon_s$ " wg [201] i wynoszą (wzór 2.14):

$$\sigma_{s,j} = \begin{cases} f_{yd,j}; \text{ przy } \varepsilon_{st,j} > \varepsilon_{sy,j} \\ \varepsilon_{st,j} \cdot E_s; \text{ przy } 0 \le \varepsilon_{st,j} \le \varepsilon_{sy,j} \end{cases}.$$
(2.14)

Przyjęto wg [176] zależność pomiędzy naprężeniami ścinającymi  $\tau_{sh,x}$  w analizowanym przekroju a odległością *z*, postaci (2.15):

$$\tau_{sh,z} = a_1 \, z^3 + b_1, \tag{2.15}$$

gdzie:  $a_1$  i  $b_1$  – współczynniki (wartości stałe, const) dla odpowiedniej powierzchni styku.

Wypadkowa sił ścinających w styku przyjmuje postać (2.16):

$$T_{sh} = b \cdot \int_0^z \tau_{sh,z} \cdot d_z = (a_1 \frac{z^4}{4} + b_1 \cdot z) \cdot b.$$
 (2.16)

Z równania (2.15) wynika, że średnie wartości naprężeń ścinających na analizowanej długości styku  $\Delta z$  przyjmują postać:

$$\bar{V}_{sh,z} \cdot \Delta_z = \int_0^z \tau_{sh,z} \cdot d(z)$$
(2.17)

lub

$$\bar{V}_{sh,z} = a_1 \frac{z^3}{4} + b_1$$

Zależność liniową pomiędzy średnią wartością naprężeń ścinających w styku  $\overline{V}_{sh,z}$  i odkształceniem w strefie poślizgu ( $\varepsilon_{L,m}$ ) w przekroju  $z = z_{net}$  (przekroju z momentem granicznym  $M_{Rd,u}$ ) przedstawić można w postaci (2.18):

$$\overline{V}_{sh,z} = \kappa \varepsilon_{\text{L.m}}, \qquad (2.18)$$

gdzie:  $\kappa$  – współczynnik sztywności styku opisujący zależność pomiędzy  $\bar{V}_{sh,z}$  i  $\varepsilon_{L,m}$ .

Przyjmując warunki graniczne (w przekroju  $z = z_{net}$ ), naprężenia ścinające w styku i odkształcenia od poślizgu równe są zero. Dla tego przekroju, korzystając ze wzoru (2.17), otrzymano (wzór 2.19):

$$\bar{V}_{sh,z} = -\frac{4}{3 \cdot z_{net}^3} \cdot \bar{V}_{sh,m} \cdot z^3 + \frac{4}{3} \bar{V}_{sh,m} .$$
(2.19)

Wartości współczynników  $a_1$  i  $a_2$  obliczono z równania (2.15).

Odkształcenia od poślizgu w dowolnym przekroju na długości styku z ( $\varepsilon_{L,z}$ ) można zapisać jako różnice pomiędzy odkształceniami włókien (dolnego "prefabrykatu" i górnego "nadbetonu"):

$$\varepsilon_{L,z} = \varepsilon_{cc,2d} - \varepsilon_{cc,1u} \,. \tag{2.20}$$

Stosując równania (2.1), (2.3–2.13), (2.16) i (2.18–2.20), rozkład odkształceń w dowolnym przekroju z na długości styku można obliczyć w zależności od położenia płaszczyzny styku (w strefie rozciąganej lub ściskanej). Dla obciążenia momentu zginającego w przekroju z na długości styku  $M_{Rd, z}$  należy skorzystać z równań dla określenia ramienia sił wewnętrznych przekroju zespolonego (z, z', z'') (wzór 2.21, 2.22, 2.23):

$$z = d - c_0 \cdot x_{(2)} = d - c_0 \left(\frac{\varepsilon_{cc,2}}{\varphi_z}\right) = d + c_0 \left(\frac{\varepsilon_{cc,2}}{\varphi_z}\right),$$
 (2.21)

$$z' = d_1 - c_1 \cdot x_{(1)} = d_1 + c_1 \left(\frac{\varepsilon_{CC,14}}{\varphi_z}\right), \qquad (2.22)$$

$$z'' = d_1 - c_2 \cdot \left(x_{(1)} - h_2\right) = d_1 + c_2 \left(\frac{\varepsilon_{cc,14}}{\varphi_z}\right), \qquad (2.23)$$

gdzie wartości współczynników  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  mogą być obliczone z zależności (2.24):

$$c_{i} = \begin{cases} \frac{(1+125\cdot\varepsilon_{ci})}{(3+500\cdot\varepsilon_{ci})} \operatorname{przy} 0 < \varepsilon_{ci} \leq \varepsilon_{c2} \\ \frac{1000\cdot\varepsilon_{ci}(3000\cdot\varepsilon_{ci}+4)+2}{2000\cdot\varepsilon_{ci}(3000\cdot\varepsilon_{ci}+2)} \operatorname{przy} \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_{ci} \leq \varepsilon_{c,2u} \end{cases},$$
(2.24)

Moment  $M_{Rd,z}$  w dowolnym przekroju z (względem zbrojenia rozciąganego) w przypadku ogólnym można zapisać w postaci wzoru:

$$M_{Rd,z} = -\alpha \cdot f_{cd(1,2)} \cdot b \cdot \alpha_{(2)} \cdot \frac{\varepsilon_{cc,14}}{\varphi_z} \left( d_1 + c_1 \frac{\varepsilon_{cc,14}}{\varphi_z} \right) - A_{st,2} \cdot \sigma_{st,2} \cdot d_2 \left( 1 - \frac{d_1}{d_2} \right) + \alpha \cdot f_{cd(1,2)} \cdot b \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\varepsilon_{ct,2}}{\varphi_z} \left( d_1 + c_1 \frac{\varepsilon_{ct,2}}{\varphi_z} \right) - \alpha \cdot f_{cd(1,2)} \cdot b \cdot \alpha_0 \cdot \frac{\varepsilon_{cc,2}}{\varphi_z} \left( d_1 + c_0 \frac{\varepsilon_{cc,2}}{\varphi_z} \right).$$

$$(2.25)$$

W pierwszym przybliżeniu należy przyjąć odkształcenia ściskanej krawędzi przekroju  $\varepsilon_{cc,2} = \varepsilon_{c,2u} = -3,5\%$  i krzywiznę  $\varphi_z$ , równą krzywiźnie przekroju monolitycznego (bez uwzględnienia poślizgu w płaszczyźnie styku, lecz z uwzględnieniem różnych betonów w warstwie elementu i nadbetonu). Wykorzystując równania (2.3), (2.5), (2.6), obliczamy rozkład odkształceń w betonie i zbrojeniu. Współczynniki  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_{(1)}$ ,  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_{(1)}$  oraz naprężenia w zbrojeniu  $\sigma_{st,1}$  i  $\sigma_{st,2}$  obliczamy odpowiednio z równań (2.11), (2.24) i (2.14). Następnie z równań (2.9)÷(2.13) obliczamy wypadkowe sił w betonie i zbrojeniu. Jeżeli warunki równowagi dla styku (2.5) będą spełnione, wartość momentu zginającego  $M_{Rd,n}$  obliczymy z równań (2.21)÷(2.24).

Jeżeli warunek przedstawiony równaniem (2.5) nie jest spełniony, przyjmujemy nowe wartości krzywizny  $\varphi_z$  i procedurę obliczeniową powtarzamy.

Odkształcenia od poślizgu w dowolnym przekroju z ( $\varepsilon_{L,z}$ ) obliczamy wg wzoru (2.20):

$$\varepsilon_{L,z} = \varepsilon_{ct,2,z} - \varepsilon_{cc,1u,z} = \Delta_z \,\varphi_z \,, \tag{2.26}$$

gdzie:  $\Delta_z$  – funkcja zależności odkształcenia w płaszczyźnie poślizgu – krzywizna przekroju monolitycznego w przekroju z.

Przyjmując, że w przekroju  $z = z_{net}$  (przekrój, w którym moment zginający osiąga maksymalną wartość),  $\Delta_z$  ma wartość maksymalną  $\Delta_m$  i krzywizna równa jest  $\varphi_{z,n}$ . Dla  $z = z_{net}$ :

• styk znajduje się w strefie rozciąganej przekroju (2.27a):

$$\varepsilon_{L,m} = \varepsilon_{ct,2,m} - \varepsilon_{cc,1u,m} = (h_2 - X_{(2)m} - X_{(1)m}) \ \varphi_{z,n} = \varDelta_m \ \varphi_{z,n}; \tag{2.27a}$$

• płaszczyzna styku znajduje się w strefie ściskanej (2.27b):

$$\varepsilon_{L,m} = \varepsilon_{ct,2,m} - \varepsilon_{cc,1u,m} = (h_2 - X_{(2)m} + X_{(1)m}) \varphi_{z,n} = \varDelta_m \varphi_{z,n}.$$
(2.27b)

Przyjmując w pierwszym przybliżeniu na długości styku belki zespolonej rozkład liniowy poślizgu  $\Delta$ , w dowolnym przekroju z odpowiednie wartości  $\Delta_z$  można określić ze wzoru (2.28):

$$\Delta_z = \frac{\Delta_m}{x_{ult}} \cdot z \tag{2.28}$$

w przypadku, gdy:

płaszczyzna styku znajduje się w strefie rozciąganej (wzór 2.29a):

$$\Delta_m = (h_2 - X_{(2)m} - X_{(1)m}) = \Delta_z = \Delta_{z=znet}, \qquad (2.29a)$$

• styk znajduje się w strefie ściskanej (wzór 2.29b):

$$\Delta_m = (h_2 - X_{(2)m} + X_{(1)m}) = \Delta_z = \Delta_{z=zalt}.$$
(2.29b)

Charakterystyczna zależność "moment zginający – krzywizna", przedstawiona na rys. 2.6, może być zastąpiona wykresem uproszczonym bilinearnym (rys. 2.2 i 2.6). Według przedstawionej zależności można rozróżnić dwa charakterystyczne odcinki opisujące zachowanie się belki zespolonej pod obciążeniem:

- a) zbrojenie rozciągane w analizowanych przekrojach nie osiąga granicy plastyczności (dla  $z = z_{net}$ ,  $M_{Ed,z} < M_{Rd,y}$ , gdzie  $M_{Rd,y}$ - moment zginający, przy którym zbrojenie rozciągane osiąga granicę plastyczności); (odcinek 0-A),
- b) zbrojenie rozciągane w analizowanych przekrojach osiąga granicę plastyczności  $(z = z_{net}; M_{Ed,z} \ge M_{Rd,y})$ ; (odcinek A-B).



Rys. 2.6. Zależność "moment – krzywizna" oraz aproksymacja bilinearna dla przekrojów zespolonych

Oznaczenia z rysunku 2.6:  $B_0 = EJ_0$  – sztywność przy zginaniu belki zespolonej, pracującej w fazie sprężystej (lub quasi-sprężystej),  $B_{1=}EJ_1$  – sztywność przy zginaniu belki zespolonej w fazie niesprężystej po zarysowaniu i wystąpieniu odkształceń (poślizg) na granicy styku pomiędzy betonem belki podstawowej i nadbetonem.

Z analizy przekrojów znajdujących się na odległości  $z \le z_y$  ( $z_y$  – przekrój, w którym zbrojenie osiąga granicę plastyczności) wynika, że krzywizna może być obliczona na podstawie wzoru (2.30):

$$\varphi_z = \frac{M_{Ed,z}}{EJ_0}.$$
(2.30)

Przyjmując, że belka zespolona jest zbrojona w taki sposób, że zbrojenie rozciągane osiąga granicę plastyczności w stadium granicznym, wówczas z wykorzystaniem zależności (2.26), (2.27), (2..30) otrzymujemy (wzór 2.31):

$$\varepsilon_{L,z} = \Delta_z \cdot \varphi_z = \frac{2 \cdot \Delta_m \cdot M_{Ed,z}}{EJ_0} \cdot z \tag{2.31}$$

przy  $0 \leq z \leq z_{y}$ .

Przemieszczenie od poślizgu w styku można zapisać następująco (2.32):

$$S_z = \int_0^z \varepsilon_{L,z} \cdot d_x = \int_0^z (\frac{2 \cdot \Delta_m \cdot M_{Ed,z}}{EJ_0} \cdot z) d(z)$$
(2.32)

przy  $0 \leq z \leq z_y$ .

Z zależności (2.31) i (2.32) otrzymujemy formułę (2.33):

$$V_{z,sh} = k_s \int_0^z \left(\frac{2 \cdot \Delta_m \cdot M_{Ed,z}}{E J_0 \cdot L} \cdot z\right) d(z)$$
(2.33)

przy  $0 \leq z \leq z_y$ .

Przyjmując idealizację biliniową na odcinku A-B ( $M_{Ed,x} \ge M_{Rd,y}$ ),  $X_y \le X \le X_{ult}$ , sztywność przy zginaniu w fazie niesprężystej można zapisać w postaci:

$$EJ_{1} = \frac{M_{Ed,z} - M_{Ed,y}}{\varphi_{z} - \varphi_{y}}.$$
 (2.34)

Po przekształceniu wzoru (2.34) otrzymujemy równanie dla krzywizny w dowolnym przekroju, na odcinku pomiędzy  $z_y \le z \le z_{ult}$ :

$$\varphi_z = \frac{M_{Ed,z} - M_{Ed,y}}{EJ_1} + \varphi_y .$$
 (2.35)

Z równań (2.26), (2.28), (2.35) otrzymujemy zależność dla odkształceń w płaszczyźnie poślizgu w przekroju, która może być zapisana jako (wzór 2.36):

$$\varepsilon_{L,x} = \left(\frac{M_{Ed,z} - M_{Ed,y}}{EJ_1} + \varphi_y\right) \cdot \frac{2 \cdot \Delta_m}{L} \cdot z \tag{2.36}$$

przy  $z_y \leq z \leq z_{net}$ .

Z zależności (2.35) i (2.36) otrzymujemy:

$$s_{z} = \int_{x}^{z} \varepsilon_{L,x} \cdot dz = \int_{0}^{z_{y}} \left( \frac{2 \cdot \Delta_{m} \cdot M_{Ed,z}}{EJ_{0} \cdot L} \cdot z \right) dz + \int_{xy}^{z} \left[ \left( \frac{M_{Ed,z} - M_{Ed,y}}{EJ_{1}} + \varphi_{y} \right) \cdot \frac{2 \cdot \Delta_{m}}{L} \cdot z \right] dz,$$

$$(2.37)$$

a z zależności (2.1) i (2.37) uzyskujemy (wzór 2.38):

$$\tau_{z,sh} = k_s \left\{ \int_0^{z_y} \left( \frac{2 \cdot \Delta_m \cdot M_{Ed,z}}{EJ_0 \cdot L} \cdot z \right) dz \right\} + \int_{z_y}^z \left[ \left( \frac{M_{Ed,z} - M_{Ed,y}}{EJ_1} + \varphi_y \right) \cdot \frac{2 \cdot \Delta_m}{L} \cdot z \right] dz \quad (2.38)$$

przy  $z_y \leq z \leq z_{net}$ .

W przypadku kiedy przy zniszczeniu elementu zespolonego stal zbrojeniowa nie osiąga granicy plastyczności, zależność "moment zginający–krzywizna" ( $M_{Ed,z} - \varphi_z$ ) jest zależnością liniową wg (2.30) i odkształcenia poślizgu, przemieszczenia przy poślizgu, naprężenia ścinające w styku i ich rozkłady na długości styku mogą być obliczone z zależności (2.31), (2.32) oraz (2.33).

Gdy przyjmujemy zależność między naprężeniami ścinającymi i płaszczyzną poślizgu (przemieszczeniem) w styku zgodnie z (2.1a), to naprężenia ścinające w przekroju z  $M_{Ed,z} = 0$  są równe  $\gamma_{sh,0} = \kappa_s s_0$ , gdzie:  $s_0$  – przemieszczenie (poślizg) w przekroju zerowym momentem ( $M_{Ed,z} = 0$ ). Maksymalny poślizg może być obliczony wg zależności (2.39):

$$s_{0,max} = \dot{\varepsilon}_L z_{net} = a_1 \varepsilon_{L,m} z_{net}, \qquad (2.39)$$

gdzie:  $\hat{\epsilon}_L$  – średnie odkształcenie od poślizgu w przekroju pochodzące od momentu  $M_{Ed,z} = 0$  i granicznego momentu  $M_{Rd,ult}$ ,  $a_1$  – współczynnik, który zależny jest od rozkładu odkształceń od poślizgu na długości styku,  $\epsilon_{L.m}$  – odkształcenie od poślizgu w przekroju z granicznym momentem  $M_{Rd,ult}$ .

Odkształcenie od poślizgu w przekroju z granicznym momentem  $M_{Rd,u}$  dla przekroju zespolonego może być obliczone wg zależności (2.3), (2.5), (2.6), (2.12), (2.13) i (2.20) przy  $z = z_{ult}$ . zgodnie z (2.40):

$$V_{sh,m} = a_2 \, V_{sh,0}, \tag{2.40}$$

gdzie:  $a_2$  – współczynnik, który zależy od rozkładu naprężeń ścinających na długości styku.

Za pomocą równań (2.18), (2.39) (2.40) naprężenia ścinające w przekroju z momentem  $M_{Ed,z} = 0$  mogą być obliczone (przyjmując oznaczenie  $a_1a_2 = a_{1,2}$ ):

$$V_{sh,0} = \frac{1}{a_1 \cdot a_2} \cdot \kappa \frac{S_{0,max}}{z_{net}} = \frac{1}{a_{1,2}} \cdot \kappa \frac{S_{0,max}}{x_{net}} \,. \tag{2.41}$$

Porównując (2.1a) i (2.41), można wnioskować, że (wzór 2.42):

$$\kappa = a_{1,2} z_{\text{net}} \kappa_{\text{s}} . \tag{2.42}$$

Z definicji wynika, że  $a_{1,2} < 1,0$ .

Jak wskazano w pracy [176], w większości przypadków badawczych współczynnik  $a_{1,2}$  mieści się w przedziale od 0,2 do 0,3.

# 2.4. Przypadek ogólny obliczenia przekroju zespolonego z nadbetonem klasy wyższej niż prefabrykat

Program o nazwie BETA do obliczania przekrojów zespolonych z nadbetonem wyższej klasy niż prefabrykat wykonano w języku programowania C++, korzystając z poniższego autorskiego algorytmu obliczeniowego.

Program BETA został wykorzystany w obliczeniach numerycznych zamieszczonych w rozdziale 3 niniejszej monografii.

Algorytm obliczeniowy, który stał się podstawą autorskiego oprogramowania, obejmuje poniższe etapy założeń i obliczeń.

Dla przypadku ogólnego obliczania przekrojów zespolonych (rys. 2.7.) warunki równowagi mogą być zapisane w następującej formie macierzowej (przy stosowaniu całkowania numerycznego) (2.43):

$$\begin{cases} N_{Ed,z} \\ M_{Ed,x} \\ M_{Ed,y} \end{cases} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \varepsilon_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{cases}$$
(2.43)



Rys. 2.7. Przypadek ogólny dla obliczenia dowolnego przekroju zespolonego

lub w postaci (2.44):

$$\{F\} = [R\{F\}; S] \times [U\{F\}; S], \tag{2.44}$$

gdzie:

 $\{F\} = \{N_{Ed,2}, M_{Ed,x}, M_{Ed,y}\}^T$  – wektor sił wewnętrznych (efektów oddziaływań) w przekroju zespolonym,  $\{U(\{F\}, S)\} = \{(\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y)\}^T$  wektor odkształceń jako funkcja sił wewnętrznych  $\{F\}$  i parametrów geometrycznych przekroju S, odkształcenie podłużne w poziomie osi z,  $\varepsilon_2$ - krzywizny przekroju względem osi x i y,  $\varphi_x, \varphi_v$  $[R \{F\}, S]$  – macierz sztywności dla przekroju zespolonego (formuły 2.45):  $R_{1,1} = \sum_{n} E'_{cm,1} \cdot A_{cn} + \sum_{m} E'_{cm,2} \cdot A_{cm} + \sum_{\kappa} E'_{s} \cdot A_{s\kappa},$  $R_{1,2} = R_{2,1} = -\sum_{n} E'_{cm,1} \cdot A_{cn} \cdot x_n + \sum_{m} E'_{cm,2} \cdot A_{cm} \cdot x_m - \sum_{\kappa} E'_{s} \cdot A_{s\kappa} \cdot x_{\kappa},$  $R_{1,3} = R_{3,1} = -\sum_{n} E'_{cm,1} \cdot A_{cn} \cdot y_n - \sum_{m} E'_{cm,2} \cdot A_{cm} \cdot y_m - \sum_{\kappa} E'_{s} \cdot A_{s\kappa} \cdot y_{\kappa},$  $R_{2,3} = R_{3,2} = \sum_{n} E'_{cm,1} \cdot A_{cn} \cdot y_n + \sum_{m} E'_{cm,2} \cdot A_{cm} \cdot x_m \cdot y_m - \sum_{\kappa} E'_s \cdot A_{s\kappa} \cdot x_{\kappa} \cdot y_{\kappa},$  $R_{3,3} = -\sum_{n} E'_{cm,1} \cdot A_{cn} \cdot y_{n}^{2} - \sum_{m} E'_{cm,2} \cdot A_{cm} \cdot y_{m}^{2} - \sum_{\kappa} E'_{s} \cdot A_{s\kappa} \cdot y_{\kappa}^{2},$ (2.45)gdzie: E'cm,1, E'cm,2, Esk - wartość współczynnika sprężystości dla betonu prefabrykatu (1), nadbetonu (2) i stali zbrojeniowej w zależności od poziomu obciążenia.

Rozkłady odkształceń na wysokości przekroju w betonie i zbrojeniu określone zostały na podstawie hipotezy płaskich przekrojów:

$$\varepsilon_{c,n(m)} = \varepsilon_z - \varphi_x x_n - \varphi_x x_m - \varphi_x y_n - \varphi_x y_m, \qquad (2.46)$$

$$\varepsilon_{s,k} = \varepsilon_z - \varphi_x x_k - \varphi_x y_k. \tag{2.47}$$

69

W przypadku elementów zginanych względem osi x równania (2.46) i (2.47) można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} 0\\ M_{Ed,x(y)} \end{cases} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,3}\\ R_{3,1} & R_{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_z\\ \varphi_{x(y)} \end{bmatrix}.$$
 (2.48)

Założenia teoretyczne opracowano w programie komputerowym BETA – służącym do obliczania przekrojów zespolonych z nadbetonem wyższej klasy niż prefabrykat, wykonanych w języku programowania C++. Program wykorzystano do analiz w rozdziale 3 niniejszej monografii.

# Rozdział 3. Badania doświadczalne belek zespolonych – weryfikacja modelu obliczeniowego przy obciążeniu doraźnym i długotrwałym

# 3.1. Metoda badań

#### 3.1.1. Założenia i program badań doświadczalnych

Przedmiotem badań były żelbetowe belki zespolone wykonane warstwowo z betonu zwykłego i betonów wysokowytrzymałych (BWW), w tym z włóknami rozproszonymi stalowymi, oraz odpowiednie belki jednorodne typu kontrolnego.

Podstawowym celem przeprowadzonych badań było uzasadnienie założeń teoretycznych sformułowanych przy opracowaniu koncepcji zastosowania betonów wysokowartościowych i fibrobetonów przy wykonaniu konstrukcji warstwowych zespolonych oraz weryfikacja zaproponowanego modelu obliczeniowego (patrz rozdz. 2), opracowanego dla konstrukcji warstwowych z betonu. Krótki program badań doświadczalnych przedstawiono w tabeli 3.1.

