



XVII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

29 marca 2025 r.

1. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x spełniające równanie:

$$\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor = x,$$

gdzie $\lfloor r \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą k taką, że $k \leq r$. Odpowiedź uzasadnij.

2. Wyznacz wszystkie pary (p, q) liczb pierwszych spełniających równanie:

$$p^2 - 2q^2 = 17.$$

Odpowiedź uzasadnij.

3. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest prosty. Punkt D jest środkiem boku BC , zaś E jest punktem styczności z bokiem BD okręgu wpisanego w trójkąt ABD . Jakie są miary pozostałych kątów trójkąta ABC , jeśli wiadomo, że E jest środkiem odcinka BD ? Odpowiedź uzasadnij.

4. Niech x, y, z, t będą czterema liczbami rzeczywistymi takimi, że

$$x + y = z + t \quad \text{oraz} \quad |x - y| < |z - t|.$$

Wykaż, że $xy > zt$.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie pb.edu.pl/km/ do 3 kwietnia 2025 r.
6. W tym roku tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.