XVI Konkurs Matematyczny Politechniki Białostockiej

Zadania konkursowe - juniorzy

9 marca 2024 r.

1. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków AB, BC, CA w punktach F, D, E odpowiednio. Pokaż, że trójkąt DEF jest podobny do trójkąta ABC wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt ABC jest równoboczny.

2. Liczby p, q są pierwsze i takie, że $p^2 + q^2 + 4$ jest również liczbą pierwszą. Znajdź wszystkie takie pary liczb (p, q).

3. Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają równanie

$$ac + bd = ad + bc.$$

Pokaż, że co najmniej dwie z tych liczb są równe.

4. Dla jakich $n > 3$ istnieje wypukły n-kąt, którego jeden bok ma długość 1, zaś długości wszystkich przekątnych są liczbami całkowitymi?

Informacje dla uczestnika konkursu

1. Czas trwania konkursu: 240 minut (4 godziny).

2. Przed rozpoczęciem rozwiązywania zadań należy przepisać tekst każdego zadania na oddzielnym arkuszu.

3. Należy pisać wyłącznie na papierze dostarczonym przez organizatorów. Na jednym arkuszu nie należy zamieszczać rozwiązań różnych zadań.

4. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innych urządzeń elektronicznych.

5. Lista nagrodzonych w konkursie zostanie ogłoszona na stronie `konkurs.wi.pb.edu.pl` do 12 marca 2024 r.

6. W tym roku tradycyjnego zakończenia konkursu nie przewidujemy; nagrody zostaną dostarczone do szkół.