Wykonano trzy serie belek. W serii A i B wykonano belki modelowe o przekroju prostokątnym 80 x 120 mm i długości l = 1100 mm. W serii C analizowano elementy belkowe w skali naturalnej o wymiarach przekroju 120 x 200 mm i długości l = 3200 mm, badane pod obciążeniem doraźnym, jak również pod obciążeniem długotrwałym [148].

W cytowanej pracy do wyboru grubości warstwy BWW w belkach zespolonych posłużyły wcześniejsze badania belek modelowych. Optymalną grubością okazała się wartość 0,2 h, gdzie h to wysokość przekroju belki oraz stopień zbrojenia na poziomie  $\rho = 3\%$ . Wykonano po 3 elementy w każdej grupie serii: BWW/N – belki zespolone, BWW – belki jednorodne (kontrolne) i N – belki jednorodne z betonu zwykłego (kontrolne), łącznie 9 belek.

, u	Seria	Oznaczenie	Przekrói	śm	/miar	y [m	Ē	Zbro	ijenie	Beton oz	naczenie	-	lo	Liczba
	2	belki		q	ų	μı	h <sub>2</sub>	$\mathbf{A}_{\mathrm{st}}$	Asc	prefabrykat	nadbeton	mm	mm	belek
		I N		80	120	I		3ø8	2ø8	Z	I	1100	1020	3
-	I	I BWW/N-1		80	120	80	40	3ø8	2ø8	N Mix1 (tabl.3.5.)	BWW/Mix2 (tabl.3.5.)	1100	1020	3
	4	I BWW/N-2		80	120	80	40	3ø8	2ø8	Z	BWW/Mix3 (tabl.3.5.)	1100	1020	3
		N II	Asc	80	120	Ι	Ι	2ø8	2ø8	N (tab. 3.5.)	I	1100	1020	3
7	В	II FRC/N	Υ • • •	80	120	80	40	2ø8	2ø8	Z	FRC (tabl.3.5.)	1100	1020	3
		II FRC	Ast	80	120	Ι	Ι	2ø8	2ø8	FRC (tabl.3.5.)	Ι	1100	1020	3
		N III		120	200	Ι	Ι	3ø16	2ø8	N (tab.3.5.)	I	3200	2950	3
$\tilde{\mathbf{c}}$	СП	III BWW/N		120	200	160	40	3ø16	2ø8	N (tab.3.5.)	BWW (tabl.3.5.)	3200	2950	3
		III BWW		120	200	Ι	Ι	3ø16	2ø8	BWW (tabl.3.5.)	I	3200	2950	3

Tabl. 3.1. Krótki program badań własnych belek
Elementy badawcze i próbki kontrolne wykonano z wcześniej zaprojektowanych i przetestowanych receptur mieszanek betonowych. Wybrano receptury mieszanek o najbardziej optymalnych składach w celu uzyskania prognozowanych charakterystyk wytrzymałościowo-odkształceniowych stwardniałego betonu. Podstawowe charakterystyki materiałów zastosowanych do przygotowania mieszanek betonowych wykorzystanych w badaniach własnych przedstawiono w następnych rozdziałach.

# 3.1.2. Materiały do wykonania belek

### 3.1.2.1.Cement

Do wykonania modelowych elementów badawczych użyto cementu CEM I – 42,5 R oraz CEM I – 52,5 R z cementowni Małogoszcz i CEM I – 52,5 HSR z cementowni Górażdże w zależności od przyjętej receptury. Podstawowe charakterystyki cementów zastosowanych w badaniach zestawiono w tablicach 3.2-3.4.

Cementu CEM I – 42,5 R użyto do wykonania części prefabrykowanej belek zespolonych (mieszanki betonowe zaznaczono indeksem N).

Właściwości fizyczne i mechaniczne cementu					
Właściwość		Wymaganie wg PN-EN 197-1	Osiągane średnie wartości		
Początek cza	asu wiązania	min. 60 min	175 min		
Wytrzymałość na	po 2 dniach	min. 20,0 MPa	27,6 MPa		
ściskanie	po 28 dniach	od 42,5 do 62,5 MPa	53,4 MPa		
Zmiana o	objętości	max. 10 mm	0,0 mm		
		Skład chemiczny			
Straty p	rażenia	max. 5,0%	2,0%		
Części nierozpuszczalne		max. 5,0%	0,4%		
Siarczany		max. 4,0%	3,0%		
Chlo	Chlorki max. 0,1%		0,009%		

Tabl. 3.2. Właściwości cementu CEM I - 42.5R zastosowanego w badaniach

Właściwości fizyczne i mechaniczne cementu				
Właściwość		Wymaganie wg PN-EN 197-1	Osiągane średnie warto- ści	
Początek cza	su wiązania	min. 45 min	120 min	
Wytrzymałość na	po 2 dniach	min. 30,0 MPa	39,6 MPa	
ściskanie	po 28 dniach	od 30,0 do 52,5 MPa	69,2 MPa	
Zmiana o	bjętości	max. 10 mm	0,5 mm	
		Skład chemiczny		
Straty pi	rażenia	max. 5,0%	0,89%	
Części nierozpuszczalne		max. 5,0%	0,17%	
Siarczany		max. 4,0%	2,18%	
Chlo	orki	max. 0,1%	0,013%	

#### Tabl. 3.3. Właściwości cementu CEM I – 52.5R zastosowanego w badaniach

Tabl. 3.4. Właściwości fizykochemiczne cementu CEM I 52,5 HSR (do belek z fibrobetonem)

Właściwości fizykochemiczne cementu 52,5 HSR					
Powierzchnia właściwa	4000–4400 cm <sup>2</sup> /g				
Początek czasu wiązania	160–220 min				
Koniec czasu wiązania	230–300 min				
2-dniowa wytrzymałość na ściskanie wg PN-EN 196-1	26–34 MPa				
28-dniowa wytrzymałość na ściskanie wg PN-EN 196-1	54–62 MPa				
Gęstość właściwa	$3,1-3,2 \text{ kg/dm}^3$				
Wodożądność	27–30%				
Zawartość siarczanów SO3	2,4–3,0%				
Zawartość chlorków Cl	0,035-0,055%				
Zawartość alkaliów (eq Na2O)	0,42–0,50%				
Zawartość Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,5–3,9%				
Zawartość C3A	1,0–2,6%				
Zawartość C <sub>3</sub> AF + 2C <sub>3</sub> A	15–19%				

#### 3.1.2.2. Kruszywo

Kruszywo użyte do wykonania mieszanek betonowych było mieszaniną: piasku o średnicy ziaren od 0 do 2 mm. Zgodnie z normą PN-EN 12620 [200] jakość kruszywa charakteryzowała się następującymi wskaźnikami:

- uziarnienie  $G_f 85$ ,
- zawartość pyłów f<sub>1,5</sub>,
- gęstość nasypowa 1,696 g/cm<sup>3</sup>,

- piasek barwy jasnoszarej bez zanieczyszczeń obcych,
- żwir o średnicy od 2 do 8 mm lub kruszywo łamane grys bazaltowy o uziarnieniu do 8 mm z kopalni Winna Góra.

Jakość kruszywa grubego, zgodnie z wymaganiami normy PN-EN 12620 [200], charakteryzowała się zweryfikowanymi następującymi parametrami normowymi: uziarnienie G<sub>c</sub> 85/20, zawartość pyłów  $f_{1,5}$ , kształt kruszywa FI<sub>10</sub>, mrozoodporność F<sub>2</sub>, odporność na rozdrabnianie LA<sub>40</sub>.

Kruszywo, które wykorzystano do mieszanek betonów z włóknem stalowym, to piasek kwarcowy o średnicy ziarna od 0,2 do 0,8 mm. Kruszywo to charakteryzowało się gęstością 2,65 g/ml oraz twardością 7 (skala Mohsa).

## 3.1.2.3. Dodatki

#### Popiół lotny

Zastosowano certyfikowany popiół lotny ze spalania węgla kamiennego z Elektrowni Kozenice S.A.

#### Pył krzemionkowy SILIMIC

Pył krzemionkowy jest sproszkowanym dodatkiem mineralnym nowej generacji do betonów, zawierającym reaktywną mikrokrzemionkę, który stanowi około 10% masy cementu. Taka objętość mikrokrzemionki w sposób zdecydowany poprawiła wewnętrzną spójność struktury betonu i jego wodoszczelność. Strukturę betonów wykonanych w badaniach własnych przez Instytut Transportu Samochodowego (*Motor Transport Institute*) w Warszawie z zastosowaniem mikrokrzemionki przedstawiono na rysunkach 3.1 i 3.2.

a) powiększenia 18x

b) powiększenie 100x



Rys. 3.1. Fotografia betonu BWW z SEM w powiększeniu: a) 18x, b) 100x [badania własne]

a) powiększenia 18x

b) powiększenie 100x



Rys. 3.2. Fotografia betonu FRC z SEM w powiększeniu: a) 18x, b) 100x [badania własne]

Na podstawie rysunków 3.1 i 3.2 można stwierdzić, że reaktywna mikrokrzemionka w stwardniałym betonie dodatkowo związała chemicznie wodorotlenek wapnia, co skutkowało poprawą właściwości fizycznych betonu.

#### Włókna stalowe Dramix

Zastosowano włókna stalowe Dramix o długości 13 mm, średnicy 0,20 mm i wytrzymałości na rozciąganie  $R_m \min = 2000 N/mm^2$ .

## 3.1.2.4. Domieszki

Do wykonania mieszanek betonów oznaczonych BWW–Mix1 zastosowano superplastyfikator FM – 570 ANDROIMPEX na bazie modyfikowanych polikarboksylanów, a do wykonania mieszanek oznaczonych BWW–Mix 2 użyto superplastyfikator Sika ViscoCrete 20 GOLD. Natomiast do sporządzenia mieszanki BWW wykorzystano superplastyfikator Dynamon SX.

#### 3.1.2.5. Woda zarobowa

Zgodnie z normą [207] jako wodę zarobową użyto wody z ogólnodostępnej instalacji wodociągowej.

#### 3.1.2.6. Składy i wykonanie mieszanek betonowych

Składy mieszanek zastosowanych do wykonania belek modelowych zestawiono w tablicy 3.5.

Składnik			Ilość składników na 1m <sup>3</sup> mieszanki					
			N-Mix1 wg [159]	BWW-Mix1 wg [157]	BWW-Mix2 wg [157]	FRC wg[159]	BWW wg[148]	
Cem	ent CEM I-42	2,5R	260	-	-	-	-	
Cem	ent CEM I-52	2,5R	-	340	450	-	-	
Cemer	nt CEM I-42,	5HSR	-	-	-	-	600	
Cemer	nt CEM I-52,	5HSR	-	-	-	1000		
	piasek	0-2 mm	660	640	830	_	600	
Kruszywo	żwir/grys bazaltowy	2-8 mm	1150	1290	1270	_	1230	
Kruszyw	o – piasek kv 0,2–0,8 mm	varcowy	_	—	—	730	—	
	Popiół lotny		60	80	100	-	—	
Mi	krokrzemion	ka	-	30	45	100	60	
Pro	szek reaktyw	ny	-	-	-	310	-	
Włók	na stalowe 13	mm	_	-	-	117	_	
Superplastyfikator FM-570 ANDROIMPEX		_	1,5% masy cementu	-	_	_		
Superplastyfikator SikaViscoCrete 20 GOLD		_	-	1,8% masy cementu	20	_		
Superplas	tyfikator Dyn	amon SX	_	-	_	_	7,51	
	Woda		178	123	119	220	151	

Mieszanki betonowe z użyciem kruszywa naturalnego wykonywane były w następującej kolejności. Suche składniki zostały odmierzone z dokładnością do 0,1 g, a następnie wsypane do bębna betoniarki przeciwbiegowej, gdzie mieszano je przez około 1 minutę. Po upływie tego czasu dodano składniki mokre: odmierzoną wodę wraz z domieszką odpowiadającą danej klasie betonu. Następnie mieszano dalej w celu uzyskania jednolitej konsystencji mieszanki. Tak przygotowaną mieszanką wypełniano przygotowane wcześniej formy i zagęszczano ją na stole wibracyjnym przez około 1,5 min. Po odpowiednim zagęszczeniu wyrównywano powierzchnie próbek przez ucieranie do uzyskania gładkiej powierzchni.

Technologia wykonywania mieszanki z betonu z włóknami rozproszonymi (stalowymi) znacznie różni się od technologii wykonywania mieszanek betonów zwykłych czy BWW. Mianowicie do mieszarki dodawano suche składniki, które mieszano przez około 10 minut, następnie dodawano powoli włókna, osiągając ich równomierne rozproszenie w mieszance. Po dodaniu włókien mieszano masę ko-

lejne 10 minut. Po upływie tego czasu dodano część wody wraz z superplastyfikatorem, a następnie mieszano przez kolejne 10 minut do uzyskania odpowiedniej konsystencji i równomiernego zmieszania wszystkich składników. Taki sposób mieszania dotyczył składów betonów z zastosowaniem drobnego kruszywa kwarcowego.

Natomiast przy stosowaniu kruszywa naturalnego, piasku i grysu bazaltowego (łamanego), w pierwszej kolejności wsypywano do mieszarki kruszywo i mieszając, dodawano powoli włókna stalowe. Nie przerywając mieszania, dodawano suche składniki i wodę (odmierzoną część wody z superplastyfikatorem, a następnie pozostałą wodę).

#### 3.1.2.7. Podstawowe charakterystyki wytrzymałościowo-odkształceniowe betonów

Betony użyte do wykonania elementów zespolonych poddano badaniom wytrzymałości na próbkach kostkowych po 7, 14 i 28 dniach. Do wyznaczenia współczynnika sprężystości przy ściskaniu użyto próbek walcowych o średnicy ø 150 mm i wysokości L = 300 mm według metody standardowej.

Otrzymane podstawowe charakterystyki wytrzymałościowo-odkształceniowe zastosowanych betonów zestawiono w tablicy 3.6.

Oznaczania miaszanki	Wytrzyr	nałości średnie	Moduł sprężystości E <sub>cm</sub>	
Oznaczenie mieszanki	fcm,cube	f <sub>cm,cyl</sub>	fctm	[GPa]
N-Mix 1	31	24,8	-	31,45
BWW-Mix 2	63,10	50,5	-	36,40
BWW-Mix 3	104,70	94,2	-	45,20
FRC	151,25	136,1	23,63	*_
BWW []	115,40	103,9	6,2	57,00
,				

Tabl. 3.6. Podstawowe charakterystyki mechaniczne betonów zastosowanych przy wykonywaniu belek modelowych

**Uwaga**. Średnią wytrzymałość cylindryczną  $f_{cm}$  obliczono wg zależności  $f_{cm,cyl} = 0.8f_{cm}$  dla mieszanek N – Mix 1 i BWW – Mix 2, a dla mieszanki BWW – Mix 3, FRC i BWW zastosowano zależność  $f_{cm,cyl} = 0.9f_{cm,cube}$  jak dla betonów wysokowytrzymałościowych.

<sup>\*</sup>zakres maszyny wytrzymałościowej był za mały i nie pozwolił na określenie  $E_{cm}$ 

Dla zaprojektowanych i otrzymanych betonów wg PN-EN 1992 [201] opisano analitycznie zależności " $\sigma_c - \varepsilon_c$ " przy ustalonych w badaniach parametrach wytrzymałościowo-odkształceniowych (rys. 3.3a, b, c). a) belki serii A

b) belki serii B

c) belki serii C



**Rys. 3.3.** Zależność "  $\sigma_c - \epsilon_c$ " dla betonów zastosowanych do wykonania belek modelowych a) belki serii A, b) belki serii B, c) belki serii C

### 3.1.2.8. Stal zbrojeniowa

Do wykonania belek badawczych zastosowano stal zbrojeniową zgodną z obowiązującą normą. Podstawowe charakterystyki wytrzymałościowo-odkształceniowych zastosowanej stali zbrojeniowej dla każdej serii belek przedstawiono w tablicach 3.7–3.9.

Tabl.	3.7.	Stal	zbroieniowa	w belkach	modelowych	serii A[157]
Tabi.	5.7.	otai	zbrojeniowa	W DEINAGH	modelowych	

Materiał	Granica plastyczności charakterystyczna f <sub>yk</sub> [MPa]	Granica plastyczności obliczeniowa fyd [MPa]	Moduł sprężystości Es [GPa]
Ø 8	410	350	205

Tabl. 3.8. Stal zbrojeniowa w belkach modelowych serii B[159]

Materiał	Granica plastyczności charakterystyczna f <sub>yk</sub> [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie f <sub>tk</sub> [MPa]	Moduł sprężystości Es [GPa]
B500SP Ø 8	500	550	191,852

Tabl. 3.9. Stal zbrojeniowa w belkach modelowych serii C[148]

Material	Parametr	Granica plastyczności charakterystyczna f <sub>yk</sub> [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie f <sub>tk</sub> [MPa]
Ø 6		332	458
34GS Ø 8	Średnia X	448	687
34GS Ø 16		455	731

# 3.1.3. Wykonanie i badania statyczne belek pod obciążeniem doraźnym

Przy wykonywaniu belek zespolonych serii A i B warstwy betonu układano sposobem mokre na mokre. Natomiast przy wykonywaniu belek serii C połączenie między dwoma warstwami betonu wykonano po 1 dobie na zwilżonej i zrowkowanej powierzchni belki, warstwą sczepną firmy OMBRAN (grubości ok. 1,5 mm).

Belki i próbki badawcze po zabetonowaniu zakrywano folią i pielęgnowano przez 24 godziny w celu uniknięcia utraty wilgotności. Następnie przechowywano w warunkach powietrzno-suchych (przy średniej temperaturze  $T = 20^{\circ}$  C i wilgotności RH = 50–55%) do czasu przeprowadzenia badania, czyli 28 dni.

Obciążenie belek modelowych przyłożono za pomocą dwóch sił skupionych w 1/3 rozpiętości belki (rys. 3.4). Schemat przyłożenia obciążenia i widok ogólny

belki na stanowisku badawczym pokazano na rysunku 3.4. Elementy badawcze obciążano w prasie hydraulicznej. Każdy z etapów obciążenia wynosił nie więcej niż 10% od prognozowanej obliczeniowo siły niszczącej F<sub>u</sub>.

Na rysunku 3.4 pokazano schemat obciążenia belek modelowych, zaś na rysunku 3.5. stanowisko badawcze ugięć belek w skali naturalnej.



Rys. 3.4. Schemat obciążenia belek dla serii B (schemat obciążenia identyczny jak dla belek serii A)[159]



Rys. 3.4a. Schemat obciążenia belek dla serii C. Belki w skali naturalnej [148]



Rys. 3.5. Stanowisko badawcze ugięć belek modelowych [157]

# 3.1.4. Badanie odkształceń i ugięć

Przed przystąpieniem do badania na belki zespolone i belkę kontrolną naklejono repery. W belce kontrolnej umieszczono jedną parę reperów w strefie ściskanej, jak i rozciąganej, natomiast w belkach zespolonych po dwie pary w każdej ze stref, na ich górnej i dolnej krawędzi. Repery mocowano na wygładzonej powierzchni za pomocą szybkoschnącego kleju. Na rysunkach 3.6a i 3.6b pokazano schemat rozmieszczenia reperów (punktów pomiarowych) w belce kontrolnej i odpowiednio w belce zespolonej.



**Rys. 3.6.** Rozstaw punktów pomiarowych podczas badań odkształceń: a) w belce kontrolnej, b) w belce zespolonej[157,159]

Badanie odkształceń, tak jak i badanie ugięć, trwało równocześnie z badaniem wytrzymałości na zginanie, na tym samym stanowisku badawczym. Pomiaru odkształceń betonu dokonywano, stosując miernik Demec – czujnik nasadowy o bazie pomiarowej 250 mm, o dokładności do 0,001mm (rys.3.7). Wyniki badań rejestrowano po każdorazowym zwiększeniu poziomu siły.

Badanie ugięć trwało równocześnie z badaniem wytrzymałości belek na zginanie. Stanowisko badawcze wyposażono w czujniki zegarowe i elektroniczne o dokładności pomiaru 0,001 mm. Schemat podparcia beleczki – wolnopodparty. Czujniki umieszczone były po lewej, prawej stronie oraz na środku belki. Pomiary ugięć następowały po każdorazowym zwiększeniu poziomu siły.

Podczas badań rejestrowano następujące parametry: siłę rysującą, charakter zarysowania, mapy rys, szerokość rozwarcia rys, ugięcia, odkształcenia betonu po wysokości przekroju oraz nośność.

# 3.2. Wyniki badań belek zespolonych oraz kontrolnych pod obciążeniem doraźnym – analiza porównawcza

#### 3.2.1. Belki serii I A (nadbeton wysokowartościowy – BWW)

W trakcie obciążania belek modelowych monitorowano stan zarysowania.

Na podstawie analizy wyników z prowadzonych badań stwierdzono, że zarysowanie miało podobny przebieg. Pierwsze zarysowania (szerokość rozwarcia rys  $w \le 0.05 \text{ mm}$ ) powstały w środkowej strefie belek, pomiędzy siłami skupionymi jako rysy prostopadłe od zginania. Przy czym zasięg rys rzadko kiedy przekraczał poziom zbrojenia głównego w strefie rozciąganej. Należy podkreślić, że w początkowej fazie (poziomie) obciążenia szerokość rozwarcia rys nie przekraczała  $w_k \le 0.05 \text{ mm}$  i praktycznie nie wpływała na rozwój ugięć (zmianę sztywności przy zginaniu). Pierwsze zauważalne rysy z szerokością rozwarcia około w = 0.1 mmw strefie przypodporowej zaobserwowano w belkach grupy N (kontrolnej) przy wstępnym obciążeniu siłą wartości 10kN, natomiast w przypadku belek zespolonych pierwsze zarysowania pojawiły się przy obciążeniu około 14kN.

Początkowo obraz rys ukośnych był zbliżony do rys prostopadłych (tzn. rys ukośnych "drugiego rodzaju") – obserwowano rozwój rysy ukośnej z rysy prostopadłej. Rozwój rys obserwowano do granicy styku z warstwą sczepną do osiągnięcia obciążenia niszczącego. Rozwarstwienie warstwy sczepnej na styku betonu zwykłego i BWW w przypadku belki zespolonej 1BWW/N nastąpiło przy osiągnięciu siły niszczącej  $F_u = 32$  kN, a w przypadku belki zespolonej 2BWW/N na poziomie siły  $F_u = 34$  kN. Zarysowanie belek modelowych po zniszczeniu pokazano na rysunku 3.7. Należy podkreślić, że w belkach zespolonych dobrze widoczne jest zespolenie

obu betonów, o czym świadczy układ rys pionowych i ukośnych, które przenikają strefę kontaktu warstw dwóch różnych betonów bez rozwarstwienia i poślizgu. Taki obraz zarysowania świadczy o tym, że wspólna praca dwóch betonów zespolonych była obserwowana do zniszczenia belek zespolonych.



**Rys. 3.7.** Charakterystyczne zarysowanie belek serii I A przy zniszczeniu: a) belki modelowe grupy N, b) belki modelowe grupy 1BWW/N, c) belki modelowe grupy 2BWW/N

W tablicy 3.10 przedstawiono średnie wartości ugięć belek modelowych pod obciążeniem doraźnym zarejestrowanym w toku badań, a na rysunkach 3.8 i 3.9 ujęto zależność "moment-ugięcie".

Jak wynika z analizy zależności "moment – ugięcie", na podstawie przedstawionych na rysunkach 3.8 i 3.9 zależności dla poszczególnych serii belek, warstwa z BWW wykazuje korzystny wpływ na rozwój ugięć, zmniejszenie ugięcia przy zmianie sztywności na zginanie w porównaniu z belkami kontrolnymi grupy N.

