



VII Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

23 maja 2015 r.

1. Liczby pierwsze p i q różnią się o 4. Liczba powstała z zapisania kolejno cyfr liczb p i q jest również pierwsza. Znaleźć wszystkie pary (p, q) . Odpowiedź uzasadnić.

2. W czworokącie wypukłym $ABCD$ punkt E jest środkiem boku AB zaś F jest środkiem boku CD . Wykazać, że środki odcinków AF , CE , BF oraz DE są wierzchołkami równoległoboku.

3. Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b zachodzi nierówność

$$\frac{a}{a+2b} + \frac{b}{b+2a} \geq \frac{2}{3}.$$

4. W trójkącie ABC o polu powierzchni S długości boków $|BC| = a$ i $|AC| = b$ są liczbami całkowitymi i spełniają nierówność

$$(a+b)^2 < 8S + 1.$$

Wykazać, że trójkąt ten jest równoramienny.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów i telefonów komórkowych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie internetowej <http://konkurs.ptm.pb.edu.pl/> w dniu 26 maja 2015 r.