



**IX Konkurs Matematyczny  
Politechniki Białostockiej**  
**Zadania konkursowe - gimnazjum**

20 maja 2017 r.

1. Dowiedz, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej  $n$  liczba

$$111 \dots 11222 \dots 22$$

zbudowana z  $n$  jedynek i  $n$  dwójek jest iloczynem dwóch kolejnych liczb naturalnych.

2. Na szachownicy  $2017 \times 2017$  wybrano 4035 pól. Pokaż, że środki pewnych trzech z nich leżą na jednej prostej.

3. Niech  $a \geq 2$  będzie liczbą rzeczywistą oraz niech  $n > 1$  będzie liczbą naturalną. Wykaż, że zbiór  $\{1, a, a^2, \dots, a^n\}$  nie zawiera rozłącznych podzbiorów o równych sumach elementów.

4. Na przedłużeniu najdłuższego boku  $AB$  trójkąta  $ABC$  obrano punkt  $M$  taki, że  $BM = BC$ . Wykaż, że kąt  $\sphericalangle ACM$  jest rozwarty.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).
2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.
3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.
4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.
5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie [konkurs.wi.pb.edu.pl](http://konkurs.wi.pb.edu.pl) w dniu 23 maja 2017 r.
6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 31 maja 2017 r.