Na podstawie otrzymanego wykresu "moment – ugięcie" można wnioskować, że największe wartości wytrzymałości przy ściskaniu uzyskano dla belek modelowych zespolonych z nadbetonu BWW/N (tabl. 3.11), wraz z odpowiednio większym współczynnikiem sprężystości. Ocenę ilościową ugięć belek zespolonych w porównaniu z belkami kontrolnymi jednorodnymi zestawiono w tablicy 3.10.

Analizując otrzymane wyniki badań w zakresie ugięć modelowych belek żelbetowych, stwierdzono, że belki zespolone z nadbetonem BWW wykazują mniejsze ugięcia, a zatem mają tym samym wyższą sztywność na zginanie pod obciążeniem krótkotrwałym (doraźnym) w porównaniu ze sztywnością belek pełnych kontrolnych. Na podstawie wyników badań, zestawionych w tablicy 3.10 i na rysunkach 3.9 i 3.10, można zaobserwować, że ugięcia elementów zespolonych grupy 1BWW/N i 2BWW/N są średnio o ok. 30% mniejsze od ugięć belek wykonanych z betonu zwykłego. W przypadku analizy porównawczej ugięć belek zespolonych wynika, że ugięcia belek z nadbetonem BWW są bardzo zbliżone i nie różnią się więcej niż o 10% (mniejsze w przypadku belek 2BWW/N). Analizując charakter rozwoju rys w belkach pełnych jednorodnych i zespolonych pod obciążeniem, należy zwrócić uwagę, że nie odnotowano wyraźnej różnicy w morfologii powstałych rys. Jak podkreślono wcześniej (rys. 3.7), rozwój rys na wysokości przekroju i średni rozstaw rys w belkach zespolonych i belkach kontrolnych jednorodnych praktycznie się nie różnił.

Ugięcie	<i>F</i> = 1	2 [kN]	F = 18	6 [kN]	F = 24	[kN]	F=3	30 [kN]
<u>a 1BWW/N1</u> a N	<u>0,86</u> 1,45	0,59	<u>1,80</u> 2,57	0,70	<u>2,70</u> 3,86	0,70	<u>3,73</u> 5,28	0,71
<u>a 2BWW/N2</u> a BWW	<u>0,98</u> 1,45	0,67	<u>1,86</u> 2,57	0,72	<u>2,76</u> 3,86	0,71	<u>3,62</u> 5,28	0,68

Tabl. 3.10. Analiza porównawcza średnich ugięć a [mm] belek zespolonych i kontrolnych serii I A[157]

a - ugięcie poszczególnych serii belek

Siła <i>F</i>	Wartości średnie ugięć belek <i>a</i> [mm]						
[kN]	Kontrolnej N	Zespolonej 1BWW/N	Zespolonej 2BWW/N				
10	1,10	0,65	0,74				
12	1,45	0,86	0,98				
14	1,80	1,20	1,24				
16	2,19	1,50	1,64				
18	2,57	1,80	1,86				
20	3,04	2,13	2,16				
22	3,47	2,42	2,46				
24	3,86	2,70	2,76				
26	4,33	3,02	3,04				
28	4,80	3,33	3,38				
30	5,28	3,73	3,62				
32	5,95*	4,02	3,96				
34	-	4,34*	4,29				
36	-	-	4,60*				

Tabl. 3.11. Średnie wartości ugięć a [mm] w środku rozpiętości belek zespolonych i kontrolnych serii I A[157]

\* ugięcie tuż przed zniszczeniem



Rys. 3.8. Wykres zależności moment-ugięcie belek zespolonych serii A typ 1BWW/N



Rys. 3.9. Wykres zależności moment-ugięcie belek zespolonych serii A typ 2BWW/N

Na rysunkach 3.10 i 3.11 przedstawiono wykres zależności sztywność-moment dla belek zespolonych, odpowiednio dla serii A typu 1BWW/N oraz dla serii A typu 2BWW/N. Na podstawie tych wykresów stwierdzono, że przy porównywalnych poziomach obciążenia w belkach zespolonych i do belach pełnych kontrolnych występuje wzrost sztywności przy zginaniu, a tym samym pojawiają się mniejsze ugięcia, które związane są głównie z pracą sprężystą betonu BWW w strefie ściskanej.



Rys. 3.10. Wykres zależności sztywność-moment belek zespolonych serii A typ 1BWW/N



Rys. 3.11. Wykres zależności sztywność-moment belek zespolonych serii A typ 2BWW/N

W tablicy 3.12 zamieszczono zaobserwowane w toku badań średnie wartości odkształceń betonów belek modelowych w strefie ściskanej, a na rysunku 3.12 pomierzone odkształcenia betonu na górnej (najbardziej ściskanej) krawędzi przekroju. Rysunek 3.12 przedstawia empiryczną zależność "siła – odkształcenie" dla belek zespolonych i kontrolnych serii I A. Natomiast w tablicy 3.13 zestawiono wartości średnich odkształceń belek zespolonych oraz belek kontrolnych.

Na podstawie przedstawionych danych można stwierdzić, że otrzymane wartości odkształceń betonu, przy odpowiednich poziomach obciążenia, na krawędzi ściskanej przekroju belek zespolonych są znacznie mniejsze niż na krawędzi belek kontrolnych (jednorodnych pełnych). Zarejestrowane w badaniach wartości odkształceń na krawędzi ściskanej przekroju w betonie belek zespolonych w porównaniu z belką jednorodną są mniejsze średnio o około 55%. Należy pokreślić, że w stadiach początkowych odkształcenia betonów na ściskanej krawędzi przekroju różnią się nieznacznie niezależnie od konstrukcji badanej belki, jednak przy wzroście poziomu obciążenia ta różnica staje się zauważalna. W końcowych stadiach obciążenia przed zniszczeniem odkształcenia betonu belek grupy 2BWW/N były o około 10% mniejsze niż belek 1BWW/N i o około 50% mniejsze niż belek kontrolnych (rys. 3.12, tabl. 3.13).

**Tabl. 3.12.** Średnie wartości odkształceń betonu  $\varepsilon_c$  [‰] w strefie ściskanej otrzymane dla belek zespolonych i kontrolnych wg B. Sadowska-Buraczewska [157]

	Średnie wartości odkształceń belek $\boldsymbol{\varepsilon}_{c}$ [%]							
Sha r [kh]	Kontrolnej N	Zespolonej 1BWW/N	Zespolonej 2BWW/N					
10	0,384	0,1	0,2					
12	0,48	0,24	0,24					
14	0,52	0,272	0,248					
16	0,60	0,344	0,28					
18	0,64	0,392	0,344					
20	0,736	0,448	0,408					
22	0,816	0,496	0,44					
24	0,896	0,528	0,464					
26	1,016	0,568	0,496					
28	1,08	0,608	0,512					
30	1,20	0,656	0,552					
32	1,28	0,672	0,592					
34	_	0,712	0,616					
36	_	_	0,64					



Rys. 3.12. Wykres zależności siła – odkształcenie betonu najbardziej ściskanej krawędzi dla belek zespolonych i kontrolnych serii I A

Tabl. 3.13. Zestawienie średnich wartości odkształceń betonu  $\epsilon_c$  [‰] dla belek zespolonych i kontrolnych serii I A wg B. Sadowska-Buraczewska[157]

Relacja odkształceń (iloraz)	<i>F</i> = 12	[kN]	<i>F</i> = 18	[kN]	<i>F</i> = 24	[kN]	F = 30	[kN]
ε <u>c 1BWW/N</u> ε <sub>c</sub> N	<u>0,240</u> 0,480	0,50	<u>0,392</u> 0,640	0,61	<u>0,528</u> 0,896	0,59	<u>0,656</u> 1,200	0,55
$\frac{\varepsilon_c 2BWW/N}{\varepsilon_c BWW}$	<u>0,240</u> 0,480	0,50	<u>0,344</u> 0,640	0,54	<u>0,464</u> 0,896	0,52	<u>0,552</u> 1,200	0,46

 $\varepsilon_c$  – wartość odkształcenia betonu

Zmiany rozkładu odkształceń na wysokości przekroju oszacowano numerycznie według zaproponowanego autorskiego modelu obliczeniowego. Obliczenia wykonano dla belek typu 1BWW/N oraz belek typu 2BWW/N (rys. 3.13 i 3.14). Na podstawie wykonanych obliczeń numerycznych stwierdzono wzrost odkształceń krawędzi ściskanej belek w poziomie zbrojenia i betonu.

Obliczenia numeryczne wykonano autorskim oprogramowaniem BETA. Program obliczeniowy BETA został napisany w języku C++ na podstawie zaproponowanych procedur obliczeniowych przedstawionych w rozdziale 2 i w autorskim modelu obliczeniowym.



Rys. 3.13. Rozkład odkształceń betonu na wysokości dla belek zespolonych serii I A typ 1BWW/N



Rys. 3.14. Rozkład odkształceń betonu na wysokości dla belek zespolonych serii I A typ 2BWW/N

Wyniki analiz numerycznych (rys. 3.13 – 3.14) są zbieżne z wynikami badań doświadczalnych odkształcalności belek zespolonych z warstwą BWW i belek kontrolnych (pełnych). Odkształcalność włókien ściskanych belek zespolonych z BWW jest mniejsza w porównaniu z odkształcalnością belek pełnych jednorodnych. Efekty te są szczególnie widoczne na wysokości strefy ściskanej, która w przypadku stosowania nadbetonu z BWW ma nieco większy zasięg niż w odniesieniu do belki kontrolnej pełnej. Taki efekt korzystnie wpływa na krzywiznę przekroju i rejestrowane ugięcia belek.

Wykres zależności moment-krzywizna otrzymany dla wartości doświadczalnych i numerycznych (otrzymanych przy wykorzystaniu autorskiego oprogramowania BETA) przedstawiono na rysunku 3.15 (dla belek zespolonych serii A typ 1BWW/N) oraz rysunku 3.16 (dla belek zespolonych serii A typ 2BWW/N).



Rys. 3.15. Wykres zależności moment-krzywizna belek zespolonych typ 1BWW/N



Rys. 3.16. Wykres zależności moment-krzywizna belek zespolonych typ 2BWW/N

a) belka kontrolna N



b) belka zespolona 1BWW/N



c) belka zespolona 2BWW/N



**Rys. 3.17.** Zniszczenie badanych elementów wskutek wyczerpania nośności strefy ściskanej betonu: a) belka kontrolna N, b) belka zespolona 1BWW/N, c) belka zespolona 2BWW/N wg [157]

Żelbetowe belki modelowe obciążane były aż do zniszczenia, a w mechanizmie zniszczenia belek zespolonych nie stwierdzono rozwarstwienia ani poślizgu w styku między warstwą betonu zwykłego i BWW. Zaobserwowany charakter zniszczenia właściwie nie różnił się od zarejestrowanego dla belkach pełnych jednorodnych.

Na podstawie otrzymanych wyników badań, dotyczących zniszczenia badanych elementów wskutek wyczerpania nośności strefy ściskanej, stwierdzono, że największą siłę przenosiła belka zespolona grupy 2BWW/N, następnie belka zespolona 1BWW/N, a najmniejszą siłę belka wykonana w całości z betonu zwykłego grupy N.

Obliczenia numeryczne wykonane programem BETA pozwoliły na oszacowanie i przedstawienie naprężeń betonu w przekroju belki przed zarysowaniem i po zniszczeniu. Na rysunkach 3.18 i 3.19 przedstawiono wartości naprężeń betonu otrzymane dla belek typu 1BWW/N (z nadbetonem o średniej wytrzymałości na ściskanie 63,1 MPa) i 2BWW/N (z nadbetonem o średniej wytrzymałości na ściskanie 104,7 MPa).



Rys. 3.18. Analiza numeryczna – wykres wartości naprężeń betonu dla belki zespolonej 1BWW/N



Rys. 3.19. Wykres wartości numerycznych naprężeń betonu dla belki zespolonej 2BWW/N

Zniszczenie wszystkich belek modelowych następowało na skutek wyczerpania nośności strefy ściskanej betonu (przy zastosowanym  $\rho_e = 3\%$ ).



Rys. 3.20. Wykres średniej wartości momentu niszczącego dla serii belek kontrolnych i zespolonych



Rys. 3.21. Wykres średniej wartości siły niszczącej dla serii belek kontrolnych i zespolonych

Na podstawie wyników badań zamieszczonych w tablicy 3.14 można stwierdzić, że nośność belki zespolonej serii 2BWW/N była największa, a otrzymane różnice nośności mieściły się w przedziale od 6% do 12% (tabl. 3.16). Nośność belki zespolonej 1BWW/N jest większa od nośności belki kontrolnej N o około 10%. Należy podkreślić, że otrzymane różnice są wielkościami względnymi i są one związane ze skalą badanych belek, zatem przy uwzględnieniu efektu skali otrzymane różnice nośności mogą być większe.

Serie belek	Siła niszcząca [kN]	Moment niszczący [kNm]
1BWW/N	34	5,77
2BWW/N	36	6,11
N	32	5,43

Tabl. 3.14. Średnie nośności modelowych belek zespolonych i kontrolnych wg B. Sadowska-Buraczewska [157]

Tabl. 3.15	. Analiza	porównawcza	nośności m	odelowych	belek zesp	oolonych i	kontrolnych	wg B.	Sadowska-	Bura-
czewska [	157]									

Relacja nośności (iloraz)	Iloraz momentu niszczącego	Współczynnik przyrostu nośności
$\frac{M_{Rd} \ 1BWW/N}{\underline{M}_{Rd} \ N}$	<u>5,77</u> 5,43	1,10
M <sub>Rd</sub> 2BWW/N M <sub>Rd</sub> N	<u>6,11</u> 5,43	1,12
<u>M<sub>Rd</sub> 2BWW/N</u> <u>M<sub>Rd</sub></u> 1BWW/N	<u>6,11</u> 5,77	1,06

### 3.2.2. Belki serii II B – belki zespolone z udziałem fibrobetonu

Przy monitorowani rys dla belek z wykorzystaniem fibrobetonu stwierdzono, że:

- przy obciążaniu belek kontrolnych grupy II N powstanie pierwszych rys prostopadłych zarejestrowano przy obciążeniu P<sub>crc</sub> = 5Kn,
- w belkach z nadbetonem II FRC/N i belkach jednorodnych wykonanych z fibrobetonu II FRC zarysowanie zarejestrowano przy obciążeniu nieznacznie większym niż w belkach kontrolnych II N.

Po zarysowaniu i dalszym obciążaniu belek zaobserwowano różnice w rozwoju ich ugięć. Wyniki pomiarów ugięć w środku rozpiętości badanych belek przy wyższych poziomach obciążenia przedstawiono w tablicy 3.16 oraz na rysunku 3.22.



Rys. 3.22. Wykres zależności moment-ugięcie modelowych belek kontrolnych i zespolonych serii B

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń numerycznych oraz wyników badań doświadczalnych wykonano wykresy zależności "moment zginający-krzywizna" (rys. 3.23 i 3.24).

Natomiast na podstawie przeprowadzonych i otrzymanych wyników badań doświadczalnych otrzymano zależność "moment zginający–sztywność" (rys. 3.25).



Rys. 3.23. Wykres zależności średniej wartości "moment zginający-krzywizna" dla serii belek kontrolnych i zespolonych



Rys. 3.24. Wykres zależności średniej wartości "moment zginający-krzywizna" dla serii belek kontrolnych i zespolonych



Rys. 3.25. Wykres zależności średniej wartości "moment zginający-sztywność" dla serii belek kontrolnych i zespolonych

Na podstawie otrzymanych zależności, przedstawionych na rysunku 3.26, można stwierdzić, że do chwili powstania rys prostopadłych ( $M_{cr} = 0.825$  kNm) wszystkie analizowane belki miały jednakową sztywność przy zginaniu. Jednak po powstaniu rys zaobserwowano znaczną różnicę w zmianach sztywności w wyniku rozwoju rys w elementach. Największą sztywność przy zginaniu przy obciążeniu eksploatacyjnym ( $0.75 M_{cr}$ ) zarejestrowano w belkach grupy II FRC, w całości wykonanych z fibrobetonu ( $B = 0.179 \times 10^3$  kNm<sup>2</sup>). W belkach grupy II FRC/N z nadbetonem i belkach II N, wykonanych z betonu bez udziału fibry, zaobserwowano intensywny spadek sztywności przy zginaniu po powstaniu rys. Należy podkreślić, że w stadium eksploatacyjnym nie obserwuje się znacznej różnicy w sztywności przy zginaniu dla belek jednej (II N) i drugiej (II FRC/N) grupy. Przy momencie zginającym  $M_k = 3.3$  kNm (co odpowiada sile F = 20 kN) sztywności przy zginaniu wynosiła B =  $0.139 \times 10^3$  kNm<sup>2</sup>, a dla belek grupy II B =  $0.138 \times 10^3$  kNm<sup>2</sup>.

Analizując wartości szerokości rozwarcia rys (tabl. 3.18–3.20), należy zwrócić uwagę na to, że najmniejsza sumaryczna i średnia szerokość rozwarcia rys była zarejestrowana w belkach grupy II FRC ( $\Sigma w_{ki} = 33,3 \text{ mm}$ ;  $w_m = 0,05 \text{ mm}$ ,  $w_{max} = 0,08 \text{ mm}$ ). W belkach grupy II N i II FRC/N szerokości rozwarcia rys były nieznacznie większe (patrz tabl. 3.18–3.20).

Fibrobeton (FRC) warstwy górnej charakteryzuje się dość wysokimi parametrami wytrzymałościowo-odkształceniowymi (większe odkształcenia graniczne przy rozciąganiu), rozwój rys w nadbetonie jest więc ograniczony. Średnia wartość sumarycznej szerokości rozwarcia rys dla belek kontrolnych i z fibrobetonem jest porównywalna ( $\Sigma w_{k,N} = 0,44 \text{ mm i } \Sigma w_{k,FRC/N} = 0,42 \text{ mm}$ ), jednak w belkach z nadbetonem FRC powstaje większa liczba rys z nieco mniejszą szerokością rozwarcia (patrz tab. 3.18–3.20). Obraz zarysowania badanych belek przedstawiono na rysunku 3.26.

a) belki modelowe grupy N





c) belki modelowe grupy FRC



**Rys. 3.26.** Obraz zarysowania belek serii I B przy zniszczeniu: a) belki modelowe grupy N, b) belki modelowe grupy FRC/N, c) belki modelowe grupy FRC

# 3.2.2.1. Analiza wpływu podatności styku na szerokość rozwarcia rys i ugięcia – autorski model obliczeniowy

Wpływ charakterystyk wytrzymałościowo-odkształceniowych warstwy nadbetonu na zarysowanie i ugięcia belek analizowano przy wykorzystaniu autorskiego modelu obliczeniowego, sformułowanego dla przekroju wydzielonego bloku pomiędzy sąsiednimi rysami prostopadłymi.

Obliczenia i analizy przeprowadzono w przypadku ogólnym dla odcinka belki obciążanego momentem stałym (w zakresie strefy czystego zginania pomiędzy siłami skupionymi) (rys. 3.27).



**Rys. 3.27.** Model obliczeniowy bloku pomiędzy rysami: rozkład odkształceń na długości zbrojenia  $\varepsilon_{s}(x)$  i betonu  $\varepsilon_{ct}(x)$  w strefie rozciąganej belki, rozkład naprężeń ścinających w styku zbrojenia i otaczającego betonu[opracowanie własne]

Zależność naprężeń ścinających i płaszczyzny poślizgu " $\tau_{sh-s} - s$ " dla kontaktu zbrojenia z otaczającym betonem przedstawiono w [199] (rys. 3.28).



Rys. 3.28. Zależność "r – s" (bond-stress slip) wg [199]

Dla przeprowadzonych badań przy  $\varepsilon_s \le \varepsilon_{sy}$  przyjmowano następujące parametry zależności " $\tau - s$ " (rys. 3.28): maksymalne naprężenia ścinające  $\tau_{max} = 8,27$  N/mm<sup>2</sup>; s<sub>1</sub> = 1,0 mm; s<sub>2</sub> = 2,0 mm.

W obliczeniach przyjęto poniższe zależności analityczne (formuły 3.1):

$$\begin{aligned} \tau_{0} &= \tau_{max} \left( s/s_{1} \right)^{\alpha} przy \ 0 \leq s \leq s_{1}, \\ \tau_{0} &= \tau_{max} \, przy \ s_{1} \leq s \leq s_{2}, \\ \tau_{0} &= \tau_{max} - \left( \tau_{max} - \tau_{f} \right) \left( s - s_{2} \right) / \left( s_{3} - s_{2} \right). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Rozkład naprężeń stycznych na długości pręta zbrojeniowego przyjęto w postaci uproszczonej zgodnie z [93] (wzór 3.2):

$$\tau(x) = 4\tau_{max} \frac{x}{s_{rm}} (1 - \frac{x}{s_{rm}}).$$
 (3.2)

Z warunków równowagi dla siły rozciągającej na odcinku pomiędzy rysami w przypadku ogólnym można sformułować zależność (3.3):

$$\frac{\pi\phi^2}{4}(\sigma_{SII} - \sigma_{SI}) = \int_0^{s_{rm}} \pi\phi \,\tau(x) dx = \frac{2}{3\pi\phi} \tau_{max} s_{rm}, \tag{3.3}$$

gdzie:  $\sigma_{sII}$ ,  $\sigma_{sI}$  – odpowiednio naprężenia w zbrojeniu w przekroju z rysą i przekroju pomiędzy rysami:

- $\mathcal{O}$  średnica pręta zbrojeniowego,
- s<sub>rm</sub> odległość pomiędzy rysami (rozstaw rys), przyjmowana jako odległość bloku.
   Zgodnie z [93] początkowa odległość bloku może być przyjęta jako wartość s<sub>rm</sub> = 200 mm.
  - A zatem równanie (3.3) można zapisać w postaci (3.4):

$$\frac{\pi\phi^2}{4}(\sigma_s(x) - \sigma_{sI}) = \frac{\pi\phi}{s_{rm}}\tau_{max}(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3s_{rm}}).$$
(3.4)

Naprężenia w zbrojeniu w dowolnym przekroju x można obliczyć z równania (3.5):

$$\sigma_{s}(x) = \sigma_{sI} + \frac{16\tau_{max}}{s_{rm}\phi} (\frac{x^{2}}{2} - \frac{x^{3}}{3s_{rm}}), \qquad (3.5)$$

natomiast odkształcenia można obliczyć, korzystając ze wzoru (3.6) lub (3.7):

$$\varepsilon_{s}(x) = \frac{\sigma_{sI}}{E_{s}} + \frac{16\tau_{max}}{s_{rm}\phi E_{s}} (\frac{x^{2}}{2} - \frac{x^{3}}{3s_{rm}}), \qquad (3.6)$$

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{sI} + \frac{16\tau_{max}}{s_{rm}\phi E_s} (\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3s_{rm}}), \qquad (3.7)$$

Wydłużenie pręta zbrojeniowego należy obliczyć z formuły (3.8):

$$u_{ms} = \int_{0}^{\frac{s_{rm}}{2}} \varepsilon_{s}(x) \, dx = \frac{\sigma_{sI} \, s_{rm}}{2E_{s}} - \frac{1}{4} \left( \frac{\tau_{max} s_{rm}^{2}}{\phi E_{s}} \right). \tag{3.8}$$

W przypadku czystego zginania elementu wydłużenie pręta można obliczyć z formuły uproszczonej zgodnie z (3.9):

$$u_{ms} = \frac{\sigma_{sI} s_{rm}}{4E_s} + \frac{1}{16} \left( \frac{\tau_{max} s_{rm}^2}{\phi E_s} \right).$$
(3.9)

Zgodnie z zaproponowanym autorskim modelem obliczeniowym wykonano obliczenia odkształceń bloku pomiędzy rysami oraz wydłużenia zbrojenia.

