



IX Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - klasy pierwsze

20 maja 2017 r.

1. Punkt A leży na okręgu o , zaś punkt P w jego wnętrzu. Prosta AP przecina okrąg o jeszcze w punkcie D . Okrąg o środku w D i promieniu DP przecina okrąg o w punktach B i C . Udowodnij, że punkt P jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC .

2. Znajdź wszystkie trójki liczb całkowitych a, b, c , spełniające układ równań

$$\begin{cases} a^2 + b^3 = c^4 \\ b^2 + c^3 = a^4 \\ c^2 + a^3 = b^4. \end{cases}$$

3. Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Dla których punktów X okręgu opisanego na ABC suma

$$|AX| + |BX| + |CX|$$

jest najmniejsza? Odpowiedź uzasadnij.

4. W pola kwadratowej tablicy 2017×2017 wpisano liczby $1, 2, 3, \dots, 2017$ w ten sposób, że

1. w każdym wierszu każda z tych liczb występuje dokładnie raz,

2. w każdą parę pól symetrycznych względem głównej przekątnej wpisano równe liczby.

Wykaż, że w każde dwa pola leżące na głównej przekątnej wpisano różne liczby.

Uwaga: główna przekątna to przekątna złożona z 2017 pól, biegnąca od „lewego górnego” rogu tablicy, do jej „prawego dolnego” rogu.

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).

2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.

3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.

4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.

5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie konkurs.wi.pb.edu.pl w dniu 23 maja 2017 r.

6. Zakończenie konkursu odbędzie się dnia 31 maja 2017 r.