



## XVIII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

28 marca 2026 r.

1. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$  spełniające równanie:

$$\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor = x,$$

gdzie  $\lfloor r \rfloor$  oznacza największą liczbę całkowitą  $k$  taką, że  $k \leq r$ . Odpowiedź uzasadnij.

2. Udowodnij, że jeśli liczby  $a, b$ , są dodatnie to

$$\frac{a}{a+2b} + \frac{b}{b+2a} \geq \frac{2}{3}$$

3. Trójkąty  $ABC$  i  $A'B'C'$  są takie, że  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle B'A'C'$ ,  $\sphericalangle BCA = \sphericalangle B'C'A'$  oraz  $|BC| + |AC| = |B'C'| + |A'C'|$ . Udowodnij, że te trójkąty są przystające.

4. Udowodnij, że nie istnieje liczba całkowita  $n \geq 2$  oraz liczba pierwsza  $p$  taka, że liczba  $2^p + 3^p$  jest  $n$ -tą potęgą liczby całkowitej.

### Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie [pb.edu.pl/km/](http://pb.edu.pl/km/) do 2 kwietnia 2026 r.
6. W tym roku tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.