W obliczeniach dane wejściowe przyjęto na podstawie wyników badań (rys. 3.13):

- odkształcenia zbrojenia (zaobserwowane w badaniach):
  - dla belek grupy II N:  $\varepsilon_{sII} = 1,62 \times 10^{-3}$ ; (F=20kN),
  - dla belek grupy II FRC/N:  $\varepsilon_{sII} = 1,60 \times 10^{-3}$ ; (F=20kN),
  - dla belek grupy II FRC:  $\varepsilon_{sII} = 0.87 \times 10^{-3}$ ; (*F*=20kN);
- rozstaw rys  $s_{rm} = 200 \text{ mm}.$

Po podstawieniu danych i wykonaniu stosownych przekształceń na podstawie formuły (3.7) otrzymano poniższą zależność na obliczanie odkształceń w środku bloku pomiędzy rysami (3.10):

$$\varepsilon_{SI} = \varepsilon_{SII} - \frac{16\tau_{max}}{s_{rm}\phi E_s} \left(\frac{s_{rm}^2}{2} - \frac{s_{rm}^2}{3s_{rm}}\right) = \varepsilon_{SII} - \frac{16\tau_{max}}{s_{rm}\phi E_s} \left(\frac{1}{6}s_{rm}^2\right). \tag{3.10}$$

Korzystając ze wzoru (3.10), w wyniku stosownych obliczeń otrzymano poniższe wartości odkształceń dla analizowanych belek:

- dla belek grupy II N:  $\varepsilon_{sI} = 1,62 \text{ x}10^{-3} = (1,62 1,37)x10^{-3} = 0,25x10^{-3} [\%], (\varepsilon_{sI} = 0,25x10^{-3} [\%] badania);$
- dla belek grupy II FRC/N:  $\varepsilon_{sI} = (1,60 1,37) \times 10^{-3} = 0,23 \times 10^{-3} [\%],$  $(\varepsilon_{sI} = 0,23 \times 10^{-3} [\%] - badania);$
- dla belek grupy II FRC:  $\varepsilon_{sI} = (0.87 0.79) \times 10^{-3} = 0.08 \times 10^{-3}$  [‰],  $(\varepsilon_{sl} = 0.08 \times 10^{-3}$  [‰] – *badania*). Korzystając z zaproponowanej formuły (3.9), obliczono szerokość rozwarcia rys:
- dla belek grupy II N:

$$U_{m,s(N)} = \frac{\varepsilon_{sII}s_{rm}}{4} + \frac{1}{16}\frac{\tau_{max}s_{rm}^2}{\phi E_s} = 0.25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{400}{4} + \frac{1}{16} \cdot \frac{8.27 \cdot 400^2}{8 \cdot 200 \cdot 10^3} = 0.25 \cdot 10^{-2} + 5.2 \cdot 10^{-2} = 0.075 \text{ mm},$$

 $(w_k = 0,077 \text{ mm} - \text{badania});$ 

• dla belek grupy II FRC/N:

$$U_{m,s(FRC,N)} = 0.23 \cdot 10^{-3} + 5.2 \cdot 10^{-2} = 0.073 \text{ mm},$$
  
( $w_k = 0.08 \text{ mm} - \text{badania}$ ).

Otrzymane wartości odkształceń oraz szerokości rozwarcia rys są porównywalne z wartościami otrzymanymi podczas przeprowadzonych badań doświadczalnych. Przedstawiona analiza potwierdza poprawność zaproponowanego autorskiego modelu (algorytmu) obliczeniowego.

Przy zastosowaniu nadbetonu z FRC w stadium eksploatacji nie obserwuje się znacznej różnicy w szerokości rozwarcia rys ( $\overline{w}_{k,N} = 0,075 \text{ mm i } \overline{w}_{k,FRC/N} = 0,077 \text{ mm}$ ) w porównaniu do belek pełnych z betonu zwykłego. Największe efekty obserwuje się przy rozwarciu rys do wysokości nadbetonu (przy F > 25 kN).

Na rysunku 3.29 przedstawiono wykres zależności siła-ugięcie dla wartości otrzymanych podczas badań.



Rys. 3.29. Wykres średniej wartości momentu niszczącego [kNm] dla serii belek kontrolnych i zespolonych

Ocenę ilościową ugięć belek zespolonych w porównaniu z belkami kontrolnymi przedstawiono w tablicy 3.16.

 

 Tabl. 3.16. Analiza porównawcza średnich ugięć a [mm] belek zespolonych i kontrolnych typu N i FRC dla wybranych poziomów siły[159]

Relacja średnich ugięć belek Iloraz	F = 20 [kN]		F = 30 [kN]		F = 35  [kN]	
<u>aBelki FRC/N</u> aBelki N	<u>2,500</u> 2,525	0,99	<u>3,680</u> 4,075	0,90	<u>5,102</u> 9,820	0,52
<u>aBelki FRC</u> aBelki N	$\frac{1,722}{2,525}$	0,68	<u>2,925</u> 4,075	0,72	<u>3,610</u> 9,820	0,37
<u>aBelki FRC/N</u> aBelki FRC	<u>2,500</u> 1,722	1,45	<u>3,680</u> 2,925	1,26	<u>5,102</u> 3,610	1,41

Analizując wyniki badań podanych na rysunku 3.30 i danych zawartych w tablicy 3.16, stwierdzono, że zespolone belki żelbetowe serii FRC/N z udziałem warstwy z fibrobetonu mają nieznacznie wyższą sztywność w porównaniu ze sztywnością belek jednorodnych wykonanych z betonu zwykłego. Ugięcia belki zespolonej przed zniszczeniem są mniejsze o około 20% w porównaniu do belek jednorodnych z betonu zwykłego. Natomiast ugięcia belek jednorodnych wykonanych z fibrobetonu serii FRC są mniejsze w porównaniu z ugięciami belek zespolonych o około 37% i mniejsze o około 41% w porównaniu z ugięciami belek jednorodnych wykonanych z betonu zwykłego.

#### 3.2.2.2. Wpływ warstwy fibrobetonu na rozkład odkształceń betonu na wysokości przekroju belek

Odkształcenia betonu na wysokości belek mierzono za pomocą ekstensometru DEMEC o bazie 150 mm (w punktach pokazanych na rys. 3.6). Wartości odkształceń odczytywano przy przyroście wartości siły o 5 [kN], zgodnie z planem badań dla obciążeń doraźnych. Wartości średnie z trzech pomiarów odkształceń dla wybranych punktów kontrolnych (reperów) w poziomie przekroju belki dla określonych poziomów przyrostu siły dla każdej belki przedstawiono na rysunku 3.30.

Przeprowadzona analiza porównawcza w zakresie odkształceń maksymalnych betonu w strefie górnej ściskanej  $\varepsilon_c$  [‰] przedstawiona została w tablicy 3.17. Analizę porównawczą przeprowadzono, wykorzystując tzw. współczynnik efektywności  $k_{\alpha}$  [108,148], obliczony według poniższej formuły (3.11):

$$k_{\alpha} = \alpha_N / \alpha_{FRC,FRC/N}, \qquad (3.11)$$

gdzie:

 α<sub>N</sub> – efekt (odkształcenia, ugięcia, rysy itp.) pomierzony dla belek jednorodnych wykonanych w całości z betonu zwykłego,

 $\alpha_{FRC,FRC/N}$  – poszczególne efekty mierzone na pozostałych elementach.

	Średnie wartości odkształceń betonu $arepsilon_c$ [‰]							
Serie belek	F = 10  [kN]		F = 20	) [kN]	F = 30 [kN]			
	Ec	kα	Ec	kα	Ec	kα		
Kontrolna II N	0,280	1,00	0,580	1,00	0,900	1,00		
Zespolona II FRC/N	0,220	1,27	0,420	1,38	0,670	1,34		
Kontrolna II FRC	0,180	1,55	0,380	1,53	0,570	1,58		

Tabl. 3.17. Analiza porównawcza odkształceń betonu ε<sub>c</sub> [‰] dla belek zespolonych FRC/N i kontrolnych typu N i FRC



**Rys. 3.30.** Wykresy odkształceń betonu  $\epsilon_c$  [‰] po wysokości przekroju dla belek serii FRC/N – zespolonej, FRC – kontrolnej jednorodnej z fibrobetonu i N – kontrolnej z betonu zwykłego

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i danych zawartych w tabeli 3.17 stwierdzono, że maksymalne odkształcenia betonu w strefie ściskanej belek zespolonych serii FRC/N są niższe niż belek jednorodnych kontrolnych serii N, natomiast wyższe od wartości odkształceń otrzymanych dla belek kontrolnych wykonanych z fibrobetonu serii FRC. Różnica odkształceń betonu dla belek zespolonych w porównaniu do belek kontrolnych z betonu zwykłego wynosi około 33%. Odkształcenia betonu belek zespolonych w porównaniu z belkami kontrolnymi serii FRC – jednorodnymi są wyższe o około 18%. Odkształcenia betonu w strefie ściskanej belek serii FRC są niższe o blisko 55% od odkształceń belek jednorodnych. Przyczyną stwierdzonych efektów jest przegrupowanie się odkształceń i naprężeń w belce zespolonej wywołane zespoleniem.

W tablicach 3.18, 3.19 i 3.20 zamieszczono wartości szerokości rozwarcia rys dla poszczególnych belek serii B.

Oznaczenie	Liczba rys	Rozwartości [x 0,01 mm]			
belki	n	Suma <b>S</b> w <sub>ki</sub>	Średnia w <sub>km</sub>	Maksymalna w <sub>k, max</sub>	
II N1	7	41	5,86	8	
II N2	8	50	6,25	8	
II N3	8	42	5,25	7	
	Średnia	44,3	5,79	7,67	

Tabl. 3.18. Szerokości rozwarcia rys F<sub>cr</sub> = 0,7 F<sub>u</sub> (25kN)

Tabl. 3.19. Szerokości rozwarcia rys F<sub>cr</sub> = 0,7 F<sub>u</sub> (30kN)

Ozna ozonia kallri	Liczba rys	czba rys Rozwartości [x 0,01 mm]				
Oznaczenie beiki	n	Suma <b>S</b> w <sub>ki</sub>	Średnia w <sub>km</sub>	Maksymalna w <sub>k, max</sub>		
II FRC/N1	5	38	7,6	9		
II FRC/N2	6	41	6,83	10		
II FRC/N3	5	42	8,4	9		
Śı	ednia wartość	40,33	7,61	9,33		

Tabl. 3.20. Szerokości rozwarcia rys F<sub>cr</sub> = 0,7 F<sub>u</sub> (35kN)

Ognaagania hallii	Liczba rys	Liczba rys Rozwartości [x 0,01 mm]				
Oznaczenie beiki	n	Suma <b>S</b> w <sub>ki</sub>	Średnia w <sub>km</sub>	Maksymalna w <sub>k, max</sub>		
II FRC1	7	41	5,85	10		
II FRC2	6	29	4,83	7		
II FRC3	6	30	5,0	8		
Śı	rednia wartość	33,3	5,93	8,33		

Analizę ilościową stopnia nasycenia rysami dla wybranych poziomów siły (w zakresie sumy szerokości rys) zestawiono w tablicy 3.21.

Relacja sumy szerokości rys w belkach Iloraz	F = 20	) [kN]	F = 25	[kN]	F = 30	[kN]	F = 35	[kN]
<u>Σw<sub>k</sub> Belki N</u> <u>Σw<sub>k</sub>Belki</u> FRC/N	<u>12,57</u> 9,93	1,26	<u>17,36</u> 14,16	1,22	<u>20,56</u> 18,68	1,10	<u>25,84</u> 21.72	1,19
<u>Σw<sub>k</sub> Belki N</u> Σw <sub>k</sub> Belki FRC	<u>12,57</u> 9,66	1,30	<u>17,36</u> 12,8	1,36	<u>20,56</u> 15,26	1,35	<u>25,84</u> 17,4	1,46
<u>ΣwkBelki FRC/N</u> <u>Σwk Belki</u> FRC	<u>9,93</u> 9,66	1,03	$\frac{14,16}{12,8}$	1,11	<u>18,68</u> 15,26	1,22	<u>21,72</u> 17,64	1,23

Tabl. 3.21. Analiza porównawcza sumy szerokości rys w belkach dla wybranych poziomów siły

Analizując dane zawarte w tabelach 3.18, 3.19, 3.20, stwierdzono, że przy obciążeniu 35 kN suma szerokości rys w belce zespolonej (w porównaniu z belką jednorodną serii N) jest o około 20% mniejsza, natomiast w porównaniu z belką jednorodną serii FRC jest większa o około 23%. Stwierdzono znaczącą różnicę szerokości rys belek serii N w porównaniu z belkami serii FRC – szerokości rys belki N są o około 46% większe niż w belce serii FRC.

Wyniki doświadczalne zawarte w tablicy 3.21 są potwierdzeniem większej efektywności w zakresie odkształcalności belek zespolonych z udziałem warstwy z fibrobetonu w porównaniu z belkami jednorodnymi z betonu zwykłego.

# 3.2.2.3. Wpływ warstwy fibrobetonu na nośność belek zespolonych i kontrolnych

Belki zespolone serii FRC/N oraz belki kontrolne serii N i FRC obciążane były aż do zniszczenia. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że mechanizm zniszczenia w belkach zespolonych nie wykazywał poślizgu między warstwą betonu zwykłego i fibrobetonu.

Nośności eksperymentalne na zginanie belek w poszczególnych seriach zestawiono w tablicy 3.22.

Serie belek	Siły niszczące [kN]	Średnia nośność eksperymentalna (moment niszczący) [kNm]
Kontrolna II FRC	48; 47; 47,5	9,33
Zespolona II FRC/N	42; 42; 42,5	8,28
Kontrolna II N	36; 36,5; 36	7,11

Tabl. 3.22. Nośności doświadczalne belek serii FRC, FRC/N I N

106

Przeprowadzona analiza porównawcza w zakresie nośności na zginanie belek zespolonych i kontrolnych przedstawiona została w tablicy 3.23. Analizy porównawczej dokonano za pomocą współczynnika efektywności m [108] według poniższej formuły (3.12):

$$m = \frac{F_{b,FRC(FRC/N)}}{F_{b,N}},$$
(3.12)

gdzie:  $F_{b,FRC(FRC/N)}$  – pomierzona siła niszcząca belki zespolonej FRC/N lub belki kontrolnej serii FRC,  $F_{b,N}$  – pomierzona siła niszcząca belki kontrolnej serii N.

Rodzaj belki	m
Kontrolna FRC	1,31
Zespolona FRC/N	1,16
Kontrolna N	1,00

Tabl. 3.23. Analiza porównawcza nośności belek na ich zginanie za pomocą współczynnika m[159]

Porównując nośności belek zespolonych z nośnością belek jednorodnych typu N, stwierdzono, że nośność belek zespolonych jest średnio o 16% większa, natomiast nośność belki zespolonej w porównaniu z belką jednorodną typu FRC jest o 14% mniejsza. Największą nośnością charakteryzowała się belka kontrolna jednorodna typu FRC.

Wyniki badań doświadczalnych (tabl. 3.22) potwierdzają również większą efektywność w zakresie nośności na zginanie belek zespolonych z warstwą fibrobetonu w porównaniu do belek jednorodnych.

# 3.2.3. Badania belek zespolonych i kontrolnych w skali naturalnej z nadbetonem BWW

Na podstawie monitorowania zarysowań badanych elementów stwierdzono, że pierwsze rysy prostopadłe rejestrowano w strefie czystego zginania przy obciążeniu  $P_{cr} = 10$  kN (dla belek BWW) i  $P_{cr} = 10$  kN (dla belek zespolonych z nadbetonem BWW). Przy wzroście obciążenia, w odróżnieniu od belek N, w belkach BWW rejestrowano większą liczbę rys prostopadłych. Należy podkreślić, że liczba rys i ich szerokość rozwarcia dla belek BWW i BWW/N (z nadbetonem BWW) praktycznie nie różniła się. Na rysunku 3.31 przedstawiono otrzymaną na podstawie badań doświadczalnych oraz obliczeń numerycznych zależność "moment zginający-ugięcie", na rysunku 3.32 – "moment zginający-krzywizna", a na rysunku 3.33 zmianę sztywności przy zginaniu podczas obciążenia.


**Rys. 3.31.** Wykres zależności moment zginający-ugięcie belek serii C: N – kontrolnych, BWW/N – zespolonych i BWW – kontrolnych z betonu wysokiej wytrzymałości



**Rys. 3.32.** Wykres zależności moment zginający-krzywizna dla wartości doświadczalnych belek serii C oraz wartości otrzymanych z obliczeń numerycznych: N – kontrolnych, BWW/N – zespolonych i BWW – kontrolnych z betonu wysokiej wytrzymałości, BETA – wartości z obliczeń numerycznych



**Rys. 3.33.** Wykres zależności moment zginający-sztywność wartości doświadczalnych belek serii C: N – kontrolnych, BWW/N – zespolonych i BWW – kontrolnych z betonu wysokiej wytrzymałości

W celu dokonania analizy wytężenia elementu rejestrowano przebieg rozwoju zarysowania postępującego w miarę wzrostu obciążeń oraz rozwierania się rys. Przebieg zarysowania obserwowano przy wybranych poziomach obciążenia. Rysy numerowano w kolejności ich powstawania. Pomiar szerokości rys obejmował strefę stałego momentu (na długości około 1m).

Analiza porównawcza stopnia morfologii rys polegała na wyznaczeniu sumy szerokości rys dla wybranych poziomów siły oraz wyznaczeniu średniej szerokości rysy. Rysy analizowano na środkowym odcinku czystego zginania o długości około 1m. Wyniki obliczeń średniej i sumarycznej szerokości rys w belkach w skali naturalnej zamieszczono w tablicy 3.24.

Siła	Kontrolna BWW		Zespolona	a BWW/N	Kontrolna N		
F [kN]	Średnia szerokość rys	Suma szerokości rys	Średnia szerokość rys	Suma szerokości rys	Średnia szerokość rys	Suma szerokości rys	
5	-	-	-	-	0,020	0,04	
10	0,010	0,04	0,010	0,01	0,029	0,29	
15	0,018	0,15	0,010	0,09	0,025	0,47	
20	0,024	0,39	0,021	0,23	0,026	0,55	
30	0,040	0,64	0,029	0,50	0,049	0,84	
40	0,052	0,78	0,050	0,61	0,067	1,08	
50	0,080	1,22	0,076	1,00	0,089	1,63	
60	0,093	1,39	0,118	1,42	0,126	1,89	
70	0,117	1,75	0,133	1,47	0,131	1,71	

Tabl. 3.24. Średnia i sumaryczna szerokość rys w belkach w skali naturalnej wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

Analizę ilościową stopnia nasycenia rysami (w zakresie sumy szerokości rys) zestawiono w tablicy 3.25.

Relacja sumy szerokości rys w belkach/ Iloraz	F = 30 [kN]		F = 40 [kN]		F = 50 [kN]		F = 60 [kN]	
<u>Σw<sub>k</sub> Belka N</u> <u>Σwk</u> BelkaBWW/N	$\frac{0.84}{0,50}$	1,68	<u>1,08</u> 0,61	1,77	$\frac{1,63}{1,00}$	1,63	<u>1,89</u> 1,42	1,33
<u>Σw<sub>k</sub> Belka N</u> Σw <sub>k</sub> Belka BWW	<u>0,84</u> 0,64	1,31	<u>1,08</u> 0,78	1,38	<u>1,63</u> 1,22	1,34	<u>1,89</u> 1,39	1,36
<u>Σw<sub>k</sub> Belka BWW</u> <u>Σw<sub>k</sub>BelkaBWW/N</u>	<u>0,64</u> 0,50	1,28	<u>0,78</u> 0,61	1,28	<u>1,22</u> 1,00	1,22	<u>1,39</u> 1,42	0,98

Tabl. 3.25. Analiza porównawcza sumy szerokości rys w belkach wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

Analizując wartości współczynników szerokości rozwarcia rys (tabl. 3.25) stwierdzono, że przy obciążeniu 50kN suma szerokości rys w belce zespolonej serii BWW/N w porównaniu z belką jednorodną serii N jest aż o 63% mniejsza, natomiast w porównaniu z belką jednorodną serii BWW – jest mniejsza o około 22%. Różnice te maleją wraz ze wzrostem obciążenia i tuż przed zniszczeniem są wyraźnie mniejsze.

Średnia szerokość rys na odcinku środkowym w belce zespolonej jest porównywalna ze średnią szerokością rys w belce kontrolnej serii N (przy sile 70kN różnice wynoszą zaledwie 1,5%). Średnia szerokość rys w belce zespolonej serii BWW/N jest przed zniszczeniem nieco większa niż w belce kontrolnej serii BWW (przy sile 70kN różnice wynoszą ok. 14%).

Na podstawie morfologii zarysowania w belkach stwierdzono większą efektywność w zakresie odkształcalności belek zespolonych z udziałem warstwy BWW w porównaniu z belkami jednorodnymi z betonu zwykłego serii N, a także z belkami serii BWW (tabl. 3.26).

Relacja średnich ugięć dla belek/Iloraz	F = 35  [kN]		F = 45  [kN]		F = 65 [kN]		<i>F</i> = 75 [kN]	
a <u>Belka BWW∕N</u> aBelka N	<u>6,419</u> 8,678	0,74	<u>8,450</u> 11,536	0,73	<u>12,592</u> 18,114	0,69	<u>15,098</u> 22,878	0,66
a <u>Belka BWW∕N</u> aBelka BWW	<u>6,419</u> 6,475	0,99	<u>8,450</u> 9,004	0,94	<u>12,592</u> 13,492	0,93	<u>15,098</u> 15,913	0,95

Tabl. 3.26. Analiza porównawcza średnich ugięć [mm] belek zespolonych serii BWW/N oraz kontrolnych serii BWW i N [148]

Zarejestrowane wartości ugięć (rys. 3.31) potwierdzają, że zespolenie betonu zwykłego i BWW w badanych elementach żelbetowych korzystnie wpływa na zmniejszenie ugięć (czyli wzrost sztywności elementu zespolonego) w porównaniu z elementami jednorodnymi, wykonanymi w całości z betonu zwykłego. Po zarysowaniu ugięcia belek zespolonych są mniejsze niż ugięcia jednorodnych belek kontrolnych z BWW.

Wyniki badań przedstawione na rysunku 3.33 i w tablicy 3.26 wskazują, że zespolone belki żelbetowe wykonane z udziałem warstwy BWW mają wyższą sztywność na zginanie pod obciążeniem krótkotrwałym w porównaniu ze sztywnością belek jednorodnych z betonu zwykłego. Ugięcia belki zespolonej są mniejsze o około 29% w porównaniu do ugięć belki wykonanej całkowicie z betonu zwykłego.

Ugięcia belek zespolonych sa mniejsze o ok. 5% w porównaniu z ugięciami belek kontrolnych serii BWW (wykonanych całkowicie z betonu wysokowartościowego).

W belkach zespolonych stwierdzono korzystny wpływ warstwy BWW na zmniejszenie ugięć.

Rozkład odkształceń na wysokości przekroju określonych numerycznie pokazano na rysunku 3.34.



Rys. 3.34. Rozkład odkształceń betonu na wysokości na podstawie obliczeń numerycznych

Analizując odkształcenia na wysokości przekroju w poszczególnych belkach dla danego poziomu siły, można zauważyć zmniejszenie wartości odkształceń betonu w strefie ściskanej belek zespolonych w porównaniu do belek jednorodnych wykonanych całkowicie z betonu zwykłego i wysokowartościowego. Potwierdzają to wcześniejsze wyniki badań doraźnych w zakresie maksymalnych odkształceń krawędziowych w strefie ściskanej. Wykresy te wyraźnie wskazują na korzystne efekty redukcji odkształceń betonu w belkach zespolonych w odniesieniu do belek kontrolnych serii N i BWW. Wyniki badań przedstawiają korzystną odkształcalność belek zespolonych z warstwą BWW w porównaniu z belkami kontrolnymi serii N, a także serii BWW.

Odkształcenia włókien belek zespolonych są mniejsze na całej wysokości przekroju. Efekty te są widoczne na wysokości strefy ściskanej belki zespolonej, która w danym przypadku ma nieco większy zasięg niż w belkach kontrolnych serii BWW.

#### 3.2.3.1. Wpływ warstwy BWW na nośność belek

W celu określenia wpływu warstwy BWW na nośność belek – belki obciążano aż do zniszczenia. Stwierdzono, że mechanizm zniszczenia belek zespolonych nie wykazywał poślizgu w styku między warstwą betonu zwykłego a BWW. Nośności eksperymentalne na zginanie poszczególnych serii belek zestawiono w tablicy 3.27, a analizę porównawczą nośności na zginanie w tablicy 3.28.

Serie belek	Siły niszczące F [kN]	Średnia nośność eksperymentalna (mo- ment niszczący) [kNm]		
Kontrolna BWW	93; 93; 95	46,05		
Zespolona BWW/N	97,7; 95; 95	47,37		
Kontrolna N	75,47; 73,3; 72,3	36,23		

Tabl. 3.27. Nośności doświadczalne belek w skali naturalnej [148]

Tabl. 3.28. Analiza porównawcza	a nośności na zginanie belek
---------------------------------	------------------------------

Relacja nośności na zginanie belek/ Iloraz	Iloraz wartości	Wskaźnik przyrostu nośności
<u>Belka BWW/N</u> Belka N	<u>47,37</u> 36,23	1,31
<u>Belka BWW</u> Belka N	<u>46,05</u> 36,23	1,27
<u>Belka BWW/N</u> Belka BWW	<u>47,37</u> 46,05	1,03

Analizując wyniki badań w zakresie nośności belek zespolonych w stosunku do nośności belek jednorodnych serii N, zauważamy, że nośność belek zespolonych jest średnio o 31% wyższa. Jednocześnie nośność belki zespolonej jest niewiele wyższa, tj. o około 3%, niż belek kontrolnych wykonanych całkowicie z BWW.

Wyniki badań w zakresie odkształcalności przedstawione w podrozdziale 3.2.3 i wyniki badań doświadczalnych potwierdzają większą efektywność w zakresie nośności na zginanie belek zespolonych z warstwą betonu wysokowartościowego w porównaniu do belek jednorodnych.

### 3.2.4. Badania belek pod obciążeniem długotrwałym

#### 3.2.4.1. Podstawy teoretyczne do obliczenia stanu naprężeniowo-odkształceniowego w przekroju zespolonym od zjawisk reologicznych

Podstawowym zagadnieniem przy projektowaniu i wykonywaniu konstrukcji zespolonych (warstwowych) z nadbetonu BWW jest ocena stanu naprężeniowo-odkształceniowego, który powstaje w przekrojach takich elementów w wyniku działania sił wymuszonych, pochodzących z rozwoju odkształceń skurczowych w warstwach elementu.

Należy podkreślić, że do tego czasu opracowano dość rozwiniętą grupę modeli obliczeniowych, i to głównie dla przypadków ogólnych. Dla modeli tych można zastosować następującą klasyfikację:

- 1. Modele uwzględniające pełną współpracę "nowego" betonu i "prefabrykowanej" konstrukcji bez uwzględnienia poślizgu występującego w styku podczas twardnienia betonu monolitycznego.
- Modele uwzględniające rozwój poślizgu i cechy sprężysto-plastyczne betonów. W jednym i drugim przypadku rozwiązania mogą być otrzymane z uwzględnieniem lub bez uwzględnienia relaksacji napreżeń rozciagających w wyniku rozwoju.

niem lub bez uwzględnienia relaksacji naprężeń rozciągających w wyniku rozwoju odkształceń plastycznych (pełzania). Wymienione modele szeroko przedstawiono w pracach [10,19,45,167] i innych. Wszystkie ostatnio opracowane modele bazują na pracy H. W. Birkenlanda [19], a podstawową hipotezą jest w nich zastosowanie tzw. "analogii sprężenia elementu" (*prestress analogy*) [12,15,192]. Według przedstawionej hipotezy siła wymuszona, która powstaje w wyniku różnicy odkształceń skurczowych w warstwach elementu, zastępuje się siłą sprężającą w moment, który jest przyłożony w środku ciężkości przekroju zespolonego.

Odkształcenia swobodne skurczowe nadbetonu i części prefabrykowanej, które powstają w wyniku zmian strukturalnych (skurcz powietrzno-suchy i skurcz autogeniczny), w przypadku konstrukcji warstwowej są ograniczone przez kolejne warstwy w wyniku połączenia, które występuje w styku dwóch betonów. Stopień ograniczenia odkształceń (i odpowiednio naprężeń) skurczowych może być wyrażony na podstawie [22] jako stosunek naprężeń faktycznych powstających przy dowolnym poziomie (stopniu) ograniczenia  $\sigma_{rest}$  i naprężeń, które hipotetycznie mogą powstać przy praktycznie całkowitym ograniczeniu odkształceń  $\sigma_{full}$  ( $\varepsilon_{rest} = 0$ ):

$$\mu = \frac{\sigma_{rest}}{\sigma_{full}}.$$
(3.13)



Rys. 3.35. Siły wewnętrzne działające w styku dwóch betonów wg [22]



Rys. 3.36. Przemieszczenia w płaszczyźnie styku w wyniku rozwoju odkształceń skurczowych wg [22]

Należy podkreślić, że w przypadku elementów belkowych i płytowych ograniczenie należy uwzględnić przy dwóch stopniach swobody: w kierunku podłużnych (jako sztywność osiowa) i w kierunku zginania (jako sztywność przy zginaniu).

W konstrukcji warstwowej odkształcenia skurczowe są ograniczone tylko częściowo, co prowadzi do obniżenia naprężeń rozwijających się w betonie na skutek skurczu. W przypadku ogólnym, przy założeniu współpracy warstw w styku (bez rozwarstwienia), rozwiązanie problemu może być sformułowane na podstawie prac [19,22,38,167].

Na rysunku 3.36 przedstawiono podstawowy schemat obliczeniowy belki wolnopodpartej, dla której występuje różnica w odkształceniach skurczowych w kolejnych warstwach betonowych, z których składa się element.



**Rys. 3.37.** Schemat obliczeniowy do określenia stanu naprężeniowo-odkształceniowego belki zespolonej na podstawie modelu "presstress analogy" wg [22]

Na rysunku 3.37 dla belki statycznie wyznaczalnej zastosowano następujące oznaczenia:

 $\sigma_{2,1}$ ,  $\sigma_{2,2}$  – naprężenia rozciągające w warstwie nadbetonu,

y<sub>c,c</sub> - środek ciężkości przekroju zespolonego,

h<sub>2</sub>, A<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, J<sub>2</sub> - odpowiednio charakterystyki geometryczne nadbetonu,

h1, A1, S1, J1 - charakterystyki geometryczne prefabrykatu.

W zaproponowanym w [22] algorytmie obliczeniowym zostały także przyjęte następujące współczynniki wspomagające (3.14):

$$n = h_2 / h_1; \ \alpha_c = E_{cm,2} / E_{cm,1}; \ z = A_2 / A_1; \ i = J_2 / J_1.$$
(3.14)

Przy obliczeniu stopnia ograniczenia przyjęto następujące założenia:

- w pierwszym przybliżeniu beton monolityczny i prefabrykowany pracują w stanie liniowo-sprężystym,
- współczynnik Poissona v=0 i przekrój części monolitycznej jest prostokątny, lecz część prefabrykowana może być dowolnej formy (dowolnego kształtu),
- hipoteza przekrojów płaskich (Bernoulliego) dla przekroju zespolonego (nie następuje rozwarstwienie w styku w wyniku oderwania warstw),
- zabezpieczona pełna przyczepność w styku pomiędzy warstwami,
- wykonane obliczenia mogą być zastosowane dla belek ze stosunkiem l/h >s (slender beams).

Dla belek sztywnych (l/h < 5) należy wprowadzić dodatkowe poprawki.

Zaproponowano autorską metodę obliczeń, polegającą na wyznaczeniu siły rozciągającej N<sub>sh,t</sub>, którą należy przyłożyć, żeby kompensować odkształcenia skurczu niezwiązanego (swobodnego)  $\varepsilon_{sh,f}$ . Siła rozciągająca N<sub>sh,t</sub> jest równoważona przez siłę ściskającą N<sub>sh,c</sub> i moment zginający M<sub>sh,c</sub> przyłożony w środku ciężkości przekroju zespolonego (rys. 3.36).

Stan naprężenia ocenia się według zasady superpozycji sił w przekroju zespolonym  $N_{\text{sh,t}},\,N_{\text{sh,c}},\,M_{\text{sh,c}}.$ 

W przypadku ogólnym, wg [22], stopień ograniczenia  $\mu$  może być przedstawiony wyrażeniem (3.15):

$$\mu = \frac{\sigma_{2,res}}{\sigma_{2,full}} = \frac{\sigma_{2,full} + \sigma_{N,2} + \sigma_{M,2}}{\sigma_{2,full}} = 1 - \mu_N - \mu_M, \qquad (3.15)$$

gdzie:  $\mu_N$  – stopień ograniczenia w kierunku sztywności osiowej, obliczany z zależności (3.16):

$$\mu_N = -\frac{\sigma_{N,2}}{\sigma_{2,full}} = \frac{\alpha_c A}{\alpha_c Z + 1} = \frac{1}{1 + 1/\alpha_c Z} = \frac{1}{1 + \frac{E_{cm,1}A_{c,1}}{E_{cm,2}A_{c,2}}},$$
(3.16)

oraz µ<sub>M</sub>- stopień ograniczenia przy zginaniu z zależności (3.17):

$$\mu_{M} = -\frac{\sigma_{M,2}}{\sigma_{2,full}} = \frac{N_{i}(y_{c,2}-y_{c,c})}{W_{2}} \cdot \frac{1}{E_{cm,2}\varepsilon_{sh,f,2}} = \frac{A_{2}(y_{c,2}-y_{c,c})[\alpha_{c}(h_{1}-y_{c,c})]}{I_{1}+A_{1}(y_{c,c}-y_{c,2})^{2}+\alpha_{c}(I_{2}+A_{2}(y_{c,2}-y_{c,c})^{2})}.$$
(3.17)

Wielkość  $W_2$  obliczamy ze wzoru (3.18), uwzględniającego środek ciężkości przekroju zespolonego:

$$W_{2} = \frac{I_{comp}}{y_{c,2}} = \frac{I_{1} + A_{1} (y_{c,c} - y_{c,2})^{2} + \alpha_{c} (I_{2} + A_{2} (y_{c,2} - y_{c,c})^{2}}{\alpha_{c} (h_{1} - y_{c,c})},$$
(3.18)

 $y_{c,c} = \frac{S_1 + \alpha_c S_2}{A_1 + \alpha_c A_2}$  – środek ciężkości przekroju zespolonego.

Współczynnik  $\mu_N$  charakteryzuje stopień ograniczenia osiowego, w zależności od sztywności osiowej, a współczynnik  $\mu_M$  – stopień ograniczenia przy zginaniu, w zależności od sztywności przy zginaniu. Należy podkreślić, że otrzymane rozwiązanie jest bliskie podejścia stosowanego według [22].

Graficzne przedstawienie wzoru (3.18) pokazano na rysunku 3.38.

Zgodnie z zaproponowanym autorskim algorytmem obliczeniowym wykonano obliczenia numeryczne.

W obliczeniach i analizach numerycznych zostały przyjęte następujące dane wejściowe: współczynnik sprężystości dla części "prefabrykowanej"  $E_{cm,1} = 25$  GPa, dla części "monolitycznej" z betonu wysokowartościowego ( $f_{cm} = 98$  MPa,  $E_{cm,2} = 44$  GPa); przekrój prostokątny z równą szerokością przekroju ( $b_2 = b_1$ ).

Na podstawie rysunku 3.37 można stwierdzić, że współczynnik charakteryzujący stopień ograniczenia osiowego  $\mu_N$  wzrasta wraz ze wzrostem grubości warstwy nabetonu  $h_2$ . Współczynnik  $\mu_M$ , charakteryzujący ograniczenie od zginania, na początku wzrasta wraz ze wzrostem grubości warstwy nadbetonu  $h_2$ , osiągając maksymalne wartości, następnie maleje praktycznie do zera (0) i kiedy środek ciężkości przekroju zespolonego znajduje się w nadbetonie (warstwie nadbetonu), przyjmuje wartość mniejszą niż zero (patrz rys. 3.38).



**Rys. 3.38.** Zależność współczynników  $\mu$ ,  $\mu_N$ ,  $\mu_M$  od stosunku n = h<sub>2</sub> / h<sub>1</sub>, przy  $\alpha_c$  = 2,0, b<sub>1</sub> = b<sub>2</sub>



**Rys. 3.39.** Zależność współczynnika ograniczenia ( $\mu$ =1–  $\mu$ <sub>N</sub> –  $\mu$ <sub>M</sub> od stosunku z = h<sub>2</sub> / h, przy różnych wartościach  $\alpha$ <sub>c</sub> = E<sub>cm,2</sub> / E<sub>cm,1</sub>, b<sub>1</sub> = b<sub>2</sub>

Należy podkreślić, że dla wybranych parametrów (n,  $\alpha_c$ ) wpływ ograniczenia globalnego jest znaczący przy  $n = h_2 / h_1$  mniejszym niż 0,3. Dla wartości n większych niż 0,3 ogólny stopień ograniczenia, wyrażony współczynnikiem  $\mu$ , jest stały i nie zmienia się w zakresie 0,5–0,6.

W pracy [167] przeprowadzono analizy dotyczące zmian globalnego współczynnika µ dla różnych materiałów i warunków brzegowych (patrz rys. 3.38).

Odkształcenia plastyczne (pełzanie młodego betonu) powodują relaksację naprężeń rozciągających w nadbetonie i obniżają ich wartość. W podejściu inżynierskim, sformułowanym z zastosowaniem współczynników sprężystości zastępczych wg [22],  $E^*_{cm,1} = E_{cm,1} / (1+\phi_1(t))$  i  $E^*_{cm,2} = E_{cm,2} / (1+\phi_2(t))$ , a podstawowe równania dla wyznaczenia naprężeń maksymalnych mogą być zapisane w przypadku ogólnym (3.19):

$$\sigma_{2,\max(t)} = \frac{\alpha_c^*(1-z)[\alpha_c^*(1-z)^2 + z^2(3+z)]}{\alpha_c^* + (\alpha_c^* - 1)(\alpha_c^*(1-z)^4 - z^4)} \cdot \frac{E_{cm,2(t)\varepsilon_{sh,f,2}}}{1 + \varphi_{2(t)}} = \mu \frac{E_{cm,2(t)\varepsilon_{sh(t)}}}{1 + \varphi_{2(t)}}.$$
 (3.19)

gdzie:

$$\alpha_{c}^{*} = \frac{E_{cm,1}^{*}}{E_{cm,2}^{*}} = \frac{E_{cm,2}/(1+\varphi_{1}(t))}{E_{cm,1}/(1+\varphi_{2}(t))} = \frac{E_{cm,1}(1+\varphi_{2}(t))}{E_{cm,2}(1+\varphi_{1}(t))} \approx 1+\varphi_{2}(t)$$

przy  $E_{cm,2} \approx E_{cm,1} i \phi_1(t) \approx 0.$ 

Przy sformułowaniu zagadnienia w ujęciu rozszerzonym, z uwzględnieniem rozwoju skurczu w czasie, a szczególnie w młodym betonie, naprężenia przy pełnym ograniczeniu mogą być przedstawione przy zastąpieniu procedury całkowania procedurą sumowania (wzór 3.20):

$$\sigma(t_{i+1}) = \sum_{j+1}^{i} \Delta \sigma_j(t_{i+1}) = \sum_{j+1}^{i} - \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_i + \Delta \varepsilon_i}{2} [R(t_{i+1}; t_{j-1}) + R(t_{i+1}; t_{j+1})].$$
(3.20)

We wzorze (3.20) współczynnik relaksacji R[t, t<sup>'</sup>] obliczamy wg [22] z zależności (3.21):

$$R[t,t'] = E_{cm}(t') \left[ 1 - \frac{\left[\frac{(t-t')}{d_1(t')^{dz}}\right]^p}{1 + \left[\frac{(t-t')}{d_1(t')^{dz}}\right]^p} \right].$$
(3.21)

 $E_{cm}(t)$  – współczynnik sprężystości betonu przy t dla betonu w młodym wieku (do 28 dni) obliczany jest wg [22] ze wzoru (3.22):

$$E_{cm}(t') = E_{cm,28} \left\{ \exp[s(1 - \sqrt{\frac{28}{t/t_1}})] \right\}^{0,5}.$$
 (3.22)

Parametry d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, p przyjmowane są z tablicy 3.29.

Tabl. 3.29. Wartości parametrów d1, d2, p wg [22]

beton d <sub>1</sub>		d2	р	
BWW	0,440	0,877	0,795	

W przypadku ogólnym naprężenia w nadbetonie przy odpowiednim stopniu ograniczenia moga być obliczone na podstawie zależności:

$$\sigma_{2,max}(t) = \sigma(t_{i+1})\,\mu,\tag{3.23}$$

gdzie:  $\sigma$  (t<sub>i+1</sub>) – maksymalne naprężenia kumulatywne w dowolnym czasie, obliczone wg wzoru (3.19).

W przypadku ogólnym odkształcenia wymuszone betonu od skurczu i temperatury mogą być zapisane dla dowolnego czasu:

$$\varepsilon_{x,sh,res}\left(t_{i+\frac{1}{2}}\right) = \sum_{j+1}^{i} [(\Delta\sigma_{x,c})_{j}J(t_{i+\frac{1}{2}},t_{j})] + \varepsilon_{sh,t}(t_{i+\frac{1}{2}},t_{\frac{1}{2}}), \quad (3.24)$$

gdzie:

– początek i koniec i-tych czasowego interwału,

 $\begin{aligned} & \overset{\circ}{t_{i+\frac{1}{2}}} \\ & \varepsilon_x \left( t_{i+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned}$ - odkształcenia w kierunku osi x w końcu i-tych czasowego interwału (odcinka),

$$(\Delta \sigma_{x,c})_j$$
 – przyrost naprężeń na j-tym czasowym odcinku,  
 $\varepsilon_{sh,t}(t_{i+\frac{1}{2}}, t_{\frac{1}{2}})$  – różnica odkształceń skurczowych wzdłuż osi od  $t_{1/2}$  do  $t_{i+1/2}$ .

Wartość  $J\left(t_{i+\frac{1}{2}}, t_{j}\right)$  obliczamy, korzystając z formuły (3.25):

$$J\left(t_{i+\frac{1}{2}}, t_{j}\right) = \frac{1}{E_{cm}(t_{j})} + \frac{\varphi(t_{i+1/2}, t_{i})}{E_{cm,28}}.$$
(3.25)

Wiek betonu z uwzględnieniem temperatury obliczamy wg [202] (3.26):

$$t = \sum_{i=1}^{h} \Delta t_i \exp[13,65 - \frac{4000}{273 + \frac{T(\Delta t_i)}{T_0}}].$$
 (3.26)

Różnica (przyrost) odkształceń na i-th i(i-1) – th (rys. 3.28), czasowym odcinku z zastosowaniem równań (3.27) i (3.28):

$$\left(\Delta\varepsilon_{x,c}\right)_{i} = \varepsilon_{x}\left(t_{i+\frac{1}{2}}\right) - \varepsilon_{x}\left(t_{(i-1)+\frac{1}{2}}\right) = \left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{i}J\left(t_{i+\frac{1}{2}},t_{i}\right) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{i}\left[\left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{j}\frac{\varphi(t_{i},t_{j})}{E_{cm,28}}\right] + \left(\Delta\varepsilon_{sh,f}\right)_{i},$$
(3.27)

$$\Delta\varphi(t_i, t_j) = \varphi\left(t_{i+\frac{1}{2}}, t_j\right) - \varphi\left(t_{(i-1)+\frac{1}{2}}, t_j\right).$$
(3.28)

Przy obliczeniu maksymalnych naprężeń w nadbetonie (przyjmując jako odkształcenia skurczowe,  $\Delta \varepsilon_{sh,f}$  jest różnicą pomiędzy skurczem swobodnym części prefabrykowanej i nadbetonu) przyjmuje się, że odkształcenia związane ( $\Delta \varepsilon_{x,c}$ )<sub>i</sub> = 0 (absolutnie sztywne ograniczenie) (wzór (3.29)):

$$\left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{i} \cdot J\left(t_{i+\frac{1}{2}}, t_{j}\right) \sum_{j=1}^{i} \left[\left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{j} \frac{\varphi(t_{i}, t_{j})}{E_{cm, 28}}\right] + \left(\Delta\varepsilon_{sh, f}\right)_{i} = 0.$$
(3.29)

Rozwiązując równanie względnie  $(\Delta \sigma_{x,c})_i$ , otrzymujemy przyrost naprężeń w betonie monolitycznym równy (wzór (3.30)):

$$\left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{i} = \frac{E_{cm}(t_{i})}{\frac{E_{cm}(t_{i})\varphi\left(t_{i+\frac{1}{2}},t_{i}\right)}{1+\frac{E_{cm,28}}{E_{cm,28}}}} \cdot \left\{ \left(\Delta\varepsilon_{x,c}\right)_{i} - \sum_{j=1}^{i} \left[ \left(\Delta\sigma_{x,c}\right)_{j} \frac{\varphi(t_{i},t_{j})}{E_{cm,28}} \right] - \left(\Delta\varepsilon_{sh,f}\right)_{i} \right\}.$$

$$(3.30)$$

Naprężenia na i-tym odcinku czasowym  $\sigma_{x,c}(t_i)$  obliczmy wg wzoru (3.31):

$$\sigma_{x,c}(t_i) = \sigma_{x,c}(t_{i-1}) + \left(\Delta \sigma_{x,c}\right)_i.$$
(3.31)

Współczynnik pełzania w przypadku betonu młodego wieku może być przyjęty na podstawie [201] w postaci (3.32):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \left[ \frac{\frac{t - t_0}{t_1}}{\beta_H + \frac{t - t_0}{t_1}} \right]^{0,3}, \qquad (3.32)$$

gdzie:

$$\begin{split} \varphi_0 &= 5,31 \left( \frac{E_{cm}(t_0)}{E_{cm,28}} - 1 \right)^2 + 1,11 ,\\ \left( \begin{array}{c} 0 \leq E_{cm}(t) / E_{cm,28} \leq 0,346 \\ \beta_H &= 1 * 10^{-6} \\ 0,346 \leq \frac{E_{cm}(t)}{E_{cm,28}} < 1 \\ \beta_H &= 40,5 \left( \frac{E_{cm}(t)}{E_{cm,28}} - 0,346 \right) + 0,485 \\ \end{array} \right). \end{split}$$

a) zależność rozwoju odkształceń skurczowych  $\Delta \varepsilon sh, f$ 





**Rys. 3.40.** Schemat do obliczeń naprężeń związanych skurczowych: a) zależność rozwoju odkształceń skurczowych Δε<sub>sh,f</sub>, b) naprężenia sprężyste, c) przyrost odkształceń sprężystych i pełzania w czasie

W pracach Baushausen i in. [15] przedstawiono wyniki badań belek zespolonych z uwzględnieniem relaksacji. Pokazano, że w wyniku rozwoju odkształceń plastycznych (relaksacji naprężeń w wyniku pełzania betonu) naprężenia w betonie monolitycznym wynoszą 40–50% w porównaniu do naprężeń obliczonych tylko z uwzględnieniem odkształceń sprężystych.

W wyniku różnicy odkształceń skurczowych w nadbetonie i części prefabrykowanej w styku powstają naprężenia ścinające. Wg [22] naprężenia ścinające koncentrują się na odcinkach końcowych styku długości około  $3h_2$  ( $h_2$ - wysokość nadbetonu) (rys. 3.41).



Rys. 3.41. Rozkład naprężeń ścinających w styku wg [22]

Dla naprężeń ścinających w styku  $\tau_{sh,i}$  w przypadku belki wolnopodpartej pokazanej na rysunku 3.41 przyjmując  $l_p = 3h_2$ , otrzymujemy:

$$\tau_{max,sh,j} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_{t,sh}}{bh_2}, \qquad (3.33)$$

gdzie: b – szerokość styku,  $N_{t,sh}$  – siła rozciągająca w nadbetonie; w przypadku ogólnym obliczamy ją jako (3.33 a):

$$N_{t,sh} = \int_0^{h_2} \sigma_{res}(z) b dz. \tag{3.33a}$$

W przypadku belki wolnopodpartej (rys. 3.41) maksymalne naprężenia ścinające można zapisać (z uwzględnieniem pełzania) (3.34):

$$\tau_{max,sh,j} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\alpha_c (1 + 4z + 6z^2 - 3z^3 + (\alpha_c - 1)(1 - z)^4)}{\alpha_c + (\alpha_c - 1)[\alpha_c(1 - z)^4 - z^4)} \cdot \frac{E_{cm,1}}{1 + \varphi_1(t)} \varepsilon_{sh,f} .$$
(3.34)

Wzór (3.35) może być zapisany z uwzględnieniem podatności styku (niepełna przyczepność) wg [39,168] w następującej postaci (rys. 3.36):

$$\tau_{sh,j}(x) = -\frac{\frac{\alpha_c z(1-z) \left[1-3 z(1-z)+(\alpha_c-1)(1-z)^3\right] E_{cm,1}}{\alpha_c + (\alpha_c-1) \left[\alpha_c(1-z)^4 - z^4\right] 1 + \varphi_1(t)} \varepsilon_{cs}h}{L} \lambda L \frac{\sinh \lambda x}{\cosh \lambda L/2}, \quad (3.35)$$

gdzie:



Rys. 3.42. Schemat do obliczenia naprężeń ścinających w styku

Współczynnik k jest tradycyjnie otrzymywany z zależności " $\tau - \delta$ " dla styku konstrukcji zespolonej. Współczynnik k może być również określony jako moduł sieczny z zależności " $\tau - \delta$ ", a sama zależność może być przedstawiona w postaci liniowej zależności (3.36):

$$\tau_{sh,i}(x) = \kappa_i \cdot \delta(x). \tag{3.36}$$

Obszerne badania pracy styku konstrukcji zespolonej "beton–beton" przedstawiono w publikacjach [69,70,71,80].

#### 3.2.4.2. Ugięcia długotrwałe belek

Dla przeprowadzonych badań doświadczalnych ugięć długotrwałych belek przeprowadzono ich analizę, a wyniki badań i obliczeń zamieszczono w tablicy 3.30. Zawiera ona dane dotyczące wartości doświadczalnych ugięć pod obciążeniem doraźnym i długotrwałym belki zespolonej i kontrolnej serii N. Wartości ugięć odniesiono do porównawczego poziomu siły obciążającej F = 37,8 kN w celu określenia różnic przyrostów ugięcia w czasie.

Tabl. 3.30. Procentowy przyrost ugięć długotrwałych	belki zespolonej w porównaniu z belką kontrolną wg B. Sa-
dowska-Buraczewska [148]	

Seria belek	Poziom siły F [kN]	Ugięcie doraźne <i>a<sub>k</sub></i> [mm]	Ugięcie długotrwale po 180 dniach ad <sup>180</sup> [mm]	Procentowy przyrost ugięć długotrwałych [%]
Kontrolna N	27.9	9,32	14,25	53
Zespolona BWW/N	57,8	6,72	9,08	35

Analizę przyrostu ugięć długotrwałych belki zespolonej w porównaniu z belką jednorodną z betonu zwykłego przedstawiono w tablicy 3.31.

Relacja ugięć długotrwałych dla belek/Iloraz	Ugięcie długotrwałe po 24 godz. ad <sup>24</sup> [mm]	Ugięcie długotrwałe po 80 dniach ad <sup>180</sup> [mm]	Różnica w ugięciach belki zespolonej i kontrolnej	
Belka BWW/N         6.85           Belka N         9,42		<u>9,08</u> 14,25	0,73	0,64

Tabl. 3.31. Analiza porównawcza w zakresie ugięć długotrwałych wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

#### 3.2.4.3. Odkształcenia długotrwałe betonu

Odkształcenia betonu na górnej powierzchni belek mierzone były za pomocą tensometrów elektrooporowych RL 300/50 o bazie 50 mm i rejestrowane poprzez system telemetryczny [148]. Wartości odkształceń określano jako średnią z dwóch pomiarów. Wyniki pomiarów wartości odkształceń na górnej powierzchni belek zestawiono w tablicy 3.32, określając przyrosty procentowe odkształceń po 180 dniach trwania eksperymentu.

**Tabl. 3.32.** Procentowy przyrost odkształceń betonu belki zespolonej w porównaniu z belką kontrolną wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

Seria belek	Poziom siły F [kN]	Odkształce- nia doraźne ε <sub>c</sub> [‰]	Odkształcenia długotrwałe po 180 dniach ε <sub>c,d</sub> <sup>180</sup> [‰]	Procentowy przyrost odkształceń w czasie [%]
Kontrolna N	27.0	0,926	1,890	104
Zespolona BWW/N	57,8	0,504	0,941	87

Tabl. 3.33. Analiza porównawcza w zakresie odkształceń długotrwałych betonu w strefie ściskanej wg B. Sadowska-Buraczewska [148]

Relacja odkształceń długotrwałych /Iloraz	Odkształcenia doraźne ε <sub>c</sub> [‰]	Odkształcenia długotrwałe po 180 dniach ε <sub>c.d</sub> <sup>180</sup> [‰]	Różnica odkształceń belki zespolonej i kontrolnej		
<u>Belka BWW/N</u> Belka N	<u>0,504</u> 0,926	<u>0,941</u> 1,890	0,54	0,50	

Przyrost odkształceń betonu belki zespolonej wzrósł w czasie 180 dni o około 87%, natomiast odkształcenia betonu belki kontrolnej serii N aż o 104%.

Badania długotrwałe belki zespolonej i kontrolnej serii N wykazały korzystny wpływ efektów reologicznych na ugięcia i odkształcenia betonu w belkach zespolonych z warstwą BWW w porównaniu z belką jednorodną serii N.

Wyniki eksperymentalne potwierdziły bardziej korzystne efekty odkształcalności długotrwałej belek zespolonych z warstwą BWW w porównaniu do belek jednorodnych serii N.

# Rozdział 4. Badania doświadczalne płyt zespolonych z udziałem betonów wysokowartościowych i fibrobetonów – badania własne

Dokonując przeglądu dostępnej autorowi literatury, stwierdzono, że prac badawczych z użyciem fibrobetonów jako warstwy wzmacniającej w zespolonych elementach płytowych jest bardzo niewiele [42, 43, 44, 160, 184], natomiast można odnaleźć kilka opracowań poświęconych badaniom i analizom płyt żelbetowych [13, 21, 48, 168]. Wiele jest natomiast prac poświęconych badaniom materiałów nowej generacji, np. betonów BWW czy FRC [8, 10, 11, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 34, 60, 61, 76, 77, 78, 91, 96, 113, 118, 129, 130, 131, 132, 133, 169, 170, 171, 179, 180, 181].

## 4.1. Przygotowanie elementów badawczych

Zbrojenie płyt stanowiła siatka zbrojeniowa z prętów  $\phi$  8 co 70, gatunku B500SP. W płycie zespolonej grubość warstwy fibrobetonu przyjęto jako 30 mm, tj. około 37% wysokości całkowitej płyty. Schemat zbrojenia przedstawia rysunek 4.1.

Do wykonania mieszanki betonowej z włóknem rozproszonym użyto cementu CEM I 52,5, piasku kwarcowego o średnicy 0,2–0,8 mm, mikrokrzemionki i superplastyfikatora oraz włókien stalowych długości 13 mm, średnicy 0,2 mm i wytrzymałości  $R_mmin = 2000N/m^2$  firmy Bekaert.



Rys. 4.1. Schemat zbrojenia płyt [160]

Uzyskane po 28 dniach dojrzewania podstawowe parametry betonów przedstawiono w tabeli 4.1.

Tabl. 4.1. Dane i właściwości k	betonów użytych do badań [160]
---------------------------------	--------------------------------

	Dane n	miesz a 1 m <sup>3</sup>	anki		Właś	ciwości zasto	sowany	ch betonów	
Betony	w/c	k/c	s/c	f <sub>cm,cube</sub> [MPa]	odchylenie standardowe	wskaźnik zmienności [%]	f <sub>ctm</sub> [MPa]	odchylenie standardowe	wskaźnik zmienności [%]
FRC	0,22	0,73	0,1	151,25	2,081	1,38	23,63	2,854	12,08
N	0,50	4,13	_	25,35	1,169	4,61	2,1	0,118	5,61

Wykonano 3 serie płyt FRC/N, N i BWW. Płyty wykonano po 3 sztuki w każdej serii.

Badano je wyłącznie pod obciążeniem doraźnym. Połączenie dwóch warstw betonów wykonano, łącząc je po 1 dobie poprzez przygotowanie podłoża (zrowkowanie) i jego zwilżenie w warstwie betonu zwykłego.

## 4.2. Opis stanowiska badawczego i zakresu badań

Płyty zespolone FRC/N oraz kontrolne N i BWW badano jako elementy wolnopodparte. Wymiary badanych elementów to: rozpiętość 1200 mm i szerokość 600 mm oraz grubość 80 mm. Obciążenie przykładano punktowo w środku płyty poprzez przekładkę o wymiarach 120 x 120 mm. Schemat obciążenia przedstawiono na rysunkach 4.2, 4.2a, 4.2b, 4.2c. Stanowisko badawcze płyt w maszynie wytrzymałościowej firmy CONTROLS, będącej na wyposażeniu Katedry Materiałów, Technologii i Organizacji Budownictwa Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Białostockiej, przedstawiono na rysunku 4.3.



Rys. 4.2. Schemat stanowiska badawczego i sposób obciążenia płyt zespolonych i kontrolnych: serii FRC/N, N i BWW



**Rys. 4.2a.** Schemat stanowiska badawczego i sposób obciążenia płyt zespolonych serii FRC/N (szary ciemny kolor obrazuje fibrobeton w górnej strefie)



Rys. 4.2b. Schemat stanowiska badawczego i sposób obciążenia płyt kontrolnych serii N



**Rys. 4.2c.** Schemat stanowiska badawczego i sposób obciążenia płyt kontrolnych serii BWW (kolor jasny szary obrazuje belkę jednorodną wykonaną z betonu o wysokiej wytrzymałości)

Maszyna wytrzymałościowa umożliwiała sterowanie szybkością przyrostu przemieszczenia, jak też rejestrację wartości siły oraz ugięć. Przed przystąpieniem do badań maszyna została odpowiednio skalibrowana i przygotowana. Czytelne obrazy pomiarów uzyskano na współpracującym z prasą monitorze komputera, który rejestrował cały przebieg badania. Płyty zespolone i kontrolne obciążano miejscowo. Obciążenie przekazywane było w środku elementu, poprzez centrycznie ustawioną płytkę stalową przy stałym wzroście obciążenia według zaleceń zawartych w [142]. Pomiaru ugięć dokonywano za pomocą czujnika przemieszczeń znajdującego się w maszynie i rejestrowano automatycznie w pamięci urządzenia. Na rysunku 4.3 pokazano stanowisko badawcze podczas obciążania oraz przykładowy odczyt.



Rys. 4.3. Stanowisko do badań i element poddany próbie obciążania oraz wybrany odczyt z komputera urządzenia

# 4.3. Analiza wyników badań doświadczalnych pod obciążeniem doraźnym

## 4.3.1. Wpływ warstwy fibrobetonu na ugięcia elementów

W tablicy 4.2 przedstawiono średnie wartości ugięć doraźnych płyt zespolonych i kontrolnych. Odczytów dokonywano co 5kN.

Siła	Średnie wartości ugięć a [mm]						
<i>F</i> [kN]	Zespolona FRC/N	Kontrolna BWW	Kontrolna N				
5	0,688	0,547	0,693				
10	1,364	0,965	1,427				
15	2,012	1,598	1,995				
20	2,656	2,291	2,895				
25	3,331	3,106	3,529				
30	3,996	3,957	4,708				
35	4,634	4,680	5,999				
40	5,399	5,577	7,398				
45	6,095	6,305	8,522				

Tabl. 4.2. Ugięcia średnie a [mm] płyt zespolonych serii FRC/N i kontrolnych serii BWW i N

Siła	Średnie wartości ugięć <i>a</i> [mm]						
<i>F</i> [kN]	Zespolona FRC/N	Kontrolna BWW	Kontrolna N				
50	6,861	7,200	9,728				
55	7,572	8,000	10,547				
60	8,345	8,927	12,784				
65	9,250	11,888	_				
70	10,249	16,445	_				
75	12,541	—	—				
80	20,949	_	_				

Zależność eksperymentalną siła-ugięcie płyt zespolonych i kontrolnych przedstawiono na rysunku 4.4.



Rys. 4.4. Wykres zależności siła F [kN]- ugięcie a [mm] dla serii FRC/N, N i BWW

Ocenę ilościową ugięć płyt zespolonych w porównaniu z płytami kontrolnymi z betonu wysokiej wytrzymałości i betonu zwykłego przedstawiono w tablicy 4.3.

Analizując wyniki badań w zakresie ugięć płyt żelbetowych, można zauważyć, że ugięcia płyt zespolonych w porównaniu z płytami kontrolnymi wykonanymi w całości z betonu zwykłego są średnio o około 20% mniejsze. W przypadku analizy porównawczej ugięć płyt z BWW z płytami kontrolnymi z betonu zwykłego stwierdzono, że ugięcia płyt serii BWW są mniejsze średnio o około 22%.

Relacja ugięcia dla płyt/Iloraz	F = 20 [kN]		F = 30 [kN]		<i>F</i> = 45 [kN]		F = 55 [kN]	
<u>a FRC/N</u> a N	<u>2,656</u> 2,895	0,92	<u>3,996</u> 4,708	0,85	<u>6,095</u> 8,522	0,72	<u>7,572</u> 10,547	0,72
<u>a BWW</u> a N	<u>2,291</u> 2,895	0,79	<u>3,957</u> 4,708	0,84	<u>6,305</u> 8,522	0,74	<u>8,000</u> 10,547	0,76
a FRC/N a BWW	<u>2,656</u> 2,291	1,16	<u>3,996</u> 3,957	1,01	<u>6,095</u> 6,305	0,97	<u>7,572</u> 8,000	0,95

Tabl. 4.3. Porównanie ilościowe ugięcia płyt zespolonych i kontrolnych dla wybranych poziomów siły

Natomiast ugięcia płyt zespolonych serii FRC/N były porównywalne z ugięciami płyt kontrolnych serii BWW. Można stwierdzić, że wzmocnienie poprzez użycie fibrobetonu w strefie górnej płyty zespolonej serii FRC/N dało korzystny efekt, czyli zmniejszenie ugięć i większą sztywność elementu w porównaniu z płytami serii BWW (kontrolnymi, wykonanymi w całości z betonu wysokiej wytrzymałości).

## 4.3.2. Analiza nośności na zginanie płyt zespolonych

Żelbetowe płyty obciążane były aż do zniszczenia. Mechanizm zniszczenia nie wykazywał poślizgu w styku między warstwą betonu zwykłego i fibrobetonu. Zniszczenie przebiegało tak jak w elementach jednorodnych.



Rys. 4.5. Zniszczenie badanego zespolonego elementu serii FRC/N wskutek wyczerpania nośności

Na rysunku 4.5 widoczny jest układ rys tuż po zniszczeniu płyty zespolonej. Układ rys pozwala stwierdzić, że zniszczenie przebiegało bez poślizgu w warstwie kontaktowej. Warstwa ta spełniła swoje zadanie i uniemożliwiła rozwarstwienie oraz poślizg.

Doświadczalnie określone średnie nośności płyt zestawiono w tablicy 4.4.

Serie/typy	Średnia nośność na zginanie				
płyt	Średnia siła niszcząca [kN]	Współczynnik przyrostu nośności			
Kontrolna BWW	69,66	1,14			
Zespolona FRC/N	78,12	1,27			
Kontrolna N	61,29	1,00			

Tabl. 4.4. Analiza w zakresie średnich sił niszczących płyt zespolonych w porównaniu z płytami jednorodnymi

Z porównania nośności poszczególnych serii płyt wynika, że średni przyrost nośności płyt zespolonych serii FRC/N wyniósł 27% w stosunku do płyt serii N. Natomiast przyrost nośności płyt serii BWW, w porównaniu z płytami jednorodnymi z betonu zwykłego, wyniósł jedynie 14%, czyli był on mniejszy niż dla płyt zespolonych.

#### 4.3.3. Rysy w płytach zespolonych i kontrolnych

Obrazy rozwoju rys sporządzono na podstawie dokumentacji fotograficznej. Na rysunkach 4.6–4.11 przedstawiono rysy w płytach zespolonych serii FRC/N i kontrolnych serii BWW oraz N. Dokumentację stanu zarysowaniu po zniszczeniu elementów badawczych pokazano na rysunkach 4.6–4.11.

Analizując rozwój rys na podstawie poniższych zdjęć, stwierdzono, iż na powierzchni płyty zespolonej widać główne rysy po szerokości płyty i wiele mniejszych na całej powierzchni, ale bez widocznego poślizgu pomiędzy dwoma betonami. Warstwa fibrobetonu, pomimo utraty wytrzymałości warstwy dolnej wykonanej z betonu zwykłego, spełniała rolę wzmacniającą, co spowodowało mniejszą szerokość rys, mniejsze ugięcia i wyższą nośność w porównaniu z płytami kontrolnymi wykonanymi w całości z betonu zwykłego. Zauważono porównywalny obraz zarysowania płyt kontrolnych z BWW w porównaniu z serią N, ale szerokość rys i sposób zniszczenia korzystniejszy był dla płyt serii BWW.

Rysy widoczne na fotografiach poniżej obrazują stan zarysowania płyt dla 3 badanych serii: BWW, FRC/N i N po zniszczeniu. Podczas eksperymentu pierwsze rysy we wszystkich płytach pojawiały się w środku rozpiętości elementu. W przypadku serii FRC/N pierwsza rysa pojawiła się przy sile 17 kN, w BWW przy 15 kN, natomiast pierwsza rysa w płytach serii N widoczna była już przy sile 10 kN. Wraz ze wzrostem obciążenia na badanych elementach pojawiały się rysy prostopadłe na całej szerokości. Pomimo tego, iż obserwowana ilość rys w kierunku prostopadłym w płytach zespolonych (patrz rys. 4.6–4.8) była większa niż w płytach kontrolnych serii N (patrz rys. 4.11), to jednak ich szerokość była zdecydowanie mniejsza. Podczas badania tylko jedna rysa w płytach serii N ciągle powiększała swoją szerokość, natomiast w płytach zespolonych serii FRC/N (rys 4.6–4.8) stwierdzono promieniście biegnące drobne rysy i przenikającą rysę w środku rozpiętości warstwy fibrobetonu bez widocznego poślizgu. Badanie prowadzono do momentu, aż włókna strefy ściskanej betonu uległy zniszczeniu.



Rys. 4.6. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 1 po zniszczeniu (widok z góry)



**Rys. 4.6a.** Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 1 po zniszczeniu (widok z boku). Połączenie dwóch warstw w płycie zespolonej: FRC – fibrobeton, N – beton zwykły



Rys. 4.7. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 2 po zniszczeniu (widok z góry)



**Rys. 4.7a.** Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 2 po zniszczeniu (widok z boku). Połączenie dwóch warstw w płycie zespolonej: FRC – fibrobeton, N – beton zwykły



Rys. 4.8. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 3 po zniszczeniu (widok z góry)



**Rys. 4.8a.** Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej FRC/N 3 po zniszczeniu (widok z boku). Połączenie dwóch warstw w płycie zespolonej: FRC – fibrobeton, N – beton zwykły



Rys. 4.9. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej BWW 1 po zniszczeniu (widok z góry)



Rys. 4.9a. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej BWW 1 po zniszczeniu (widok z boku)



Rys. 4.10. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej BWW 2 po zniszczeniu (widok z góry.



Rys. 4.10a. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej BWW 2 po zniszczeniu (widok z boku)



Rys. 4.11. Dokumentacja zarysowania płyty zespolonej N 1, N 2 i N 3 po zniszczeniu (widok z góry)

Z obserwacji rozwoju rys wynika, że nastąpił korzystny wpływ warstwy FRC na ich rozwój w płytach zespolonych i charakter zniszczenia badanych elementów. Zastosowanie warstwy betonu ze stalowym włóknem rozproszonym w strefie ściskanej spowodowało zwiększenie nośności i zmniejszenie ugięć w płytach zespolonych w porównaniu z płytami kontrolnymi oraz łagodne, kontrolowane zniszczenie.

Powyższe wyniki są kolejnym potwierdzeniem większej efektywności w zakresie odkształcalności płyt zespolonych z udziałem warstwy z fibrobetonu w porównaniu z belkami jednorodnymi z betonu zwykłego, jak i jednorodnymi z BWW.

## Podsumowanie i wnioski końcowe

Współczesne wymagania w zakresie wzmacniania obiektów budowlanych spowodowały, że w wielu krajach podjęto badania w celu stworzenia i wdrożenia w praktyce inżynierskiej nowych metod umożliwiających szybkie i efektywne wzmacnianie konstrukcji nośnej. Wynikiem tych działań jest wiele nowych rozwiązań technologiczno-materiałowych, które zostały z powodzeniem wdrożone.

Główną barierą w powszechnym stosowaniu nowoczesnych rozwiązań technologiczno-materiałowych w konstrukcjach zespolonych jest jeszcze dość wysoki koszt ich wytworzenia, w tym głównie cen niekonwencjonalnego materiału. Jednakże wraz z rozpowszechnianiem się w projektach budowlanych procedur decyzyjnych, opartych na analizach LCA (*life cycle analysis* – analiza cyklu życia), zaawansowane technologicznie rozwiązania materiałowe będą zdobywały coraz szerszy rynek. Zalety nowych materiałów oraz wytworzonych z nich elementów konstrukcyjnych stają się na tyle przekonujące, że każde badania ich właściwości fizycznych, mechanicznych oraz każda analiza techniczno-ekonomiczna stają się ważne i zasadne w aspekcie cyklu życia obiektu budowlanego. Wśród nich, jak wykazały przeprowadzone przez autorkę badania doświadczalne i analizy porównawcze, konstrukcje zespolone stają się bardzo dobrą alternatywą.

Ogólnym celem rozprawy było rozwinięcie zagadnień związanych z pracą statyczną konstrukcji warstwowych pod obciążeniem doraźnym oraz długotrwałym.

Wykonane przez autorkę analizy, badania, obliczenia i porównania pozwoliły na kompleksową realizację głównego celu pracy poprzez spełnienie jej celów szczegółowych, postawionych we wstępie niniejszej monografii. Odnosząc się bezpośrednio do tych celów, w punktach przedstawiono podsumowanie i wnioski końcowe, sformułowane na podstawie najważniejszych wyników pracy:

- Dokonano przeglądu metodologii projektowania i obliczania konstrukcji warstwowych przy sprawdzaniu w sposób ciągły warunków stanów granicznych nośności i użytkowalności.
- Opracowano autorski model obliczeniowy uwzględniający podatność styku na podstawie zależności "bond-slip". Zaproponowany model obliczeniowy dotyczy wydzielonego przekroju w bloku, pomiędzy sąsiednimi rysami prostopadłymi.

- 3. Badania doświadczalne warstwowych żelbetowych elementów belkowych potwierdziły założenia teoretyczne sformułowane w modelu obliczeniowym dla konstrukcji warstwowych oraz pozwoliły na weryfikację modelu.
- 4. Wyniki badań doświadczalnych dotyczące odkształceń betonu na ściskanej krawędzi przekroju modelowych belek warstwowych z nadbetonem z BWW przy odpowiednich poziomach obciążenia wykazywały, że są one znacznie mniejsze niż w belkach kontrolnych (jednorodnych pełnych). Odkształcenia betonu w belkach warstwowych są średnio o około 55% mniejsze w porównaniu z odkształceniami w belce jednorodnej.
- 5. Badania i analizy w zakresie ugięć modelowych belek warstwowych z nadbetonem BWW wykazały mniejsze ugięcia, a tym samym mają wyższą sztywność na zginanie pod obciążeniem doraźnym niż belki kontrolne, jednorodne. Ugięcia warstwowych belek są średnio o około 30% mniejsze w porównaniu do belek wykonanych całkowicie z betonu zwykłego.
- 6. Nośność belek warstwowych z nadbetonem BWW jest większa od 6% do 12% od nośności belki kontrolnej jednorodnej wykonanej całkowicie z betonu zwykłego. Przypuszczać można, że różnice nośności dla belek w skali naturalnej byłyby większe.
- 7. Badania belek warstwowych z nadbetonem z fibrobetonu w zakresie odkształceń betonu w strefie ściskanej wykazały, że wartości odkształceń są mniejsze blisko od 27% do około 34% w porównaniu z odkształceniami belek kontrolnych jednorodnych wykonanych w całości z betonu zwykłego.
- 8. Analiza wyników badań doświadczalnych w zakresie ugięć wskazuje, że warstwowe belki żelbetowe wykonane z nadbetonem z fibrobetonu mają mniejsze ugięcia, średnio o około 20%, w porównaniu do belek kontrolnych jednorodnych wykonanych z betonu zwykłego.
- Suma szerokości rozwarcia rys w belce warstwowej z nadbetonem z fibrobetonu w porównaniu z belką jednorodną z betonu zwykłego jest średnio o około 20% mniejsza.
- Analiza wyników badań nośności belek warstwowych z nadbetonem z fibrobetonu w stosunku do nośności belek jednorodnych z betonu zwykłego okazała się średnio o około 16% większa.
- 11. Badania warstwowych belek w skali naturalnej z nadbetonem z BWW w zakresie ugięć wykazały, iż są one mniejsze średnio o około 29% w porównaniu z ugięciami belek kontrolnych wykonanych całkowicie z betonu zwykłego.
- 12. Odkształcenia betonu w strefie ściskanej przekroju belek warstwowych w skali naturalnej okazały się mniejsze w porównaniu z odkształceniami belek jedno-rodnych wykonanych całkowicie z betonu zwykłego.
- Wyniki badań nośności belek warstwowych w skali naturalnej wykazały, iż ich nośność jest o około 31% większa od nośności belek jednorodnych wykonanych całkowicie z betonu zwykłego.

- 14. Wykazano, że połączenie betonów w konstrukcji warstwowej w młodym wieku betonu pozwala na zmniejszenie (redukcję) naprężeń rozciągających, wynikających z różnic odkształceń skurczowych. Przy mniejszych różnicach sztywności osiowej przy zginaniu, wyrażonej przez moduł sprężystości, obserwuje się relaksację naprężeń rozciągających, co jest korzystne w przypadku konstrukcji warstwowych.
- 15. Wyniki badań w zakresie ugięć płyt żelbetowych wykazały, że ugięcia płyt zespolonych w porównaniu z ugięciami płyt kontrolnych wykonanych w całości z betonu zwykłego są średnio o około 20% mniejsze. W przypadku analizy porównawczej ugięć płyt jednorodnych z BWW i płyt kontrolnych z betonu zwykłego stwierdzono, że ugięcia płyt serii BWW są mniejsze średnio o około 22%.
- 16. Ugięcia żelbetowych płyt zespolonych z nadbetonem z fibrobetonu były porównywalne z ugięciami płyt kontrolnych serii BWW.
- 17. Średni przyrost nośności płyt zespolonych z nadbetonu z fibrobetonu wyniósł 27% w stosunku do płyt jednorodnych z betonu zwykłego. Natomiast przyrost nośności płyt kontrolnych całkowicie wykonanych z BWW, w porównaniu z płytami jednorodnymi z betonu zwykłego, wyniósł jedynie 14%.
- Z obserwacji rozwoju rys wynika, że nastąpił korzystny wpływ warstwy FRC na ich rozwój w płytach zespolonych i charakter zniszczenia badanych elementów.
- 19. Potwierdzeniem aktualności tematu jest otrzymany patent nr 218096 Prefabrykowany element żelbetowy [209] oraz licencja udzielona firmie Matpol sp. z o.o.

Poruszana problematyka pozostaje tematem aktualnym i generuje potrzebę dalszych badań konstrukcji warstwowych, a opracowany i zaproponowany model obliczeniowy oraz wyniki badań mogą być wdrożone do praktyki budowlanej.

## Bibliografia

- [1] Abeles P.W., Hajnal K: Static and fatigue tests on partially prestressed concrete constructions. American Concrete Institute Journal, t.51, s.361, 1954.
- [2] Aiello M.A., Ombres L.: Load-deflection analysis of FRP reinforced concrete flexural members. ASCE Compos Constr 2000, 4(4), 164–71.
- [3] Ajdukiewicz A., Kliszczewicz A.: Odkształcalność doraźna betonów wysokiej wytrzymałości. XLIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Poznań 1998, s. 7–20.
- [4] Ajdukiewicz A., Mames J.: Betonowe konstrukcje sprężone. Wydawnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001, s.510.
- [5] Ajdukiewicz A.: Konstrukcyjne betony cementowe nowych generacji. Inżynieria i Budownictwo nr 9/98, s. 496–502.
- [6] Alawdin P., Urbańska K.: Limit analysis of steel-concrete composite structures with slip / Civil and Environmental Engineering Reports, No. 7, University of Zielona Góra Press, Poland, 2011, s. 19–34.
- [7] Atrushi D.S.: "Tensile and compressive Creep of Early age concrete: testing and modelling. Doctoral Thesis, Trondheim, Norway, 2003.
- [8] Azam R., Soudki K.: Structural performance of shear-critical RC deep beams with corroded longitudinal steel reinforcement. Cement&Concrete Composites 34 (2012), 946–957.
- [9] Bae S., Bayrak O.: Stress block parameters for high-strength concrete members. ACI Structural Journal, 2003.
- [10] Banta T.: Horizontal shear transfer between ultra high performance concrete and ligthweigth concrete. Master of science in Civil Engineering, Virginia Polytechnic Institute State University, 2005.
- [11] Barros J., Cunha V., Ribeiro A., Antunes J.: Post cracking behavior of steel fibre reinforced concrete. Mater Struct 2005; 38: 47–56.
- [12] Bass R.A., Carraquillo R.L., Jirsa J.O.: Interface shear capacity of concrete surface used in strengthening structures. Report on a research project. Department of Civil Engineering, University of Texas, 1985.
- [13] Benzerzour M., Gagne R., Abriak N., Sebaibi N.: Experimental and numerical study of the structural and cracking behavior of an overlaid slab panel under cyclic flexural loading. Construction and Building Materials 52 (2014), 24–32.
- [14] Bernarder S., Embirg M.: Risk of cracking in massiv concrete structures – new development and experiences, Springenshmid, editor, F&SPON, pp. 355–374.
- [15] Beushausen H.: Long-term performance of bonded concrete overlays subjected to differential. PhD Thesis, University of Capetown, South Africa, 2005.
- [16] Bieniek M.: Obliczanie żelbetowych konstrukcji zespolonych. Archiwum Inżynierii Lądowej, t.IV, s.411–439, n r4,1958.
- [17] Biliński T.: Stopień współpracy dwóch zespolonych betonów. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. XIX, z.2, 1973.
- [18] Biliński T.: Uproszczona ocena wpływu zespolenia dwóch przekrojów betonowych na redystrybucję stanu naprężenia. Zeszyty Naukowe WSI w Zielonej Górze nr 85, 1988, s.7–23.
- [19] Birkenland H.W.: Differential shrinkage in composite beams. American Concrete Institute Journal, t.31, s.1123–1136, 1960.
- [20] Błaszczyński T., Marcinkowski K.: Współpraca elementów przekroju zespolonego jako funkcja dwóch zmiennych. XXVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1982.
- [21] Bonded Cement-Based Materials overlays for the Repair, the Lining or the Strengthening of slabs or Pavements. Star 193-RLS-Springer, 2011, pp.137.
- [22] Borosnyoi A., Balazs G.L.: Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. Structural Concrete, No. 2, 2005 (6).
- [23] Brandt A.M.: Cement Based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance. Taylor and Francis. London and New York 2009.
- [24] Brandt A.M.: Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering. Composite Structures 86 (2008), s. 3–9.
- [25] Brandt A.M.: Toughness of fibre reinforced cement based materials. Archives of Civil Engineering XLII (4), 1996.
- [26] Brandt A.M., Glinicki M.A., Potrzebowski J.: Application of FRC in construction of the underground railway system. Cement and Concrete Composites, Vol.18, No.5, 1996, 305–312.
- [27] Brandt A.M., Glinicki M.A.: Investigation of the flexural toughness of fibre reinforced composites (FRC). Archives of Civil Engineering, Vol. XLV, 3, 1999, pp. 399–426.
- [28] Brandt A.M.: Fibre reinforced cement-based (frc) composites after over 40 years of development in building and civil engineering. Composite Structures 86 (2008), pp. 3–9.
- [29] Brandt A.M.: Tughness of fibre reinforced cement based materials. Archives of Civil Engineering XLII (4), 1996.

- [30] Branson D.E., Ozell A.M.: A report on differentia shrinkage in composite prestressed concrete beams", P.C.J. Journal, s. 61–79, December 1959.
- [31] Budownictwo ogólne, t. 4, pod red. W. Buczkowskiego, Arkady 2009.
- [32] Burakiewicz A.: Fibre to matrix bond in SFRC. IFTR Report 42, Warszawa 1978.
- [33] Chondhary S., Bajaj R., Sharma K.K.: "Study of High Performance Concrete". Journal of civil Engineering and Environmental Technology. Vol. 1, N5, August, 2014, pp. 109–113.
- [34] Chunxiang Q., I. Patnaikumi.: Properites of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending. Cement and Concrete Composites, Vol. 21, Issue 1, 1999, pp.73–81.
- [35] Cwirzen A., Penttala V., Vornanen C.: Reactive powder based concretes: mechanical properties, durability and hybrid use with OPC. Cem Concr Res 2008; 38 (10): 1217–26.
- [36] Czarnecki L., Chmielewska B.: Uszkodzenia i naprawy posadzek przemysłowych. XXIII Ogólnopolska Konferencja WPPK "Naprawy i wzmocnienia konstrukcji budowlanych", t.I, Szczyrk 2008.
- [37] Czarnecki L., Łukowski P., Śliwiński J.: Materiałowe uwarunkowania awarii i napraw konstrukcji z betonu. XXV Konferencja Naukowo-Techniczna, Awarie Budowlane 201, Szczecin – Międzyzdroje.
- [38] Denari E., Sieferbrand J.: Structural behaviour of bonded concrete overlays in Proceedings International RILEM Workshop on bonded Concrete Overlays, June 7–8, 2004, Stockholm, Sweeden RILEM PRO 43, 2004.
- [39] Dhonde H.B., Mo Y.L., Hsu T.T.C., Vogel J.: Fresh and Hardened Properties of Self-Consolidating Fiber-Reinforced concrete. ACI Materials Journal, Vol. 104, No. 5, September-October 2007.
- [40] Dimitriadou O., Kotsoglou V., Thermou G., Savva A., Pantazopoulou S.: "Experimental study of concrete interfaces in sliding shear". Tech. Chron. Sci. J. TCG, No 2–3:123–136, 2005.
- [41] Domański T., Czkwianianc A.: Wpływ zbrojenia rozproszonego na parametry mechaniczne betonu. Przegląd Budowlany 6 (2006).
- [42] Dristos S., Pilakoutas K.: "Strengthening of RC elements by new concrete layers". European Seismic Design Parctice. Proceedings of the 5<sup>th</sup> SECED Conference, Chester, 611–617, 1995.
- [43] Dristos S., Vandoros C., Agelopoulos G., Antonogiannaki E., Tzana M.: "Shear transfer mechanism at interface between old and new concrete". Proceedings of the 12<sup>th</sup> Greek Conference on concrete, Nicosia, Cyprus, 200–213, 1996.
- [44] Dristos S.: "Strengthening of RC beams by new cement based layers". Proceedings of the International Conference:Concrete Repair Rehabilitation and Protection, Dundee, Scotland, 515–526, 1996.

- [45] Dritsos S.: Ultimate strength of flexurally strengthened RC members. Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Conference of Earthquake Engineering, Vienna 1994, pp.1637–1642.
- [46] Evans R., Kong F.: The extansibility and microcracking of the insitu concrete in composite prestressed concrete beams. Structural Engineering, no. 6, 1974, vol. 42.
- [47] Evans R., Parker A.S.: Behaviour of prestressed Concrete Composite Beams, American Concrete Institute Journal, t.51, s. 861–878, 1955.
- [48] Fairbairn E.M.R., Toledo Filho R.D., Formagini S., Rosa J.I., Battista R.C.: Experimental analysis and modelling of ultra high performance fiber reinforced concrete plates. International RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cementitious Composites in Structural Applications, 2006, pp. 295–302.
- [49] Furlan S. Jr, Bento de Hanai J.: Shear behaviour of fibre reinforced concrete beams. Cement and Concrete Composites, Volume 19, Issue 4, 1997, pp. 359–366.
- [50] Garas VY., Kahn LF., Kurtis KE.: Short-term tensile creep and shrinkage of ultra-high performance concrete. Cem Concr Compos 2009: 31(3): 147–52.
- [51] Glinicki A.M., Litorowicz A., Zieliński M.: Badanie odporności fibrobetonów na pękanie przy zginaniu. Materiały Budowlane 3 (2002), 74–76.
- [52] Glinicki M.A.: Beton ze zbrojeniem strukturalnym. XXV Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji, Szczyrk, 10–13 marca 2010.
- [53] Glinicki M.A.: Ocena i projektowanie fibrobetonów na podstawie wytrzymałości równoważnej. Drogi i Mosty nr 3, 5–36.
- [54] Glinicki M.A.: Testing of macro-fibre reinforced concrete for industrial floors. Cement, Wapno, Beton, vol.4, 2008, pp.184–195.
- [55] Glodkowska W., Kobaka J.: Modelling of properties and distribution of steel fibres within a fine aggregate concrete. Construction and Building Materials 44 (2013) pp. 645–653.
- [56] Glodkowska W., Laskowska-Bury J.: Fiber composite based waste sand as a material for the production of industrial floors. Materialy Budowlane 2015.
- [57] Głodkowska W., Garbacz A.: Zagadnienie kompatybilności materiałowej w naprawach i wzmacnianiu konstrukcji betonowych. Inżynieria i Budownictwo 1/2012, s. 13–17.
- [58] Głodkowska W., Kobaka J.: The model of brittle matrix composites for distribution of steel fibers. Journal of Civil Engineering and Management, Vol. 18, Issue 1, 2012, 145–150.
- [59] Grabias M.: Wpływ betonu ekspansywnego na nośność strefy przypodporowej żelbetowych belek zespolonych. VI Konferencja Naukowa "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra 2002.

- [60] Granju J.L., Chausson H.: Fiber reinforced thin bonded overlays: the mechanism of their debonding in relation with their cracking. Concrete Repair, Rehabilitation and Protection, edited by R.K. Dhir and M.R. Jones, E&FN Spon, 583–590, London 1996.
- [61] Graybeal B., Davis M.: Cylinder or cube: strength testing of 80 to 200MPa (116 to 29ksi) Ultra-High-Performance-Fiber-Reinforced concrete. ACI Material Journal 2008; 105 (6), 603–609.
- [62] Grzegorzewski W.: Badania nad zespoleniem dwóch różnych betonów i warunki tworzenia się rys, Inżynieria i Budownictwa nr 12, 1957.
- [63] Grzegorzewski W.: Betonowy most drogowy zbrojony deskami sprężonymi, Inżynieria i Budownictwa nr 3, 1954.
- [64] Grzegorzewski W.: Żelbetowe konstrukcje z wkładkami sprężonymi. Inżynieria i Budownictwo nr 10, 1953.
- [65] Grzybowski M., Shah S.P.: Shrinkage cracking of fiber reinforced concrete. ACI Materials Journal 87 (2) (1990), 138–148.
- [66] Habel K., Denarie E., Bruhwiler E.: Experimental investigation of composite ultra-high-performance fiber-reinforced concrete and conventional concrete members. ACI Structural Journal, 104 (1), pp. 10–20, 2007.
- [67] Habel K.: "Structural behaviour of elements combining ultra-high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC) and reinforced concrete". Thesis Doctoral N°3036, 2014, Lausanne, pp. 222.
- [68] Habel K.: Structural behaviour of elements combining ultra-high performance fibre concrete (UHP FRC) and reinforced concrete. Doctoral Thesis, N 3036, Ecole Polytechique Federale de Lausamne, Switzerland, 2006.
- [69] Halicka A., Franczak D.: Rozwój przyczepności między dwoma betonami w czasie twardnienia betonu. Budownictwo i Architektura 5 (2009), 5–16.
- [70] Halicka A.: Studium stanu naprężeń i odkształceń w płaszczyźnie styku i strefie przypodporowej elementów zespolonych z udziałem betonów skurczowych i ekspansywnych. Monografia. Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007.
- [71] Halicka A.: Wpływ czynników kształtujących nośność styku na pracę statyczną żelbetowych belek zespolonych. Konstrukcje Zespolone, t. VII.
- [72] Halicka A.: Podatność styku w żelbetowych elementach zespolonych. Przegląd Budowlany R.77, nr 10, s. 29–33.
- [73] Hannant DJ.: Fibre Cements and Fibre Concretes, J.Wiley, Chichester 1978.
- [74] Hanson N.: "Precast-prestressed concrete bridges. Horizontal shear connections". Journal of the PCA Research and Development Laboratories, 2 (2): 8– 58, 1960.
- [75] Hanson N.W.: Precast Prestressed Concrete Bridges, cz. II, Horizontal Shear Connections, Portland Cement Association Skokie, Illinois, September 1959.

- [76] Hanzlova H., Vyborny J., Vodicka J.: Comparison of basic mechanical-physical properties and frost resistance of common fine-grained concrete and brickconcrete with fibers and without fibers. Proc. Int. Symp. Brittle Matrix Composites 8, 2006, pp.213–219.
- [77] Hilleborg A., Modeer M., Peterson P.E.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research 6(6) (1976), 773–781.
- [78] Holschemacher K., Muller T., Ribakov Y.: Effect of steel fibers on mechanical properties of high-strength concrete. Mater. Des. 31 (2010), 2604–2615.
- [79] Iqbal S., Ali A., Holschemacher K., Bier T.A.: Mechanical properties of steel fiber reinforced high strength lightweight self-compacting concrete (SHLSCC). Construction and Building Materials, 98 (2015), 325–333.
- [80] Jabłoński Ł., Halicka A.: Badania żelbetowych belek zespolonych o przekroju teowym z wariantowo usytuowanym stykiem. X Konferencja Naukowa "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra 26–27 czerwca 2014.
- [81] Jamroży Z.: Beton i jego technologia. PWN, Warszawa 2003.
- [82] Jamroży Z.: Betony ze zbrojeniem rozproszonym /co projektant konstrukcji wiedzieć powinien/. XVII Ogólnopolska Konferencja Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji, Ustroń 20–23 lutego 2002.
- [83] Jasiczak J., Mikołajczak P.: Technologia betonu modyfikowanego domieszkami i dodatkami. Politechnika Poznańska 2003.
- [84] Jasiczak J., Wdowska A., Rudnicki T.: Betony ultrawysokowartościowe. Właściwości, technologie, zastosowanie. Stowarzyszenie Producentów Cementu, Kraków 2008.
- [85] Kajfasz S.: Warunki współpracy dwóch betonów w ustroju zespolonym. Archiwum Inżynierii Lądowej t. VII, z. 3/1961, s. 433–446.
- [86] Kamińska E.M.: Odkształcalność betonu o wysokiej wytrzymałości w elementach zginanych. XLIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Poznań – Krynica 1998, s. 87–94.
- [87] Kang J., Park J., Lung W.: "Connection between concrete layers with different strength". Engineering, N°7, 2015, pp. 365–372.
- [88] Kanstad T.: "Non-linear analysis Considering time-dependent deformation and capacity of reinforced and prestressed concrete", Doctoral Thesis, NTH, Trondheim, Norway 1999, pp. 230.
- [89] Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W.: Mosty zespolone stalowo-betonowe. Zasady projektowania wg PN-EN 1994-2, WKŁ, Warszawa 2016.
- [90] Kaszyńska M.: BWW. Możliwości, cechy, zastosowania. XVII Ogólnopolska Konferencja "Warsztat pracy projektanta konstrukcji", Ustroń 2002.
- [91] Kaszyńska M.: Early age properties of high-strength/high-performance concrete. Cement & Concrete Composites 24 (2002), 253–261.

- [92] Kaufman S., Olszak W., Eimer Cz.: Budownictwo betonowe, t. III: Konstrukcje sprężone, Arkady, Warszawa 1965.
- [93] Khaltallah S.: Tension stiffening bond modelling of cracked flexural reinforced concrete beams. Journal of Civil Engineering and Management. September, 2016, pp. 131–137.
- [94] Kim DJ, El-Tawil S., Naaman AE: Correlation between single fiber pullout behavior and tensile response of FRC composites with high strength steel fiber.In: AE. Naaman, HW.Reinhardt, co-editors. Proceeding of fifth international symposium on high performance fiber reinforced cementitious composites, Mainz, Germany, 2007, pp. 67–76.
- [95] Kim DJ, El-Tawil S., Naaman AE: High tensile strength strain-hardening FRC composites with less than 2% fiber content. In: E. Fehling, M. Schmidt, S. Sturwald, co-editors. Proceeding of second international symposium on ultra high performance concrete, Germany, Kassel University, Germany 2008, pp. 169–176.
- [96] King D.: "The effect of silica fume on the properties of concrete as defined in concrete". Society Report 74, Cementitious materials – 37-th Conference on Ourworld's Concrete and Structures, 29–31 August, 2012.
- [97] Kozak R.: Strunożelbet, Inżynieria i Budownictwa 1952, nr 2, s. 51-57.
- [98] Król M., Grabias M.: Redystrybucja sił w słupach i ścianach wzmacnianych betonem ekspansywnym. Materiały IV Konferencji Naukowej "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra 1996, s. 193–200.
- [99] Król M., Halicka A., Tur V.: Konstrukcje zespolone z udziałem betonu zwykłego i ekspansywnego. Wydawnictwa Uczelniane, Politechnika Lubelska 1997.
- [100] Król M., Tur W.: O obliczaniu przekrojów zespolonych z nadbetonem z betonu ekspansywnego. Inżynieria i Budownictwo 3/2001.
- [101] Król M.: Badania przyczepności w styku betonu zwykłego i ekspansywnego. V Konferencja Naukowa "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra, 22–23 czerwca 1999.
- [102] Król M.: Naprawy i wzmocnienia konstrukcji budowlanych. Przegląd Budowlany 3/2009.
- [103] Król M.: Zaczyny i betony ekspansywne do napraw i wzmocnień konstrukcji z betonu. Materiały Konferencji Naukowej "Aktualne problemy ochrony budowli przed korozją", Kraków 1995.
- [104] Kubik J.: Mechnika konstrukcji warstwowych, Wyd. TiT, Opole 1993.
- [105] Kunieda M., Hussein M., Ueda N., Nakamura H.: Enhancement of crack distribution of UHP-SHCC under axial tension using steel reinforcement. Journal Advanced Concrete Technologies, 8(1), 2010, pp. 49–58.

- [106] Kwiecień A.: Uszkodzenia betonowych nawierzchni lotniskowych. XXIV Konferencja Naukowo-Techniczna, "Awarie budowlane", Szczecin – Międzyzdroje 2009.
- [107] Lapko A., Sadowska-Buraczewska B., Kowalczyk R.: Effects of strengthening of normal concrete beams by high strength concrete layer. Material Betao Estrutural, Portugalia, 2002, s.105–112.
- [108] Lapko A., Sadowska-Buraczewska B., Tomaszewicz A.: Experimental and numerical analysis of flexural composite beams with partial use of high strength/high performance concrete. Journal of Civil Engineering and Management, Vol. XI, No. 2, 115–120, 2005.
- [109] Lapko A., Sadowska-Buraczewska B.: Behaviour of composite RC beams with partial use of HSC. Keep concrete attractive, Proceedings of the FIB Symposium, Vol. 1. Ed. by G.L. Balazs, A. Borosnyoi. Hungarian Academy of Sciences Federation Internationale du Beton. Budapest University of Technology and Economics 2005, s. 280–285.
- [110] Lapko A., Sadowska-Buraczewska B.: Improvement of serviceability parameters of RC beams using high strength concrete. European symposium on Service Life and Serviceability of Concrete Structures ESCS 2006, Espoo Finland, pp. 365–370.
- [111] Lardy P.: Eisenbetonkonstruktionen mit eingebetteten vorgespannten elementen als armierung. Schweizerische Bauzeitung, t.123, s. 209–212, 1944.
- [112] Liu IST, Oehlers DJ, Seracino R.: Study of intermediate crack debonding in adhesively plated beams. ASCE Compos Constr 2007; 11 (2), pp. 175–183.
- [113] Lok T-S., Pei J.-S.: Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete. Journal of Materials in Civil Engineering – ASCE 10(2) (1998), 86–97.
- [114] Loov ER, Patnaik KA.: "Horizontal shear strength of composite concrete beams with a rough interface". PSI Journal, 48–69, 1994.
- [115] Łapko A., Jenssen B.: Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych, Arkady 2015.
- [116] Łapko A., Karwowska J.: Przydatność stosowania nowoczesnych kompozytów fibrobetonowych w konstrukcjach budowlanych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, vol.2, nr 1, 41–46.
- [117] Łapko A., Kowalczyk R.: Effect of concrete strain characteristics on flexural capacity of structural members made of High Strength Concrete. Journal of Relibility of Structures and Materials, University of Michigan 2004, s. 25–36.
- [118] Maage M.: Interaction between steel fibres and cement based matrices. Materials and Structures RILEM, 10(59) Sept-Oct, 297–301.
- [119] Mattock AH.: "Shear transfer under monotonic loading, across an interface between concrete cast at different times". Technical Report, Department of Civil Engineering, University of Washington, Report SM 76–3, 1976.

- [120] Meng B., Schiessl P.: The reaction of silica fume at early ages. In: Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Congress on the Chemistry of Cement. Sweden: Gothenburg, 1997 June 2–6.
- [121] Michaiłow O.V.: Recent research on the action of unstressed concrete in composite structures, Precast monolithic structures, Third Congress of the F.I.P., nr 7, Berlin 1958.
- [122] Michaiłow O.V.: Osobiennosti raboty sborno-monolitnych żelezobietonnych konstrukcji armirowanych predwaritielno napriażennymi elementami. Beton i Żelazobieton nr 5, 1959.
- [123] Mikoś J.: Technologia betonów wysokiej wytrzymałości. Przegląd Budowlany, 8–9/1992.
- [124] Mortinola G., Meda A., Plizzari G.A., Rinaldi Z.: Strengthening and repair of RC beams with fiber reinforced concrete. Cem. Concr. Compos. 32 (2010), 731–739.
- [125] Mostosi S., Meda A., Riva P., Maringoni S.: Shear strengthening of RC beams with high performance jacket. fib Symposium Pargue 2011, Proceedings.
- [126] Naaman AE., Reinhardt HW.: Characterization of high performance fiber reinforced cement composites. In: A.E. Naaman, H.W. Reinhardt, co-editors. Proceeding of second international symposium on high performance fiber reinforced cementitious composites; 1996, pp. 1–24.
- [127] Neville A.M.: Właściwości betonu. Wyd. czwarte, Polski Cement, Kraków 2000.
- [128] Noshiravani T., Bruhwiler E.: "Experimental investigation on reinforced ultra-high performance fibre-reinforced concrete composite beams subjected to combined bending and shear". ACI Structural Journal, Technical Paper, March-April, 2013, pp. 251–261.
- [129] Oehlers D.J., Muhamad R., Ali M.S. M.: Serviceability flexural ductility of FRP RC beams: A discrete rotation approach. Construction and building Materials 49 (2013), 974–984.
- [130] Oehlers D.J., Visintin P., Haskett M., Sebastian W.M.: Flexural ductility fundamental mechanisms governing all RC members in particular FRP RC. Construction and Building Materials 49 (2013), 985–997.
- [131] Park K., Paulino G.H., Roesler J.: Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete. Cement & Concrete Research 40 (2010), 956–965.
- [132] Park K., Paulino G.H., Roesler J.: Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete. Cement and Concrete Research, 2010, pp. 956–965.
- [133] Park S.H., Kim D.J., Ryu G.S., Koh K.T.: Tensile behavior of ultra high performance hybrid fiber reinforced concrete. Cement&Concrete Composites 34 (2012), 172–184.

- [134] Pauley T., Park R., Philips MH.: "Horizontal construction joints in castin-plane reinforced concrete". Special Publication SP-42, ACI, Shear in Reinforced Concrete, 2: 599–616, 1974.
- [135] Pereira E.B., Fischer G., Barros J.A.O.: Effect of hybrid fiber reinforcement on the cracking process in fiber reinforced cementitious composites. Cement & Concrete Composites 34 (2012), 1114–1123.
- [136] Racz E.G.: Żelazobetonnyje konstrukcji armirowannyje strunobetonnymi elementami, Beton i Żelazobeton nr 3, 1957, s. 77–86.
- [137] Ramakrishnan V.: Materials and properties of fibre reinforced concrete. Proc. Int.Symp. Fibre Reinforced Concrete, December 16–19 Madras, Oxford and IBH Publ. Co. New Dehli, 2.3–2.23.
- [138] Ren F., Mattus C.H., Wang J., DiPaolo B.: Effect of projectile impact and penetration on the phase composition and microstructure of high performance concretes. Cement&Concrete Composites 41 (2013), 1–8.
- [139] Revesz S.: Behaviour of Composite T-Beams with prestressed and Unprestressed Reinforcement, American Concrete Institute Journal, t.49, 1955, s. 585.
- [140] Revesz S.: "Ultimate Load of Compsite T-Beams", Civil Engineering, 1952, s.733.
- [141] Richard P., Cheyrezy M.: Composition of reactive powder concretes. Cem Concr Res 1995: 25(7): 1501–1511.
- [142] RILEM TC-119-TCE Avoidance of thermal cracking in concrete at early ages-TCE 3: testing of the cracking tendency of concrete at early ages using the cracking frame test. Materials and Structures, 30, 1997, pp. 461–464.
- [143] Romualdi JP., Batson GB.: Mechanics of crack arrest in concrete. American Society of Civil Engineers Proceedings, Journal of the Engineering Mechanics Division 89 (EM3) (1963), 147–168.
- [144] Ruhle H.: Die Ermittlung der zeitabhangigen Eigenspannungen in Verbundkonstruktionen aus Stahlbetonfertigteilen mit Ortbeton. Bauplanung-Bautechnik, nr 10, 1954, s. 420–432.
- [145] Ruhle H.: Ergebnisse von Dauerstand-und Bruchlastversuchen an vorgespannten Betnverbundbalken, II Internationaler Montagebau-Kongress 1957, Dresden.
- [146] Ruhle H.: "Vorgespannte betonverbundkonstructionen", Betonsteinzeitung, nr 12, 1959, s. 527–533.
- [147] Ruhle H.: Vorschlage fur bemessung und construction von betonverbundkonstructionen mit schlaffen oder vorgespannten bewechrung, Bauplanung-Bautechnik, 1958, s. 201–206, 224, 267–268.
- [148] Sadowska-Buraczewska B.: Nośność i odkształcalność żelbetowych belek zespolonych ukształtowanych warstwowo z udziałem betonów wysokowartościowych. Rozprawa doktorska 2005, Białystok.

- [149] Sadowska-Buraczewska B.: Nośność i odkształcalność żelbetowych belek zespolonych z udziałem BWW. Aktualne problemy naukowo-badawcze budownictwa. Red. E.Szafranko, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski 2006, s. 137–142.
- [150] Sadowska-Buraczewska B.: Zarysowanie i odkształcenia belek zespolonych z nadbetonem wykonanym z BWW. Problemy naukowo-badawcze budownictwa. LIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN I Komitetu Nauki PZITB, Krynica Zdrój 2007, t.2: Konstrukcje budowlane i inżynierskie pod red. M.Broniewicza i J.Prusiel, Wyd. PB, s. 157–164.
- [151] Sadowska-Buraczewska B.: Odkształcalność i nośność teowych belek zespolonych z użyciem BWW. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej. Budownictwo z. 31 (2007), s. 257–262.
- [152] Sadowska-Buraczewska B., Łapko A.: The concept of strengthening of compressive zone in rc beams using HPC-HSC. Modern building materials, structures and techniques. Ed. by J. Sikbniewski, P. Vainiunas, E.K. Zavadsakas, 9<sup>th</sup> international conference Vilnius "Technika" 2007, Vol. 2, s. 752–757.
- [153] Sadowska-Buraczewska B.: Zastosowanie warstwy BWW w żelbetowych elementach zginanych. Konstrukcje Zespolone t.8, red. nauk. T. Biliński, Zielona Góra 2008, s. 385–394.
- [154] Sadowska-Buraczewska B.: Zginane belki żelbetowe wzmacniane betonami nowej generacji. Konstrukcje zespolone T.9. red. Nauk. T. Biliński, Zielona Góra 2011, s. 267–274.
- [155] Sadowska-Buraczewska B.: Betony nowej generacji jako warstwa wzmacniająca belkowe elementy zginane. Budownictwo i Inżynieria Środowiska vol. 2, nr 3(2011), s. 389–392.
- [156] Sadowska-Buraczewska B.: Betony nowej generacji z włóknem rozproszonym z częściowym zastosowaniem w elementach konstrukcji. Energy-saving and ecological materials, installations and technology in construction, ed. by S. Fic. Wyd. PSW JPII, 2012, s. 142–149.
- [157] Sadowska-Buraczewska B., Pazik M.: Beton wysokiej wytrzymałości w elementach żelbetowych zespolonych. Budownictwo i Inżynieria Środowiska vol. 3, nr 2 (2012), s. 85–90.
- [158] Sadowska-Buraczewska B.: Betony BWW i z włóknem rozproszonym w konstrukcji. Przegląd Budowlany, 2013, nr 1, s. 32–34.
- [159] Sadowska-Buraczewska B.: Deflections and cracks in composite FRC beamsexperimental study. Brittle Matrix Composite 11: Proceedings of the Eleventh International Symposium on Brittle Matrix Composite: BMC-11. Ed. by A.M. Barndt, J. Olek, M.A. Glinicki, Ch.K.Y. Leung, J. Lis., Warszawa 2015, s. 469–477.

- [160] Sadowska-Buraczewska B.: Influence of SFRC layer on deflections and cracks of composite RC slab, Archives of Civil Engineering, Vol. LXII, ISSUE 3, 2016.
- [161] Sadowska-Buraczewska B., Pyszyńska H.: Wzmocnienie płyt warstwą betonu z włóknami stalowymi i polipropylenowymi. Materiały Budowlane 2016, nr 11, s. 96–97.
- [162] Saemann J., Washa G.: Horizontal shear connections between precast beams and cast-in-place slabs. Journal of the American Concrete Institute, 61–69: 1383–1409, 1964.
- [163] Saidi M., Vrontinos S., Douglas B.: Model for the response of reinforced concrete beams strengthened by concrete overlays. ACI Structural Journal, 87:687–695, 1990.
- [164] Samuely F.: Some recent experience in composite precast and in situ concreto constructions with particular reference to prestressing. Proceedings Institution of Civil Engineering, t.1, cz.II, Londyn 1952.
- [165] Sattler K.: Theorie der Verbundkonstruktionen. Wilhelm Ernstand Sohn, Berlin 1953.
- [166] Shah A.A., Ribakov Y.: Recent trends in steel fibered high-strength concrete. Mater. Des. 32 (2011), 4122–4151.
- [167] Sieferbrand J.: Stress and strains in composite concrete beams subjected to differential shrinkage, ACI Structural Journal, 94(4), 1977, pp. 347–353.
- [168] Smarzewski P., Szwaj M., Szewczak A.: Analizy deformacji zginanych płyt z betonu i fibrobetonu wyskowartościowego. Budownictwo i Architektura 10 (2012), 37–52.
- [169] Song P.S., Hwang S.: Mechanical properties of high strength steel fiber reinforced concrete. Constr. Build. Mater. 18 (2004), 669–673.
- [170] Soranakom CH., Mobasher B., Bansal S.: Effect of material non-linearity on the flexural response of fiber reinforced concrete. Proc. Int. Symp. Brittle Matrix Composites 8, 2006, pp. 85–98.
- [171] Stahli P.: Ultra-Fluid Oriented Hybrid-Fibre-Concrete. Rozprawa doktorska. ETH Zurich, 2008.
- [172] Stang H., Li VC, Krenchel H.: Design and structural application of stresscrack width relations in fibre reinforced concrete. Mater Struct 1995; 28: 210–9.
- [173] Stulij N.G.: Rezultaty isypytania dwuchsłojnych predwaritielno napriażennych żelazobetonnych bałok. Beton i Żelazobeton nr 12, 1958.
- [174] Śliwiński J.: Ogólne zasady projektowania betonów wysokowartościowych. Cement Polski, Budownictwo, Technologie, Architektura. Zeszyt Specjalny: Domieszki do betonu 2003, s. 29–31.
- [175] Śliwiński J.: Zasady projektowania składu betonów wysokowartościowych. CWB, 6/2003.

- [176] Tsionlon O.T., Dristos S.: A theoretical model to predict interface slip. University of Patras. 2014, pp. 30.
- [177] Tur V., Król M.: Racjonalna wysokość nadbetonu ekspansywnego w żelbetowych stropach zespolonych. V Konferencja Naukowa "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra, 22–23 czerwca 1999, s. 245–252.
- [178] Tur V., Król M.: Zarysowanie i rozwarcie rys w elementach zginanych zespolonych z nadbetonem ekspansywnym. IV Konferencja Naukowa "Konstrukcje zespolone", Zielona Góra 1996.
- [179] Vodicka J., Spura D.: Volume Changes of fibre concrete with steel and synthetic fibres. Proc. Int. Symp. Brittle Matrix Composites 8, 2006, pp. 285–292.
- [180] Vogel H., Svecova D.: New approach for estimating the deflection beams reinforced with FRP reinforcement. ASCE Compos Constr 2008; 6(12), 579–587.
- [181] Walraven J.C.: High performance fiber as concrete: progress in knowledge and design codes. Materials and Structures 42 (2009), 1247–1260.
- [182] Wang Xinjie, Zhu Pinguhua, Xia Qun: "Experimental Research of the effect of silica fume on tensile basic creep of early-age concrete". The Open Civil Engineering Journal, 9, 2015, pp. 997–1001.
- [183] Wu C., Oehlers DJ., Rebentrost M., Leach J., Whittaker AS.: Blast testing of ultra-high performance fibre and FRP-retrofitted concrete slabs. Engineering Structures 2009: 31 (9), 2060–2069.
- [184] Wysokowski A., Żurawicka A.: Analiza możliwości wzmacniania płyt betonowych cienkimi warstwami fibrobetonów. III Konferencja Naukowo-Techniczna "Zagadnienia materiałowe w inżynierii lądowej, MATBUD 2000, 370–376, Kraków 2000.
- [185] Yamada M., Matsuura H.: High strength concrete for prestressed concrete. International Conference on High Strength Concrete, Kona, Hawaii,U.S. Engineering HandBook, New York 1997.
- [186] Yamada M., Matsuura H., Kumai H.: Hybrid reinforced concrete beams by high-strength and normal-strength concrete. Proceeding of 5<sup>th</sup> Symposium on High Performance and High Strength Concrete, Sundefjord, Norway, June 1999, pp. 925–934.
- [187] Yazici S., Inan G., Tabak V.: Effect of aspect ratio and volume fraction of steel fiber on the mechanical properties of SFRC. Construction Building Materials 21 (2007), pp. 1250–1253.
- [188] Zając B.: Znaczenie podatności połączenia naprawczego w konstrukcjach z materiałów kruchych poddanych obciążeniom termicznym. XXVII Konferencja Naukowo-Techniczna, "Awarie budowlane" 2015.
- [189] Zdeb T.: Wpływ składu i technologii wykonania na wybrane właściwości betonów z proszków reaktywnych. Rozprawa doktorska, Kraków 2009.

- [190] Zdeb T., Śliwiński J.: Wpływ warunków dojrzewania i dodatku włókien stalowych na wytrzymałość betonu z proszków reaktywnych. Inżynieria i Budownictwo 12/2008.
- [191] Zhang L., Mindess S.: Compressive toughness of fibre reinforced concrete under impact loading. Proc. Int. Symp. Brittle Matrix Composites 8, 2006, pp. 239–249.
- [192] Zhous J., Ye G., van Brugel K.: Modelling of stresses and strains in bonded concrete overlays subjected to differential volume changes. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 49: 199–205. Doi: 1.1016. j.tafmech, 2007.11.2006.
- [193] Zych T.: Współczesny fibrobeton możliwość kształtowania elementów konstrukcyjnych i form architektonicznych. Czasopismo Techniczne. Architektura, R. 107, z. 8–A, 371–386.

## Normy

- [194] CEB FIB 2008 Reinforced Concrete Reliability. Bulletin 47. Environmental Design of Concrete Structures-General Principles.
- [195] CEB Bulletin N162; 1983; Assessment of concrete structures and design procedures for upgrading reinforced concrete floor units.
- [196] DIN 1045-1. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1. Bemessung und Konstruktion.
- [197] Eurokod 4. Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych.
- [198] FIB Bulletin 42: Constitutive modelling for high strength/high performance concrete.
- [199] FIB Model Code for Concrete Structures 2010.
- [200] PN-EN 12620: 2010 Kruszywa do betonu.
- [201] PN-EN 1992 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu.
- [202] PN-76/B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [203] PN-84/B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [204] PN-B-03264:1999 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [205] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [206] PN-EN 12390-3:2011 Badania betonu. Wytrzymałość na ściskanie próbek do badań.
- [207] PN-EN 1008: 2004 Woda zarobowa do betonu. Specyfikacja pobierania próbek, badanie i ocena przydatności wody zarobowej do betonu, w tym wody odzyskanej z procesu produkcji betonu.

- [208] http://www.konstrukcjeinzynierskie.pl/.
- [209] Patent nr 218096. Prefabrykowany element żelbetowy. A. Łapko, B. Sadowska-Buraczewska, R. Grygo.

## Streszczenie

Ogólnym celem pracy jest poszerzenie zagadnień teoretyczno-doświadczalnych w zakresie pracy konstrukcji zespolonych typu beton–beton. W pracy skupiono się wyłącznie na studium pracy konstrukcji zespolonych warstwowych wykonanych z betonów o znacznie różniących się charakterystykach odkształceniowo-wytrzymałościowych oraz współpracy obu warstw i styku pomiędzy nimi w odniesieniu do konstrukcji wzmacnianych betonami wysokowytrzymałymi oraz fibrobetonami.

Cele szczegółowe pracy to między innymi: analiza właściwości fizycznych, mechanicznych i technologicznych betonów pod kątem ich zastosowań w konstrukcjach zespolonych i pracach wzmocnieniowych; weryfikacja i adaptacja procedur obliczeniowych w zastosowaniu do projektowania połączeń zespolonych; opracowanie autorskiego modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonej z nadbetonem BWW z uwzględnieniem podatności styku; doświadczalna weryfikacja i ocena zaproponowanego autorskiego modelu obliczeniowego przy obciążeniu doraźnym, badania i analizy zginanych belek i płyt żelbetowych ukształtowanych warstwowo z betonu zwykłego, betonu BWW i fibrobetonu.

Prezentowane opracowanie stanowi kompleksowe spojrzenie na zagadnienie pracy konstrukcji warstwowych ukształtowanych z betonów o znacznie różniących się charakterystykach materiałowych.

Poruszana problematyka pozostaje tematem aktualnym i generuje potrzebę ciągłych badań i analiz w zakresie innowacyjnych rozwiązań technologiczno-materiałowych konstrukcji warstwowych, a opracowany i zaproponowany model obliczeniowy i wyniki badań mogą być wdrożone do praktyki budowlanej.

## Summary

## Study of the work of layered structures made of concretes significantly differing in material characteristics

The general purpose of the book is to broaden theoretical and experimental issues in the field of concrete-concrete composite structures. The publication is focused exclusively on the study of laminated composite structures made of concrete with significantly different mechanical properties. It also concerns the interaction between the two concrete layers and the contact between them, with respect to structures reinforced with high-strength concrete and fiber reinforced concrete (FRC).

Detailed objectives of the work include, but are not limited to, physical, mechanical and technological properties of concrete for complex applications and reinforcement works, strengthening, as well as verification and adaptation of calculation procedures for complex joint design, then development of author's model of composite structure with high-strength concrete (HSC). It also includes the experimental verification and evaluation of the proposed author's calculation model at static short-time load, the study and analysis of reinforced concrete slabs laminated with conventional concrete, high-strength concrete and fiber reinforced concrete.

The presented elaboration is a comprehensive view of the problem of the layered structural members, which are composed with concretes with significantly different mechanical characteristics.

The subject matter remains a current topic and generates the need for continuous research and analysis in the field of innovative layered technology and materials. The computational model developed and proposed here, as well as the test results may be implemented into the construction practice.